مکانیک تحلیلی

درسنامه اول-قوانین نیوتن

محمدرضا مظفری

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

مهر ۱۴۰۰

قوانین نیوتون

- **قانون اول نیوتن:**

هر جسمی وضعیت سکون یا حرکت یکنواخت خود را بر روی یک مسیر مستقیم ادامه می‌دهد، مگر اینکه نیروی خالصی به آن وارد شود و حالت آنرا تغییر دهد.

- **قانون دوم نیوتن:**

تغییر در حرکت ذره با نیروی وارد بر آن متناسب است و در جهت آن اتفاق می‌افتد.

- **قانون سوم نیوتن:**

برای هر کنشی، واکنشی مساوی و در خلاف جهت آن وجود دارد.

قانون اول نیوتن و دستگاههای لخت

قانون اول نیوتن

هر جسمی وضعیت سکون یا حرکت یکنواخت خود را بر روی یک مسیر مستقیم ادامه می‌دهد، مگر اینکه نیروی خالصی به آن وارد شود و حالت آنرا تغییر دهد.

- قانون اول نیوتن در حقیقت معیار انتخاب دستگاه مرجع مناسب برای بررسی رفتار ذره یا ذرات تعریف و مشخص می‌کند.
- چنین دستگاهی که یا باید ساکن باشد و یا باید سرعت ثابت در امتداد خط مستقیم الخطی در حال حرکت باشد، دستگاه مرجع لخت نامیده می‌شود.
- دستگاههای شتابدار و چرخان دستگاههای لخت نیستند.

قانون دوم نیوتن، جرم و نیرو

قانون دوم نیوتن

تغییر در حرکت ذره با نیروی وارد بر آن متناسب است و در جهت آن اتفاق می‌افتد.

- به حرکت درآوردن یا متوقف کردن یک سنگ بزرگ نسبت به تکه چوب کوچکی مشکلتر است. در این حالت می‌گویند لختی سنگ از لختی چوب بیشتر است. معیار کمی لختی جرم نام دارد.
- دو جسم را در نظر بگیرید که از محیط اطراف شان کاملا مجزا هستند ولی توسط فنری به یکدیگر وصل و برهم‌کنش می‌کنند.
- برهم‌کنش منجر به شتاب این اجسام می‌شود. به کمک آزمایشهای دقیق چنین شتاب را می‌توان با کشیدن و دور کردن اجسام از یکدیگر و رها کردن آنها اندازه‌گیری کرد.

قانون دوم نیوتن

تغییر در حرکت ذره با نیروی وارد بر آن متناسب است و در جهت آن اتفاق می‌افتد.

- اندازه‌گیری‌ها نشان می‌دهد که شتابهای این دو جسم همیشه در خلاف جهت یکدیگرند و نسبت شتابها ثابت است،

$$\frac{a_A}{a_B} = -\mu_{BA} \quad \text{یا} \quad \frac{a_B}{a_A} = -\mu_{AB}$$

که μ_{BA} لختی نسبی B نسبت به A است و μ_{AB} لختی نسبی A نسبت به B است،

$$\mu_{BA} = \frac{1}{\mu_{AB}}.$$

قانون دوم نیوتن، جرم و نیرو

قانون دوم نیوتن

تغییر در حرکت ذره با نیروی وارد بر آن متناسب است و در جهت آن اتفاق می‌افتد.

- می‌توان لختی نسبی μ_{BA} را بصورت

$$\mu_{BA} = \frac{m_B}{m_A}$$

تعریف کرد که m_B و m_A بترتیب جرمهای جسم A و جسم B هستند.

- بدین‌ترتیب نسبت شتاب‌ها رابطه معکوس با نسبت جرم‌ها دارد،

$$\frac{a_A}{a_B} = -\frac{m_B}{m_A} \quad \text{یا} \quad m_A a_A = -m_B a_B$$

قانون دوم نیوتن، جرم و نیرو

قانون دوم نیوتن

تغییر در حرکت ذره با نیروی وارد بر آن متناسب است و در جهت آن اتفاق می‌افتد.

- در رابطه‌ی

$$m_A a_A = -m_B a_B$$

سمت چپ مربوط به کمیتهای جسم A می‌شود و سمت راست مربوط به کمیتهای جسم B می‌شود.

- حاصلضرب جرم در شتاب را نیرو یا اثر برهمکنش می‌نامند،

$$\text{نیرو} = \text{شتاب} \times \text{جرم}$$

- بدین ترتیب $m_A a_A$ برابر با نیروی وارد بر جرم A است و $m_B a_B$ برابر با نیروی وارد بر جرم B است. بنابراین

$$m_A a_A = -m_B a_B \Rightarrow F_A = -F_B$$

قانون دوم نیوتن، جرم و نیرو

قانون دوم نیوتن

تغییر در حرکت ذره با نیروی وارد بر آن متناسب است و در جهت آن اتفاق می‌افتد.

- نمایش نیرو بصورت $F = ma$ فقط در دستگاه مرجع لخت برقرار است. نمایش آنرا در دستگاه‌های نالخت در آینده نزدیک بررسی خواهیم کرد.
- جسمی به جرم m که با سرعت v حرکت می‌کند تکانه خطی آن بصورت زیر تعریف می‌شود،

$$p = mv.$$

- منظور از تغییر در حرکت در قانون دوم نیوتن همان تغییر آهنگ تکانه است که متناسب با نیرو است،

$$F \propto \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} \Rightarrow F = k\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t},$$ معمولا k را را برابر با یک می‌گیرند $\Rightarrow F = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(mv)}{\mathrm{d}t}$

قانون سوم نیوتن

قانون سوم نیوتن

برای هر کنشی، واکنشی مساوی و در خلاف جهت آن وجود دارد.

- نیرو برای جسمی با جرم ثابت بصورت زیر داده می‌شود،

$$F = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = ma$$

- کنش و واکنش قانون سوم نیوتن در عبارت

$$F_A = -F_B$$

برقرار است.

قانون سوم نیوتن

قانون سوم نیوتن

برای هر کنشی، واکنشی مساوی و در خلاف جهت آن وجود دارد.

- کنش و واکنش در قانون سوم نیوتن را می‌توان با آهنگ تغییر تکانه خطی جسم در سیستم دو ذره‌ای بیان کرد،

$$\frac{\mathrm{d}p_A}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}p_B}{\mathrm{d}t} \Rightarrow \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(p_A + p_B) = 0 \Rightarrow p_A + p_B = \text{ثابت}$$

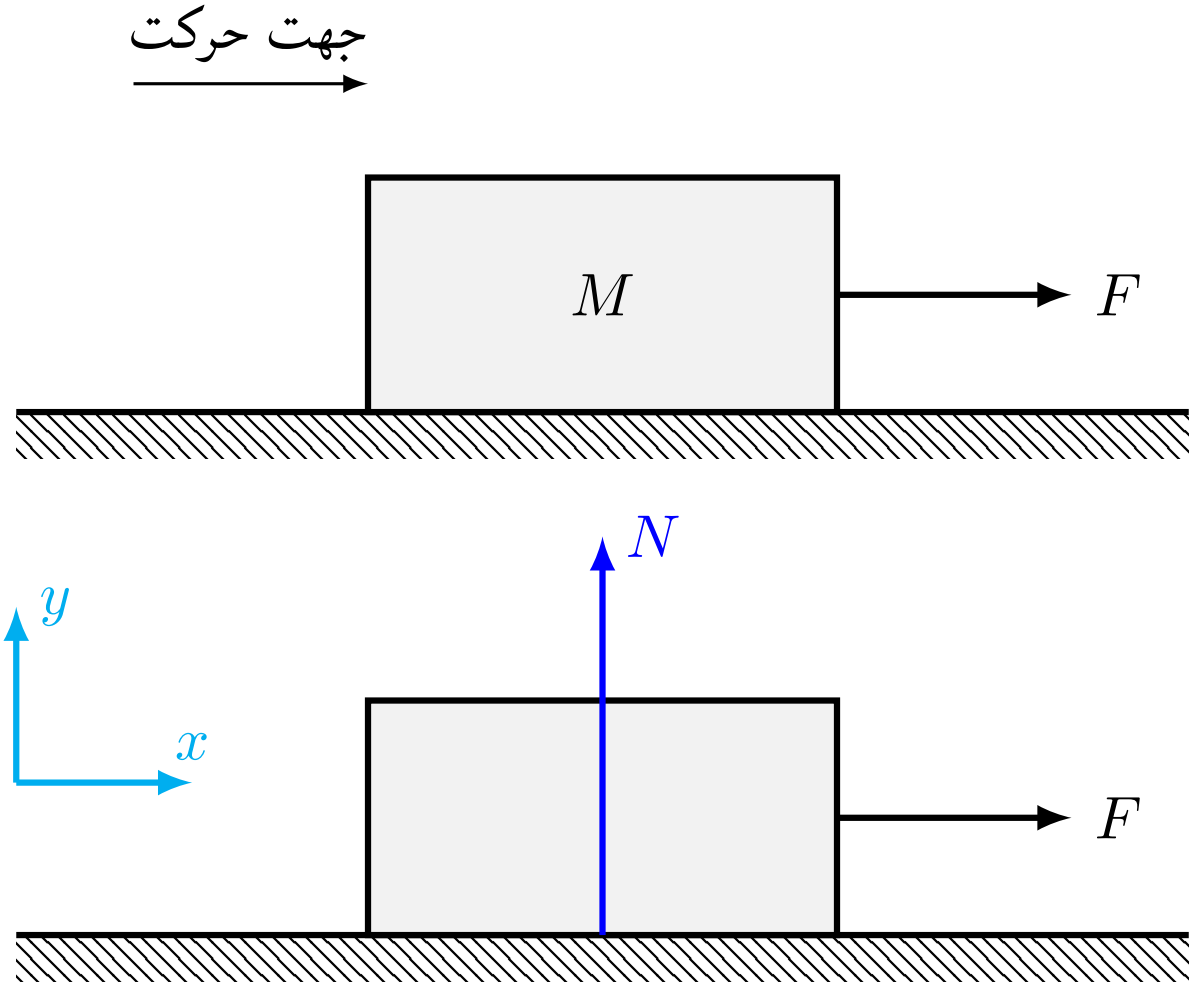
- عبارت

$$p_A + p_B = \text{ثابت}$$

ناظر به این معنی است که تکانه کل دو جسم مجزا شده از محیط اطراف شان همواره مقدار ثابتی دارد.

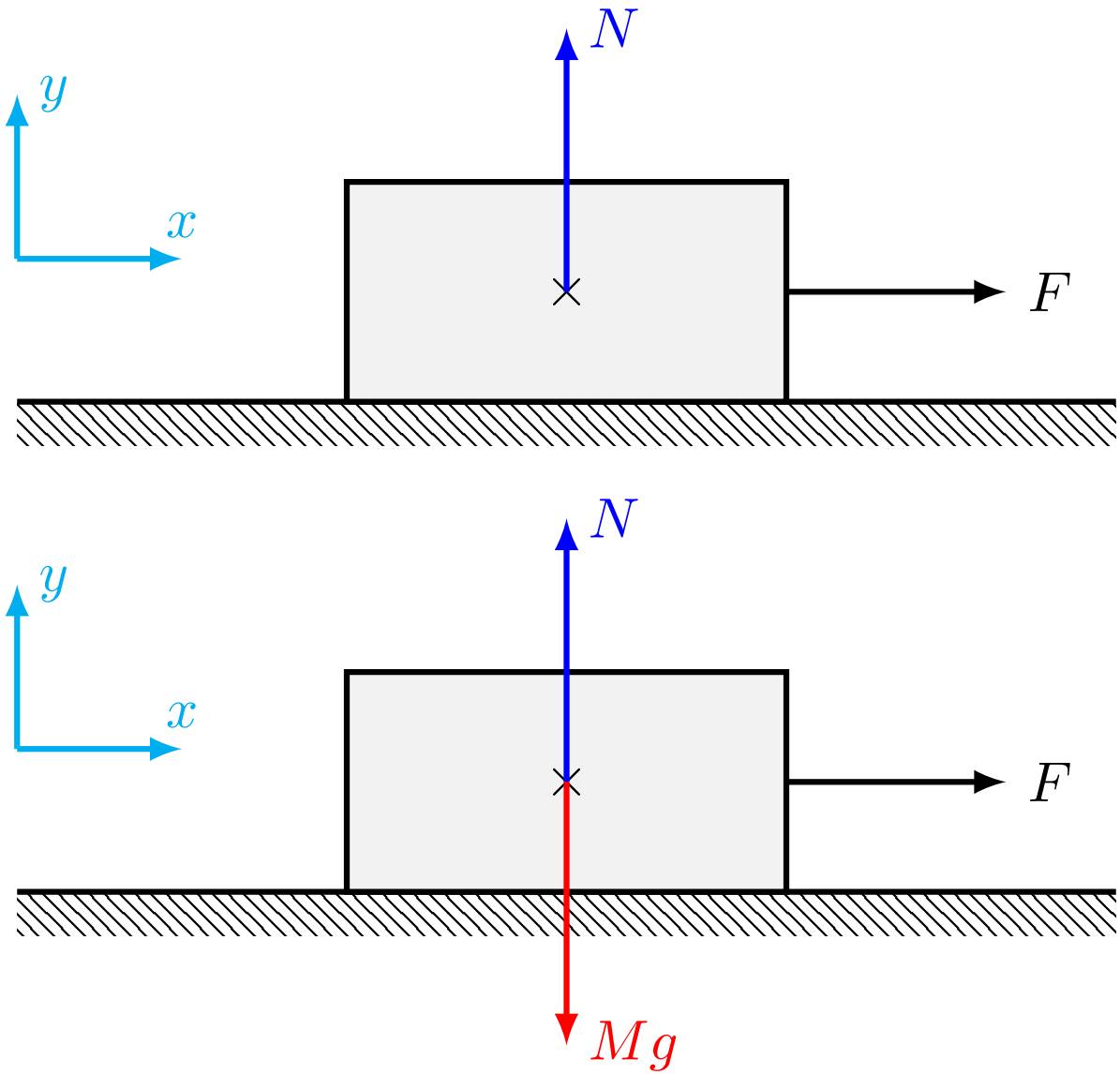
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله اول



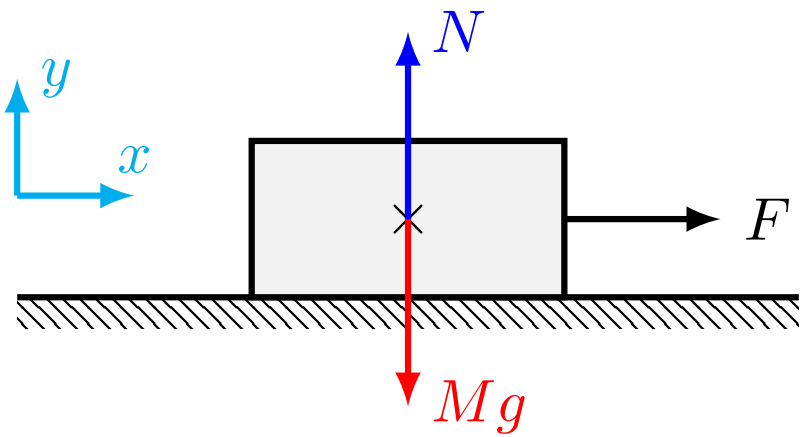
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله اول



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله اول



در امتداد محور y:

$$N - Mg = 0$$

شتاب و نیروی عکس‌العمل بصورت زیر داده می‌شود،

$$a = \frac{F}{M}, \quad N = Mg$$

قانون دوم نیوتن:

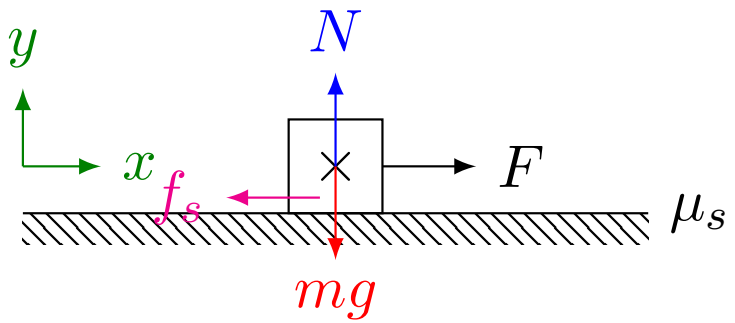
$$\sum \vec{F} = M\vec{a}$$

در امتداد محور x:

$$F = Ma$$

نیروی اصطکاک ایستایی و لغزشی

وقتی جسمی تحت تاثیر نیروی F همچنان بر روی سطح ساکن می‌ماند، نیروی اصطکاک ایستایی f_s در خلاف جهت بر آن وارد می‌شود.



برایند نیروهای وارد بر جسم برابر صفر است،

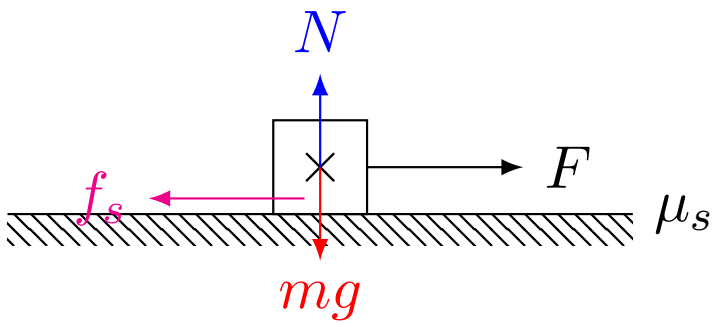
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F - f_s = 0 \Rightarrow f_s = F$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$$

بزرگی نیروی اصطکاک ایستایی f_s برابر با نیروی F می‌باشد.

نیروی اصطکاک ایستایی و لغزشی

اگر بزرگی نیروی F افزایش یابد ولی جسم همچنان بر روی سطح ساکن بماند، بزرگی نیروی اصطکاک ایستایی f_s افزایش می‌یابد و برابر با بزرگی نیروی F در خلاف جهت بر جسم وارد می‌شود.



مقدار معین نیروی F که بازای آن جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد را با f_s^{max} نشان می‌دهند که با حاصلضرب نیروی عکس العمل سطح N در ضریب اصطکاک ایستایی μ_s برابر است،

$$f_s^{max} = \mu_s N$$

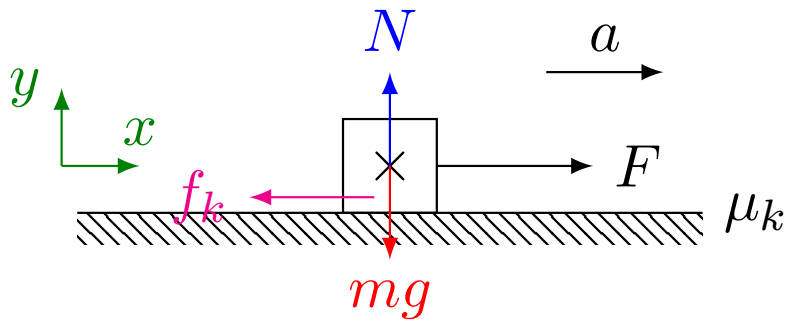
بدین ترتیب نیروی وارد بر جسم وقتی جسم همچنان در وضعیت سکون خود قرار دارد با رابطه

$$f_s^{max} \leq F \quad \text{یا} \quad \mu_s N \leq F$$

داده می‌شود که برای مقدار مساوی رابطه بالا، جسم در آستانه لغزش (یا حرکت) قرار می‌گیرد.

نیروی اصطکاک ایستایی و لغزشی

وقتی جسم شروع به لغزش (یا حرکت) کند، نیروی اصطکاک بین جسم و سطح دیگر نیروی اصطکاک ایستایی **نیست**. برای اجسام در حال لغزش **نیروی اصطکاک لغزشی** در نظر گرفته می‌شود.



بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی برابر با حاصلضرب نیروی عکس العمل سطح N در ضریب اصطکاک لغزشی μ_k است،

$$f_k = \mu_k N$$

بدین ترتیب

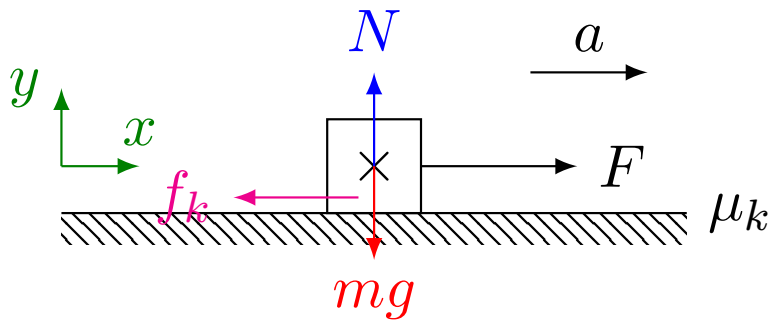
$$\sum F_x = ma : \quad F - f_k = ma$$

$$\sum F_y = 0 : \quad N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$$

$$f_k = \mu_k N = \mu_k mg$$

نیروی اصطکاک ایستایی و لغزشی

وقتی جسم شروع به لغزش (یا حرکت) کند، نیروی اصطکاک بین جسم و سطح دیگر نیروی اصطکاک ایستایی **نیست**. برای اجسام در حال لغزش **نیروی اصطکاک لغزشی** در نظر گرفته می‌شود.



نکته: **یک سطح هم ضریب اصطکاک ایستایی و هم ضریب اصطکاک لغزشی دارد.**
بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی برابر با حاصلضرب نیروی عکس العمل سطح N در ضریب اصطکاک لغزشی μ_k است،

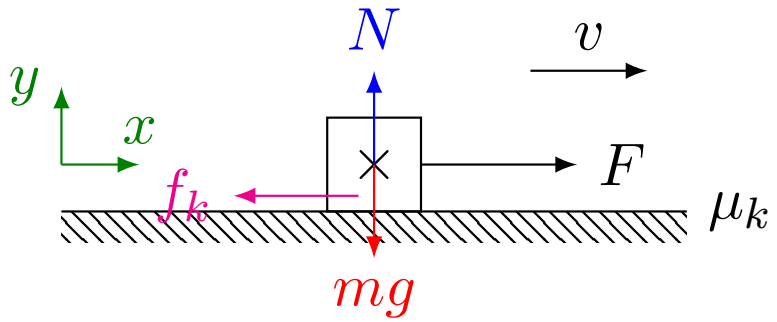
$$f_k = \mu_k N$$

بدین ترتیب

$$\begin{cases} F - f_k = ma \\ f_k = \mu_k mg \end{cases} \Rightarrow F - \mu_k mg = ma$$

نیروی اصطکاک ایستایی و لغزشی

وقتی جسم شروع به لغزش (یا حرکت) کند، نیروی اصطکاک بین جسم و سطح دیگر نیروی اصطکاک ایستایی **نیست**. برای اجسام در حال لغزش **نیروی اصطکاک لغزشی** در نظر گرفته می‌شود.



بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی برابر با حاصلضرب نیروی عکس العمل سطح N در ضریب اصطکاک لغزشی μ_k است،

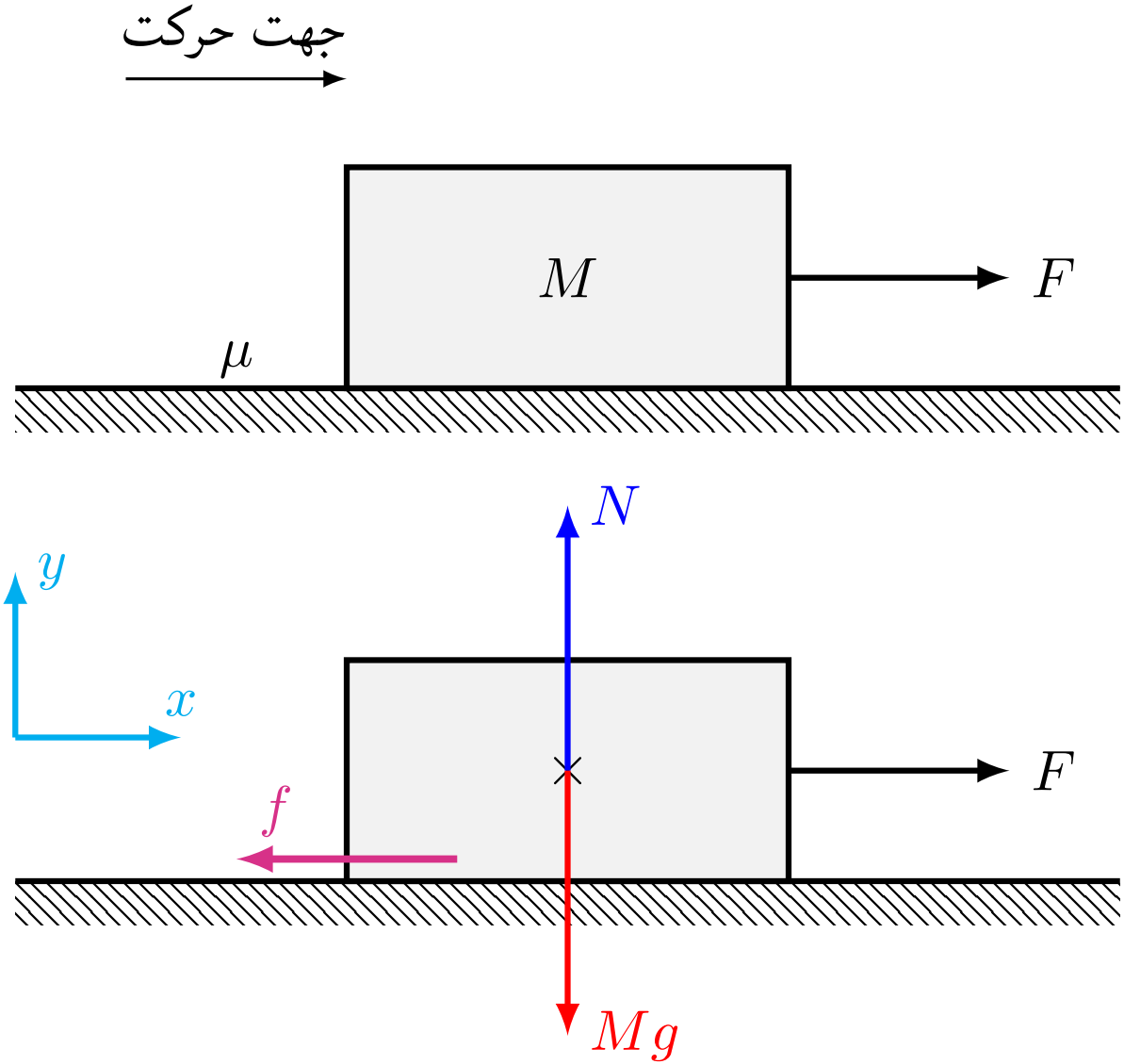
$$f_k = \mu_k N$$

اگر جسم با سرعت ثابت $(a = 0)$ در حال لغزش باشد،

$$F - \mu_k mg = 0 \Rightarrow F = \mu_k mg$$

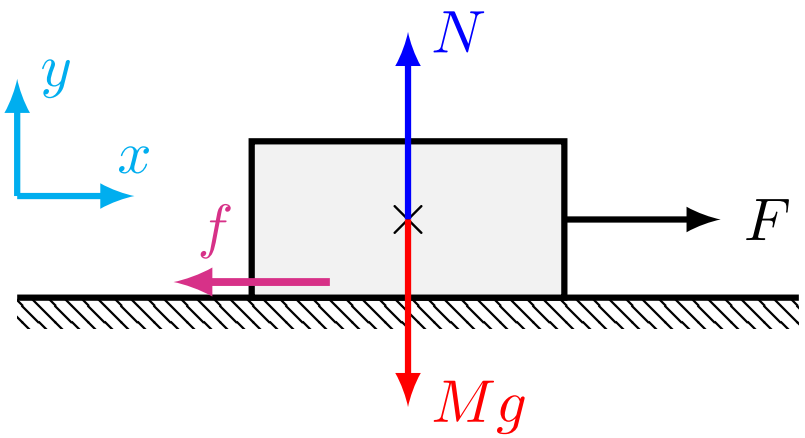
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله دوم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله دوم



قانون دوم نیوتن:

$$\sum \vec{F} = M\vec{a}$$

در امتداد محور y:

$$N - Mg = 0 \Rightarrow N = Mg$$

بزرگی نیرو اصطکاک لغزشی:

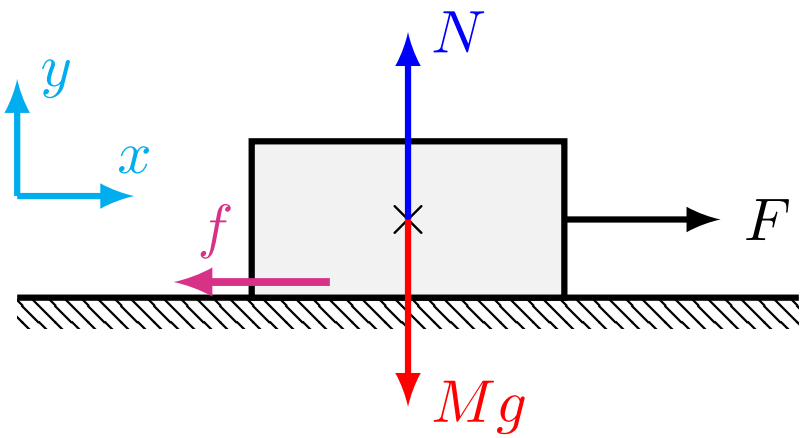
$$f = \mu N = \mu Mg$$

در امتداد محور x:

$$F - f = Ma$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله دوم



قانون دوم نیوتن:

$$F - f = Ma$$

$$N = Mg$$

$$f = \mu N = \mu Mg$$

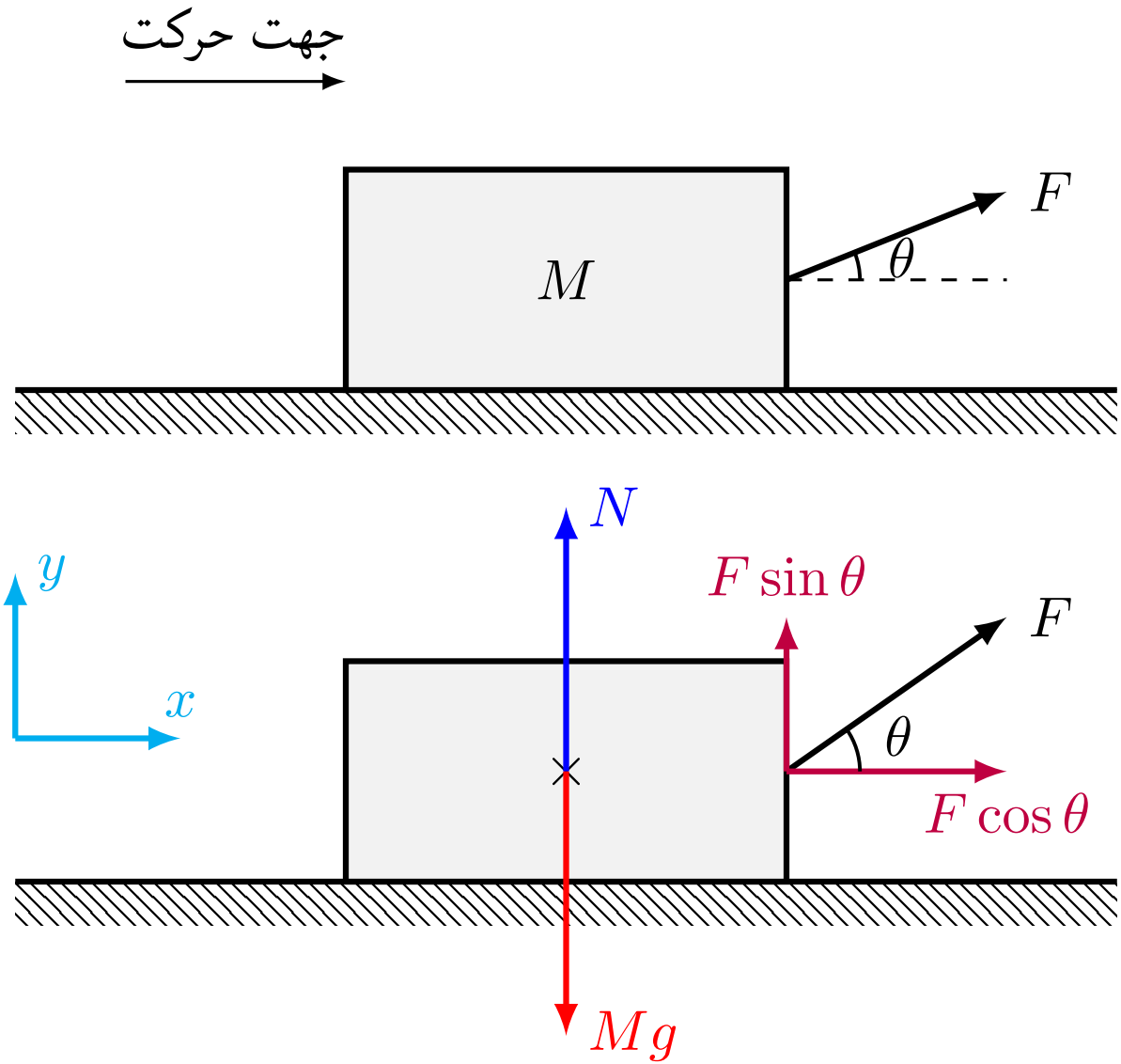
$$F - \mu Mg = Ma$$

شتاب جسم بصورت زیر داده می‌شود،

$$a = \frac{F}{M} - \mu g$$

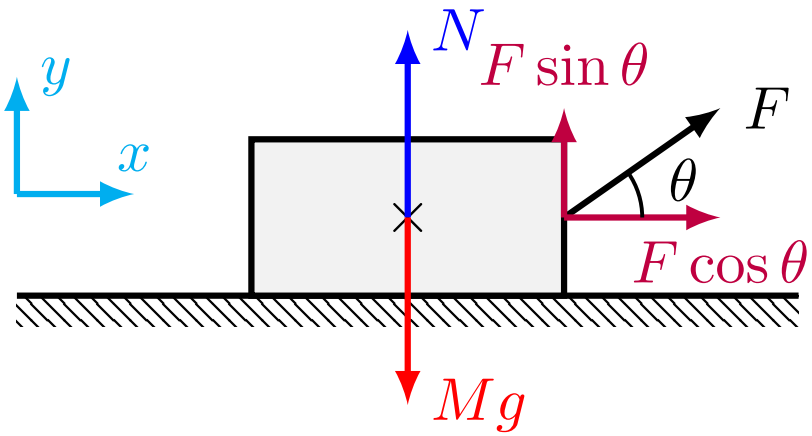
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله سوم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله سوم



در امتداد محور y:

$$N + F\sin\theta - Mg = 0$$

قانون دوم نیوتن:

$$\sum \vec{F} = M\vec{a}$$

بنابراین

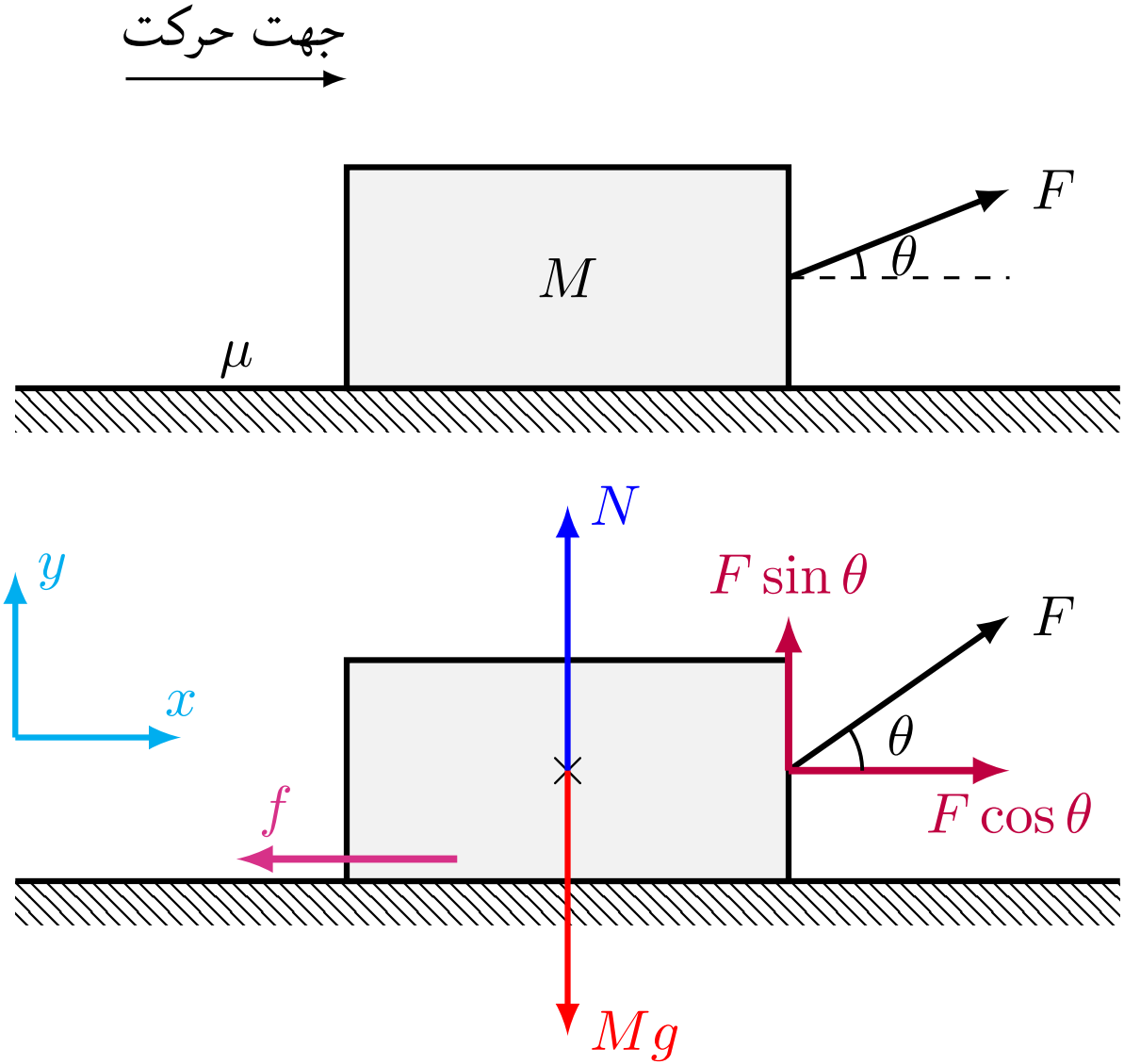
در امتداد محور x:

$$F\cos\theta = Ma$$

$$a = \frac{F\cos\theta}{M}, \quad N = Mg - F\sin\theta$$

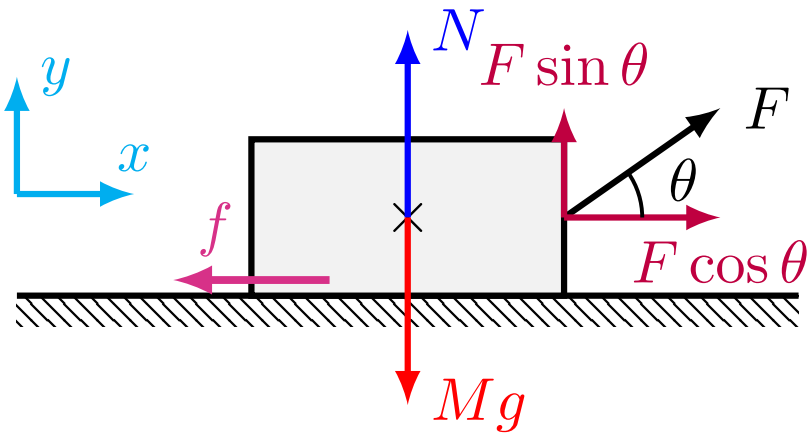
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله چهارم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله چهارم



در امتداد محور y:

$$N + F\sin\theta - Mg = 0$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی

$$f = \mu N = \mu(Mg - F\sin\theta)$$

قانون دوم نیوتن:

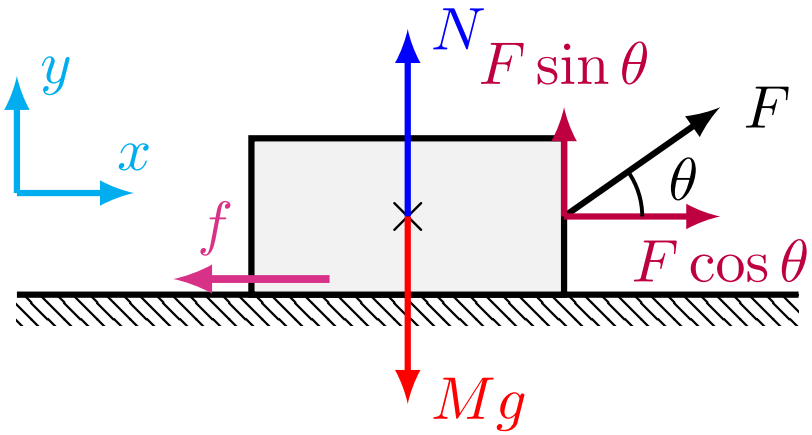
$$\sum \vec{F} = M\vec{a}$$

در امتداد محور x:

$$F\cos\theta - f = Ma$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله چهارم



قانون دوم نیوتن:

$$F\cos\theta - f = Ma$$

$$N = Mg - F\sin\theta$$

$$f = \mu N = \mu(Mg - F\sin\theta)$$

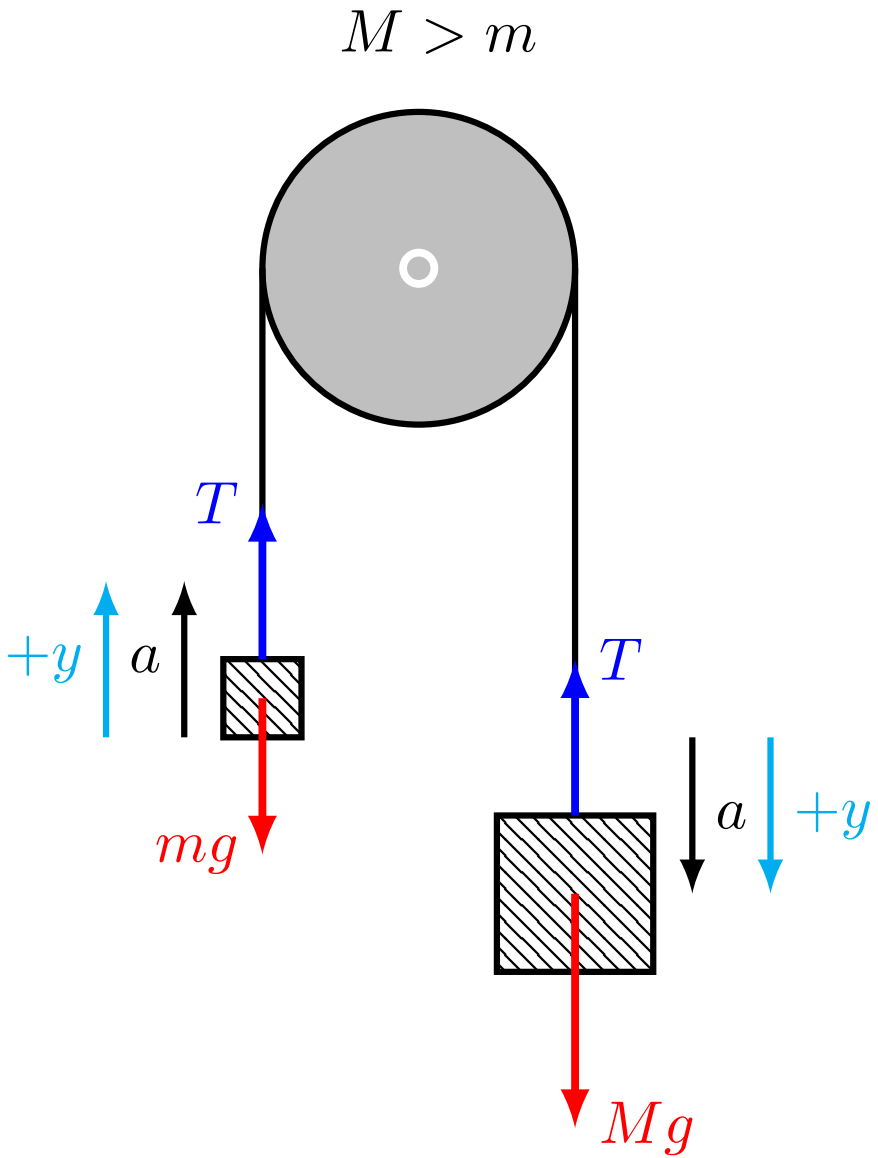
$$F\cos\theta - \mu(Mg - F\sin\theta) = Ma$$

شتاب جسم بصورت زیر داده می‌شود،

$$a = \frac{F}{M}(\cos\theta + \mu\sin\theta) - \mu g$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

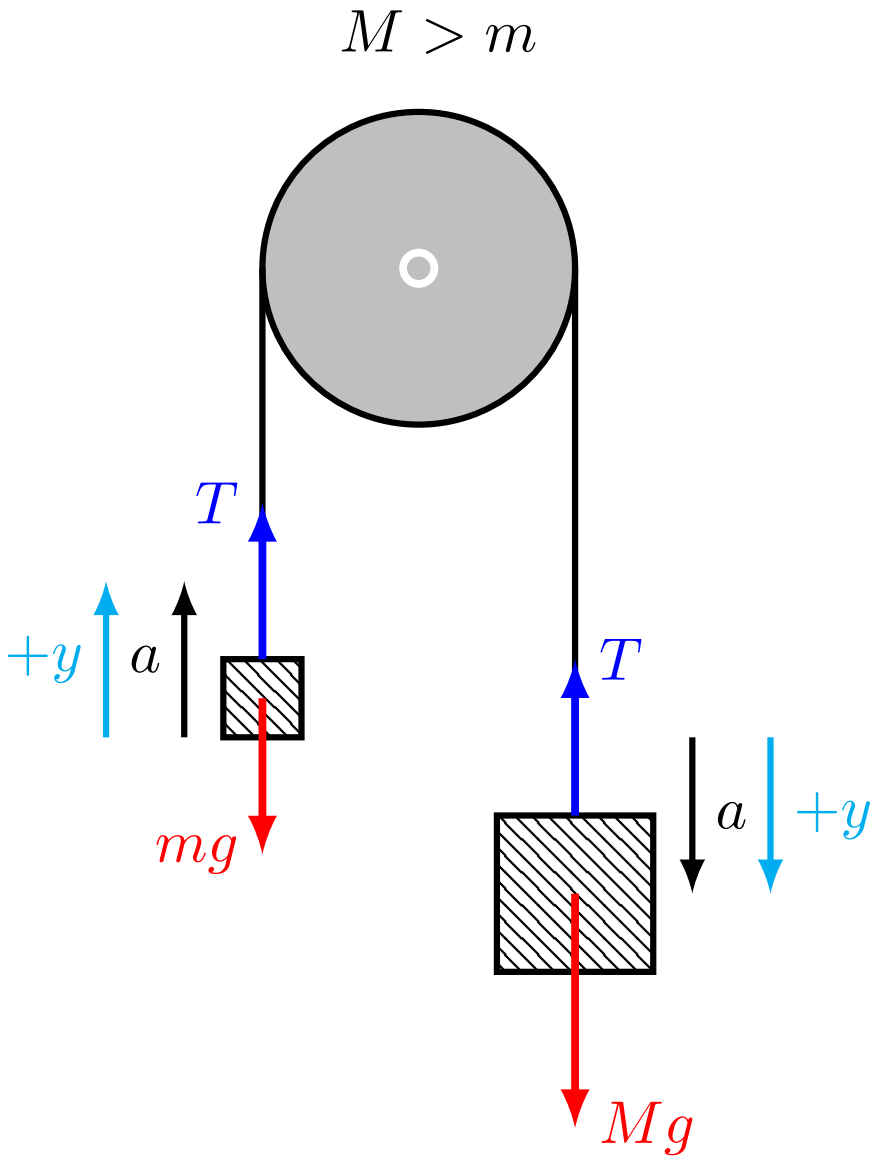
ماشین آتوود (Atwood Machine)-مسئله پنجم



- ماشین آتوود شامل دو جرم است که توسط طنابی در حالیکه از روی قرقره‌ای عبور کرده به یکدیگر بسته شده‌اند.
- قرقره بدون جرم است. در نتیجه قرقره نخواهد چرخید.
- طنابی بدون جرم است.

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

ماشین آتوود (Atwood Machine)-مسئله پنجم



قانون دوم نیوتن برای جرم m:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

در امتداد محور y:

$$T - mg = ma$$

قانون دوم نیوتن برای جرم M:

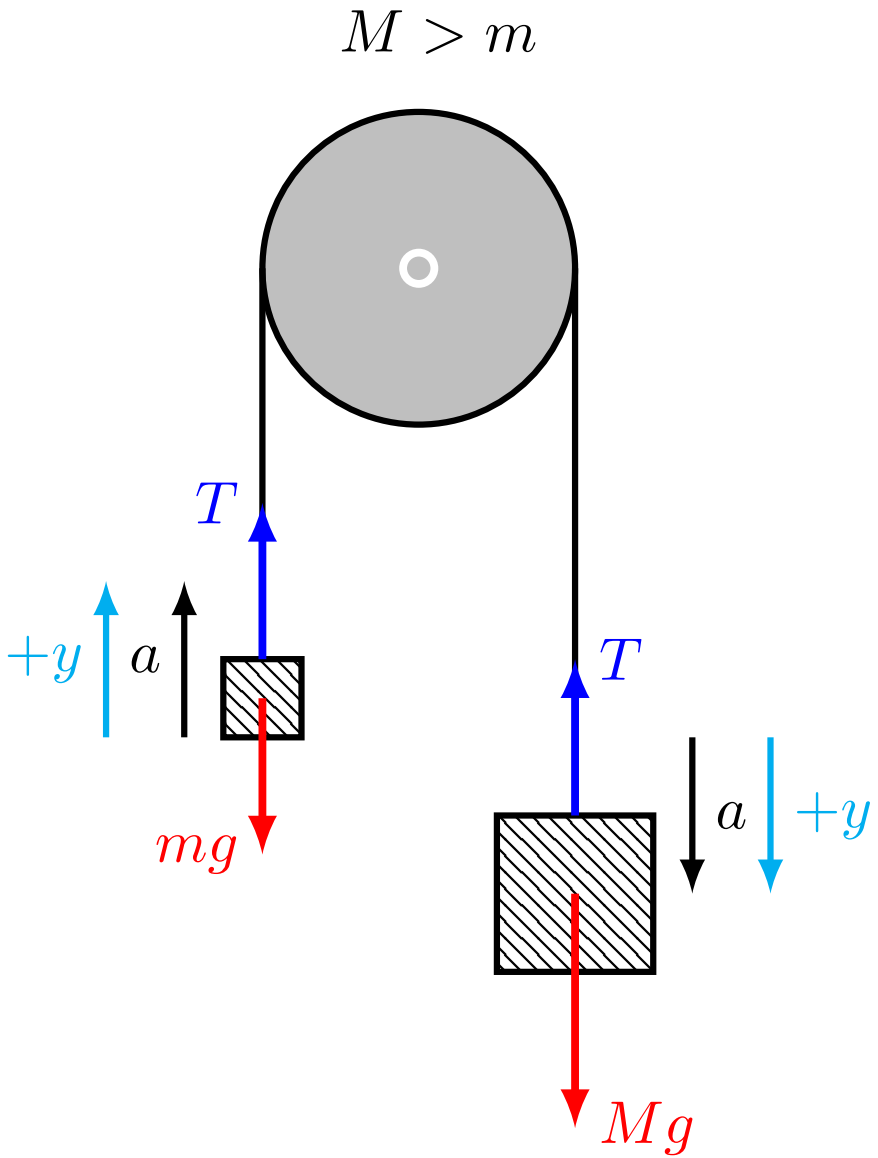
$$\sum \vec{F} = M\vec{a}$$

در امتداد محور y:

$$Mg - T = Ma$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

ماشین آتوود (Atwood Machine)-مسئله پنجم



$$\begin{cases} T - mg & = ma \\ Mg - T & = Ma \end{cases}$$

می‌توان a و T را از دستگاه دو معادله و دو مجهول بالا بدست آورد. بنابراین

$$a = \left(\frac{M-m}{M+m}\right) g$$

$$T = \left(\frac{2Mm}{M+m}\right) g$$

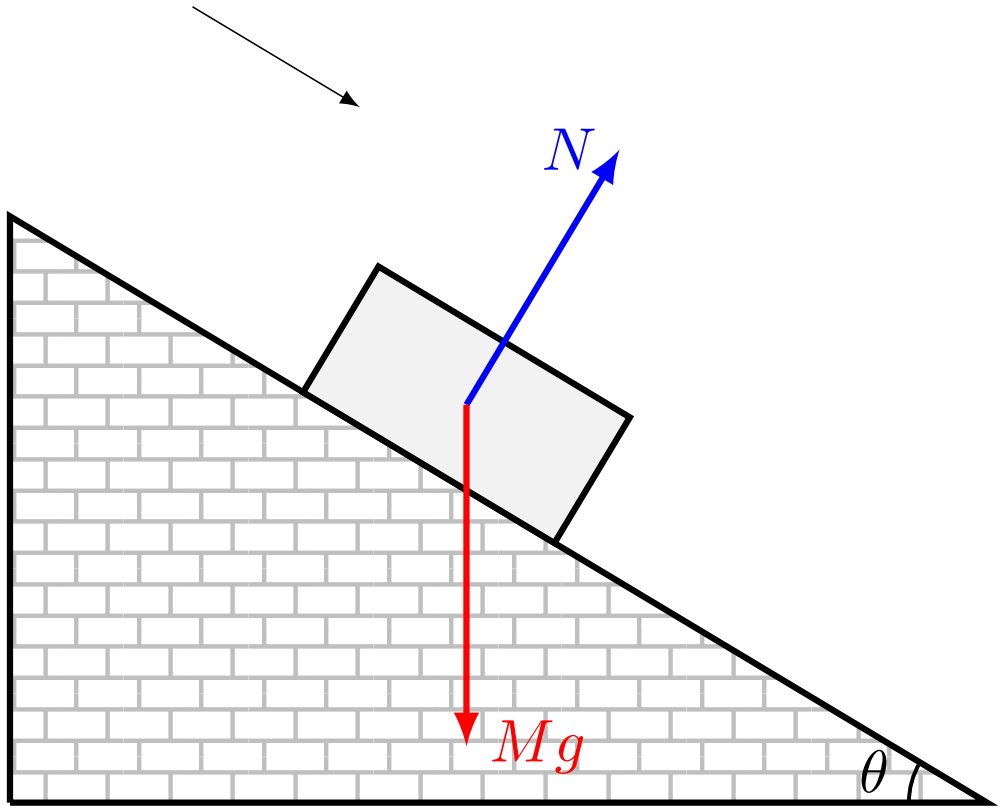
حالت خاص: اگر $M = m$ در اینصورت

$$a = 0$$

$$T = Mg = mg$$

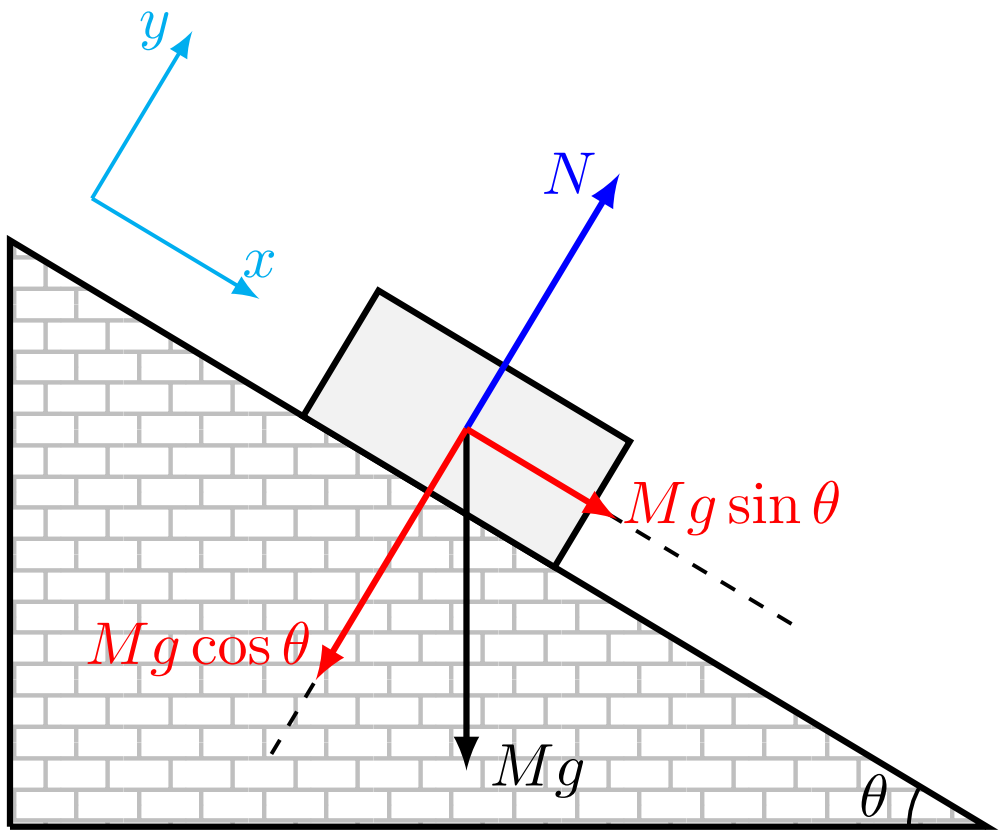
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

سطح شیبدار (Inclined Plane)-مسئله ششم



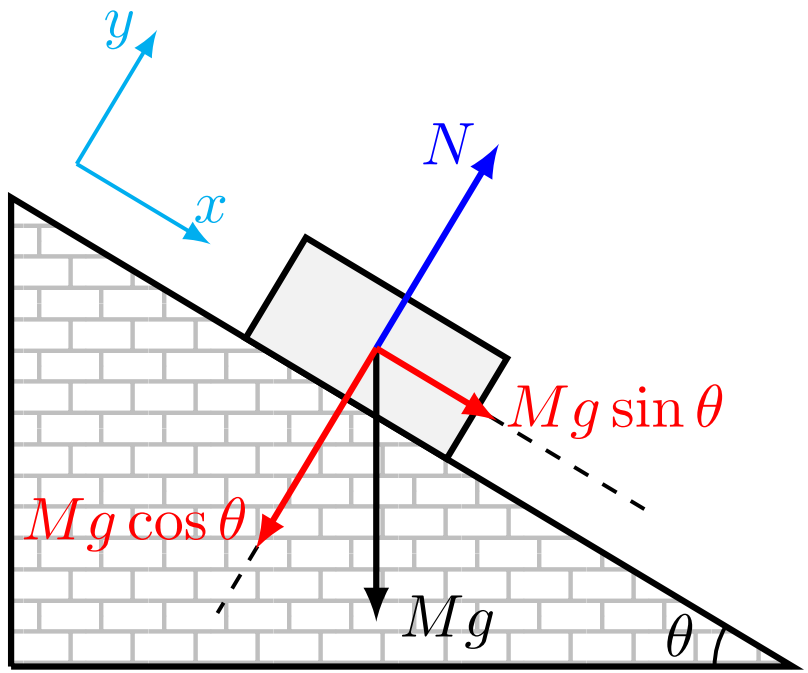
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

سطح شیبدار (Inclined Plane)-مسئله ششم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

سطح شیبدار (Inclined Plane)-مسئله ششم



- انتخاب دستگاه مختصات مناسب
- راستای نیروی N و نیروی Mg با یکدیگر زاویه‌ی θ می‌سازد.
- سطح شیبدار با زاویه شیب θ
- جهت حرکت جرم M روی سطح شیبدار
- نمایش نیروی عمود بر سطح N و نیروی وزن Mg

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

سطح شیبدار (Inclined Plane)–مسئله ششم

قانون دوم نیوتن:

$$\sum \vec{F} = M\vec{a}$$

جسم در امتداد محور x با شتاب a حرکت می کند،

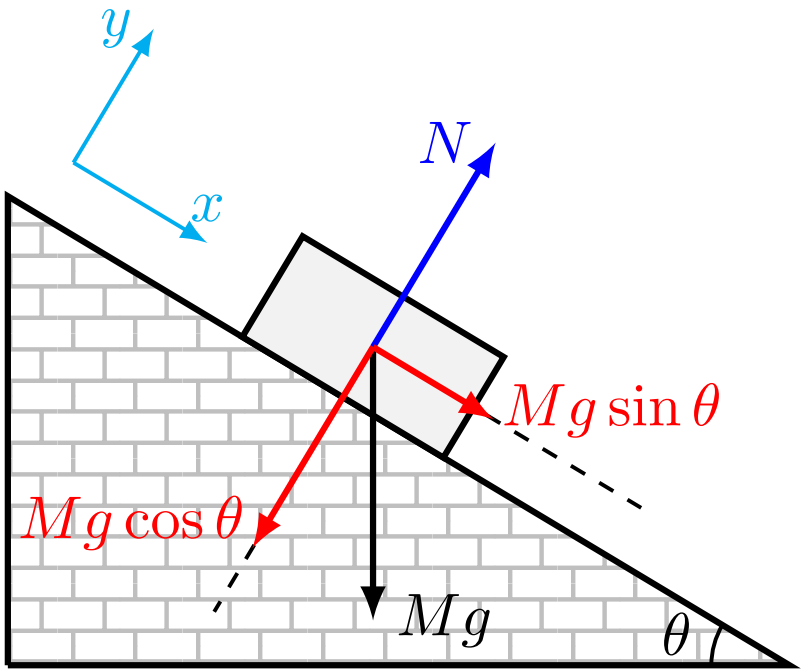
$$\sum F_x = Ma \Rightarrow Mg\sin\theta = Ma$$

$$a = g\sin\theta$$

جسم در حین حرکت، سطح شیبدار را ترک نمی‌کند.
بنابراین شتاب جسم در امتداد y برابر صفر است،

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - Mg\cos\theta = 0$$

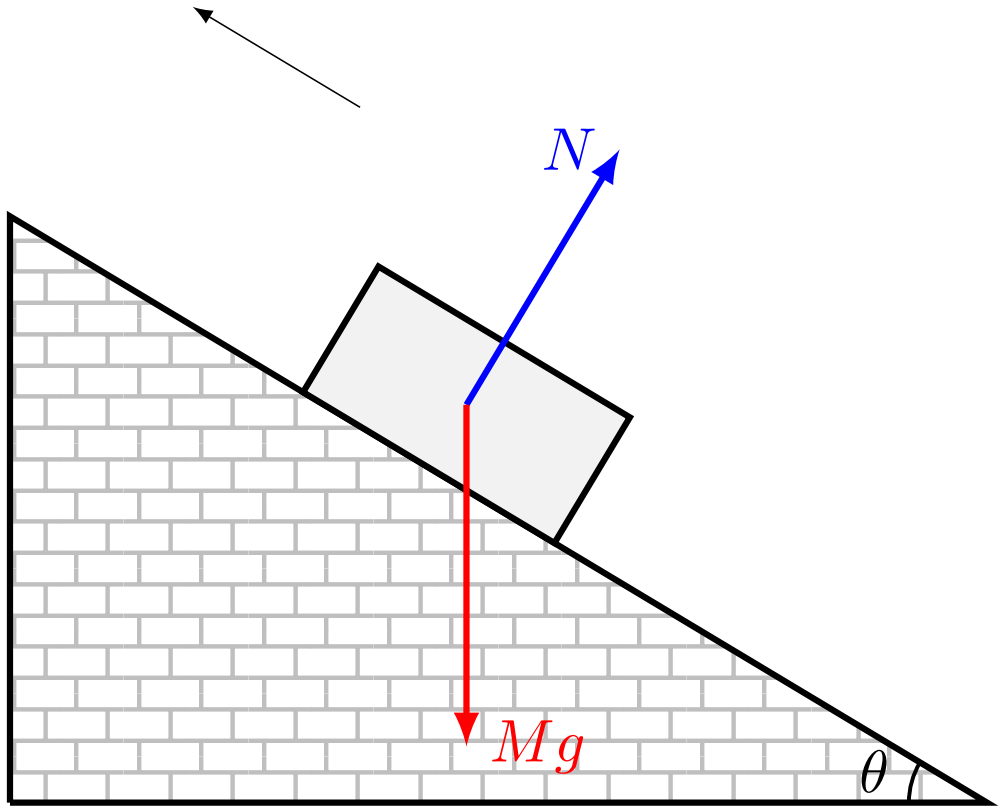
$$N = Mg\cos\theta$$



– تصویر نیروی Mg بر دو راستای محور x و محور y.

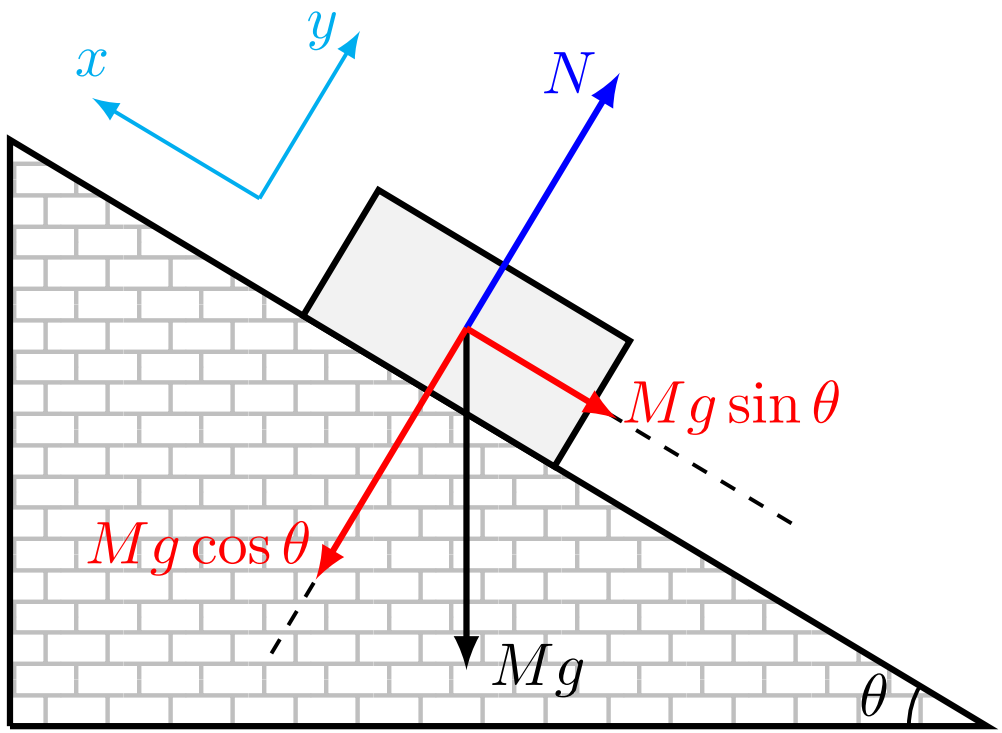
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

سطح شیبدار (Inclined Plane)-مسئله هفتم



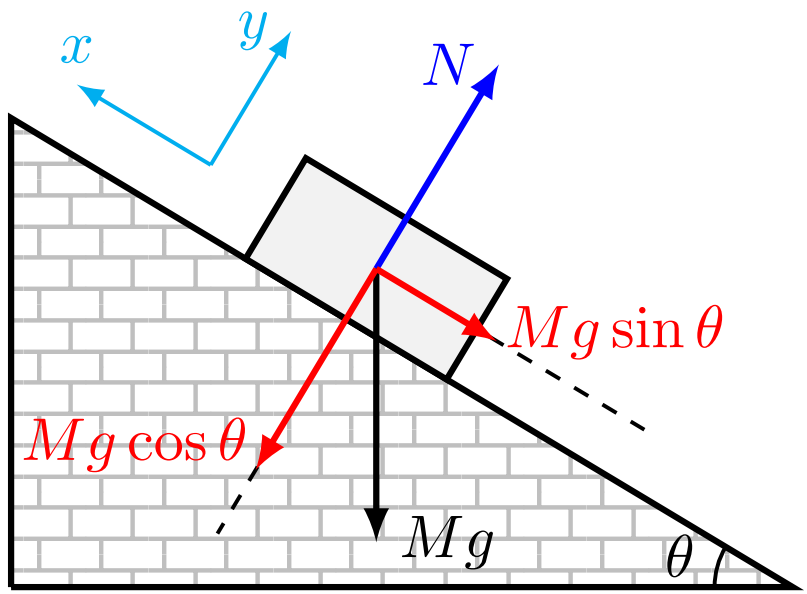
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

سطح شیبدار (Inclined Plane)-مسئله هفتم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

سطح شیبدار (Inclined Plane)-مسئله هفتم



- انتخاب دستگاه مختصات مناسب
- راستای نیروی N و نیروی Mg با یکدیگر زاویه‌ی θ می‌سازد.
- سطح شیبدار با زاویه شیب θ
- جهت حرکت جرم M روی سطح شیبدار
- نمایش نیروی عمود بر سطح N و نیروی وزن Mg

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

سطح شیبدار (Inclined Plane)–مسئله هفتم

قانون دوم نیوتن:

$$\sum \vec{F} = M\vec{a}$$

جسم در جهت مثبت محور x با شتاب a حرکت می کند،

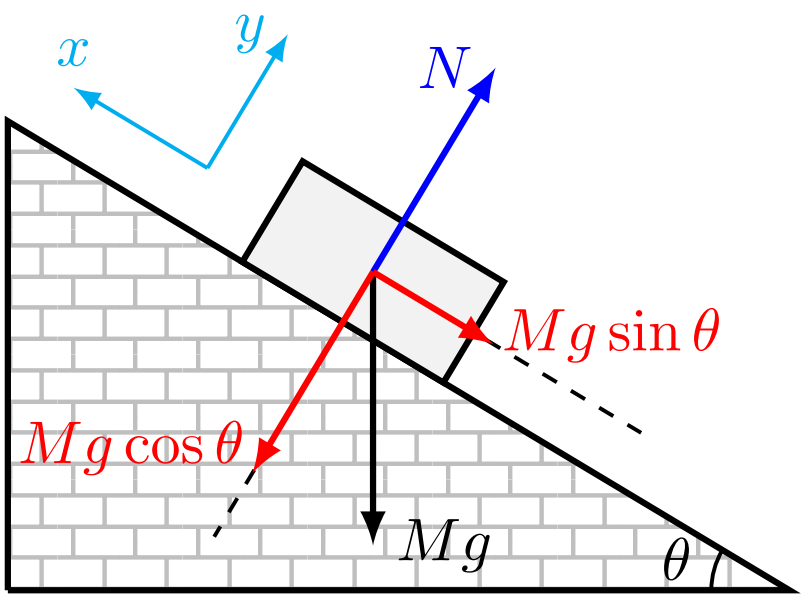
$$\sum F_x = Ma \Rightarrow -Mg\sin\theta = Ma$$

$$a = -g\sin\theta$$

جسم در حین حرکت، سطح شیبدار را ترک نمی‌کند. بنابراین شتاب جسم در امتداد y برابر صفر است،

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - Mg\cos\theta = 0$$

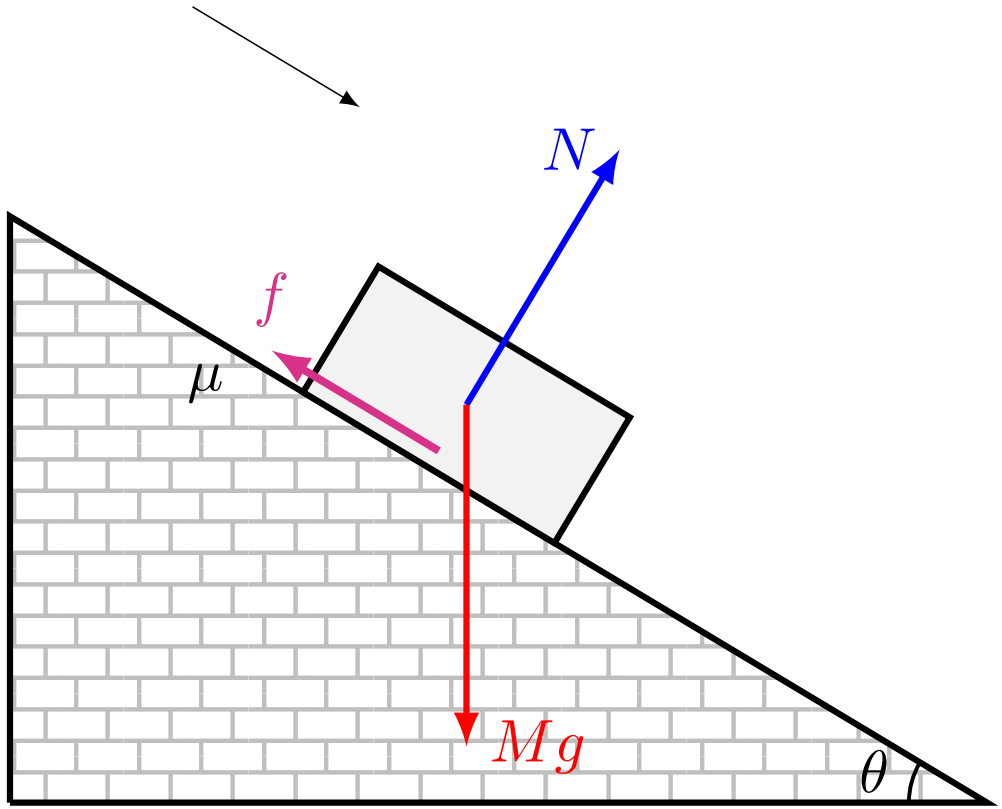
$$N = Mg\cos\theta$$



– تصویر نیروی Mg بر دو راستای محور x و محور y.

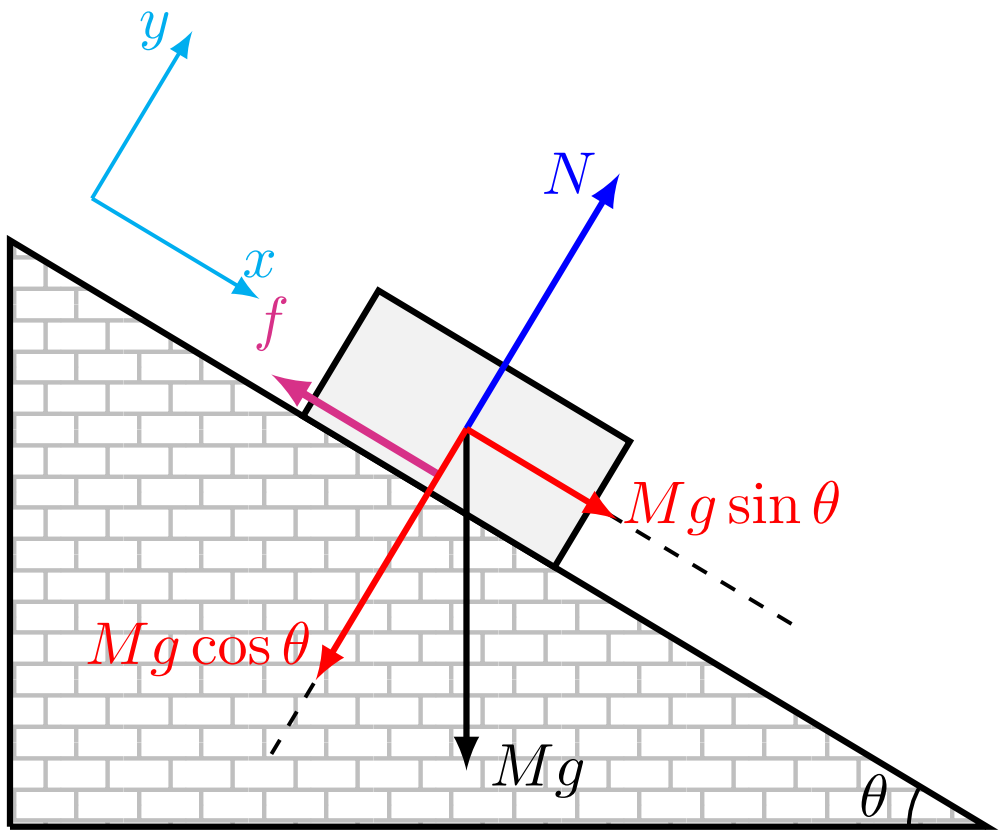
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

سطح شیبدار (Inclined Plane)-مسئله هشتم



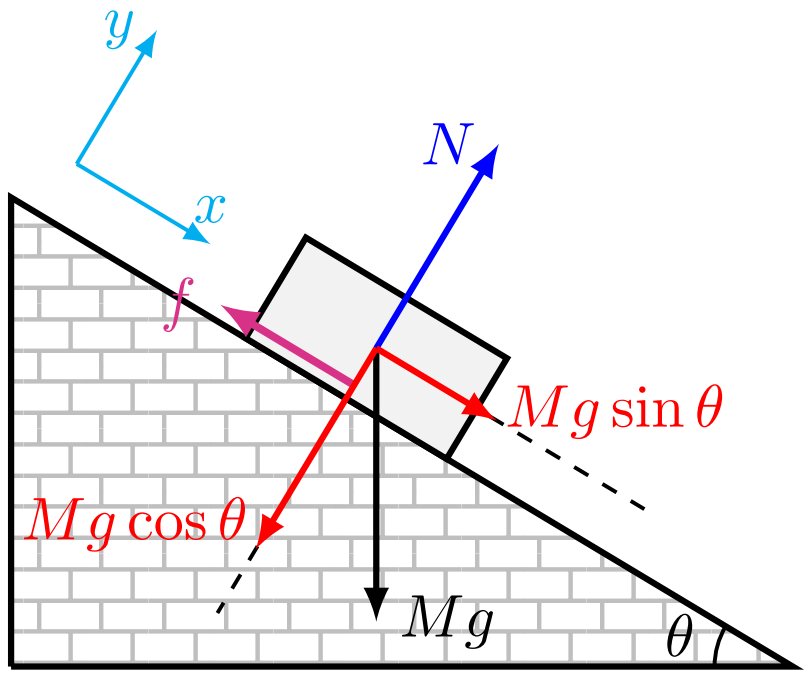
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

سطح شیبدار (Inclined Plane)-مسئله هشتم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

سطح شیبدار (Inclined Plane)-مسئله هشتم



- انتخاب دستگاه مختصات مناسب
- راستای نیروی N و نیروی Mg با یکدیگر زاویه‌ی θ می‌سازد.
- سطح شیبدار با زاویه شیب θ
- جهت حرکت جرم M روی سطح شیبدار
- نمایش نیروی عمود بر سطح N، نیروی وزن Mg و نیروی اصطکاک لغزشی f.

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

سطح شیبدار (Inclined Plane)–مسئله هشتم

قانون دوم نیوتن:

$$\sum \vec{F} = M\vec{a}$$

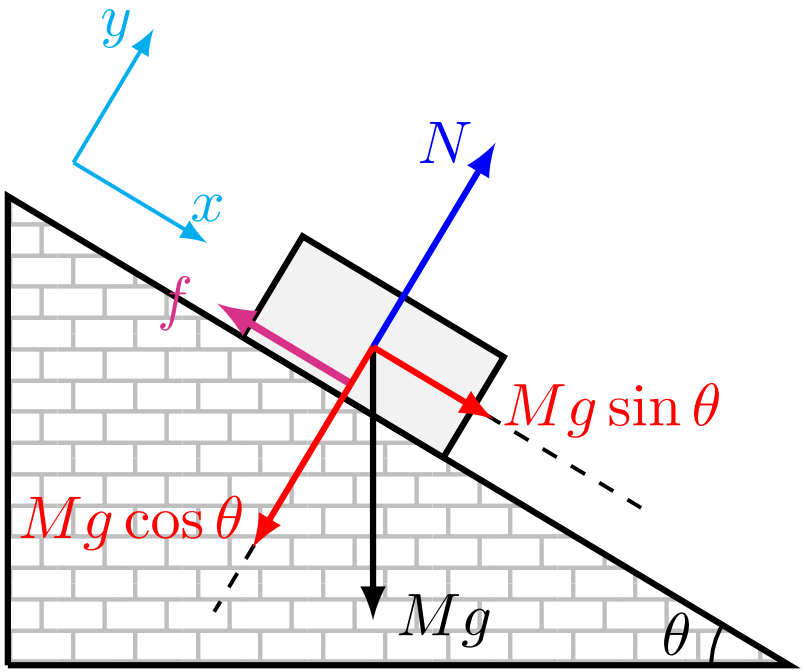
جسم در جهت مثبت محور x با شتاب a حرکت می کند،

$$\sum F_x = Ma \Rightarrow Mg\sin\theta - f = Ma$$

جسم در حین حرکت، سطح شیبدار را ترک نمی‌کند. بنابراین شتاب جسم در امتداد y برابر صفر است،

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - Mg\cos\theta = 0$$

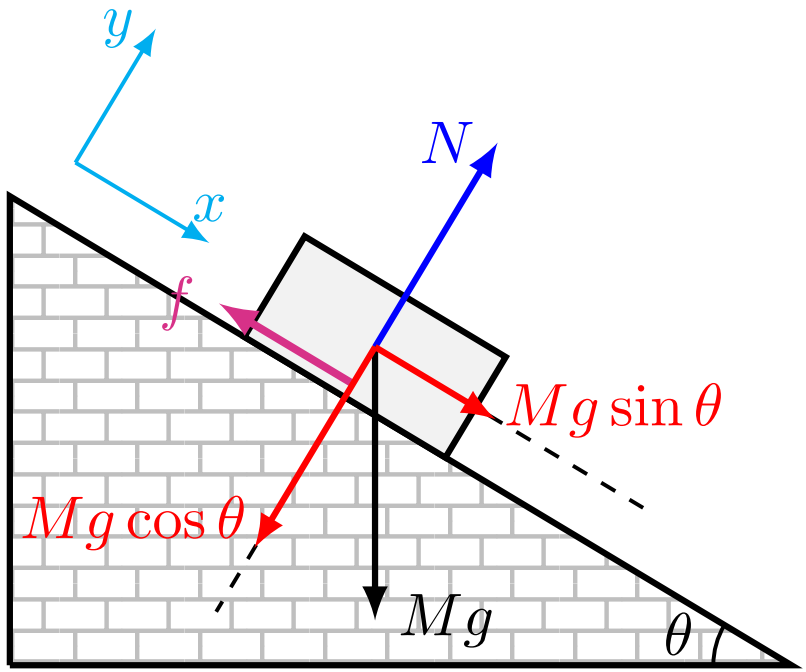
$$N = Mg\cos\theta$$



– تصویر نیروی Mg بر دو راستای محور x و محور y.

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

سطح شیبدار (Inclined Plane)–مسئله هشتم



– تصویر نیروی Mg بر دو راستای محور x و محور y.

قانون دوم نیوتن:

$$Mg\sin\theta - f = Ma$$

$$N = Mg\cos\theta$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی

$$f = \mu N$$

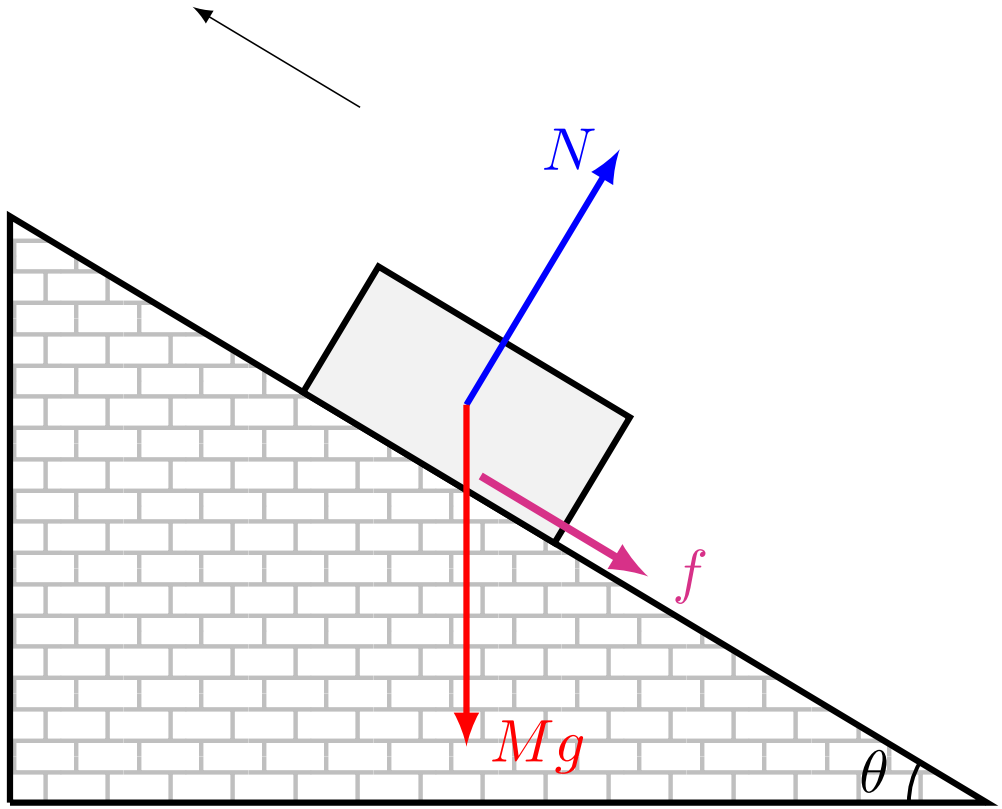
$$f = \mu Mg\cos\theta$$

شتاب جسم،

$$a = (\sin\theta - \mu\cos\theta)g$$

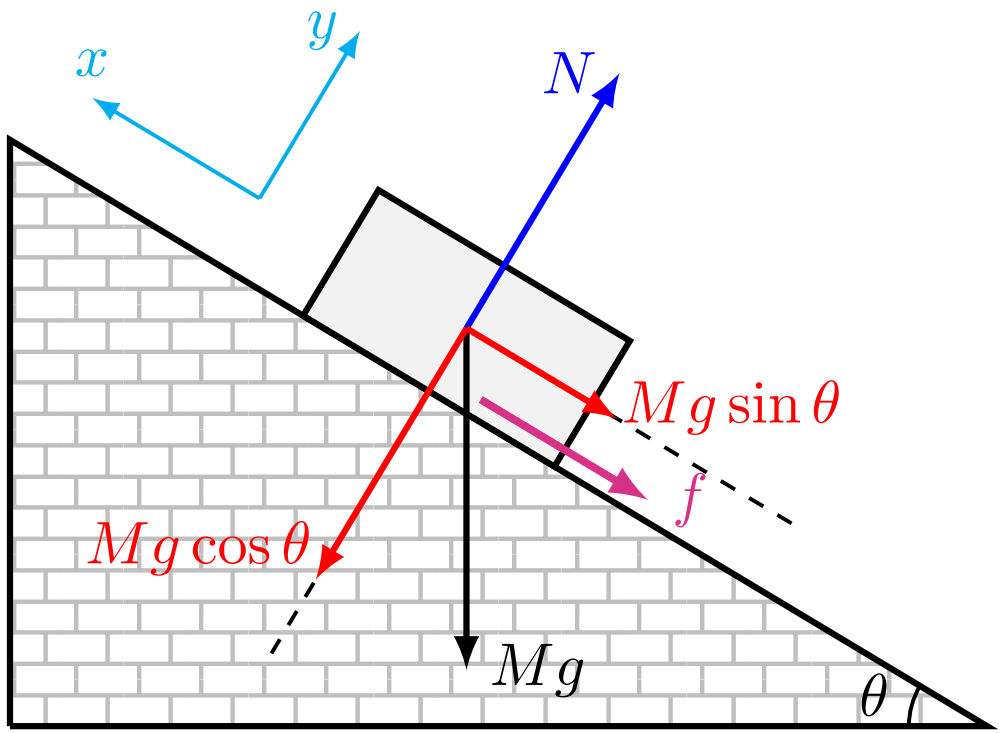
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

سطح شیبدار (Inclined Plane)-مسئله نهم



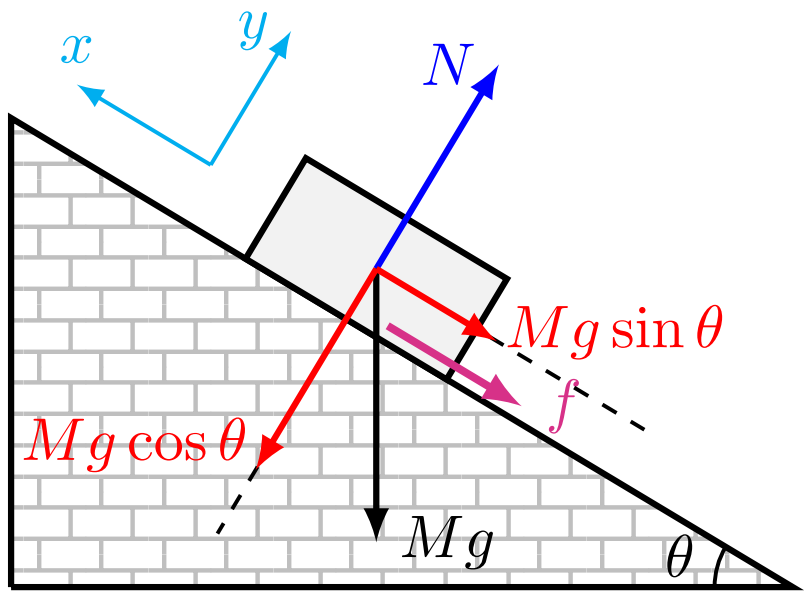
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

سطح شیبدار (Inclined Plane)-مسئله نهم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

سطح شیبدار (Inclined Plane)-مسئله نهم



- انتخاب دستگاه مختصات مناسب
- راستای نیروی N و نیروی Mg با یکدیگر زاویه‌ی θ می‌سازد.
- سطح شیبدار با زاویه شیب θ
- جهت حرکت جرم M روی سطح شیبدار
- نمایش نیروی عمود بر سطح N، نیروی وزن Mg و نیروی اصطکاک لغزشی f.

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

سطح شیبدار (Inclined Plane)–مسئله نهم

قانون دوم نیوتن:

$$\sum \vec{F} = M\vec{a}$$

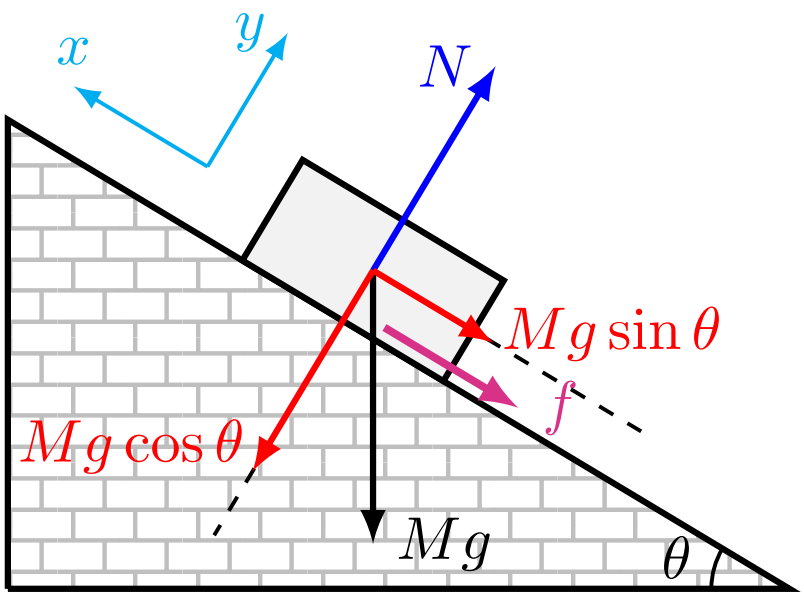
جسم در خلاف مثبت محور x با شتاب a حرکت می کند،

$$\sum F_x = Ma \Rightarrow -Mg\sin\theta - f = Ma$$

جسم در حین حرکت، سطح شیبدار را ترک نمی‌کند. بنابراین شتاب جسم در امتداد y برابر صفر است،

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - Mg\cos\theta = 0$$

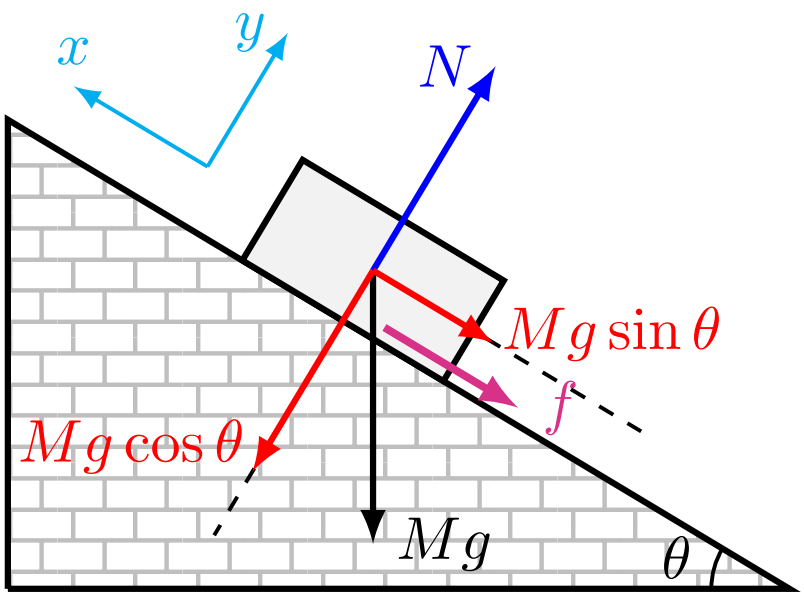
$$N = Mg\cos\theta$$



– تصویر نیروی Mg بر دو راستای محور x و محور y.

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

سطح شیبدار (Inclined Plane)–مسئله نهم



– تصویر نیروی Mg بر دو راستای محور x و محور y.

قانون دوم نیوتن:

$$-Mg\sin\theta - f = Ma$$

$$N = Mg\cos\theta$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی

$$f = \mu N$$

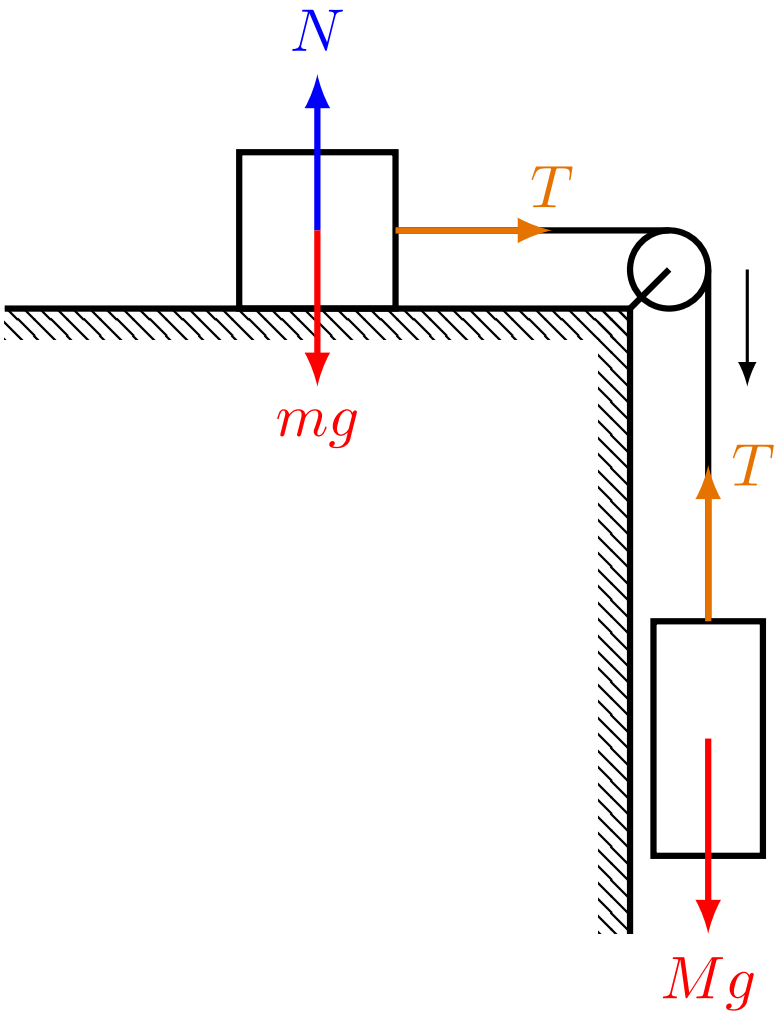
$$f = \mu Mg\cos\theta$$

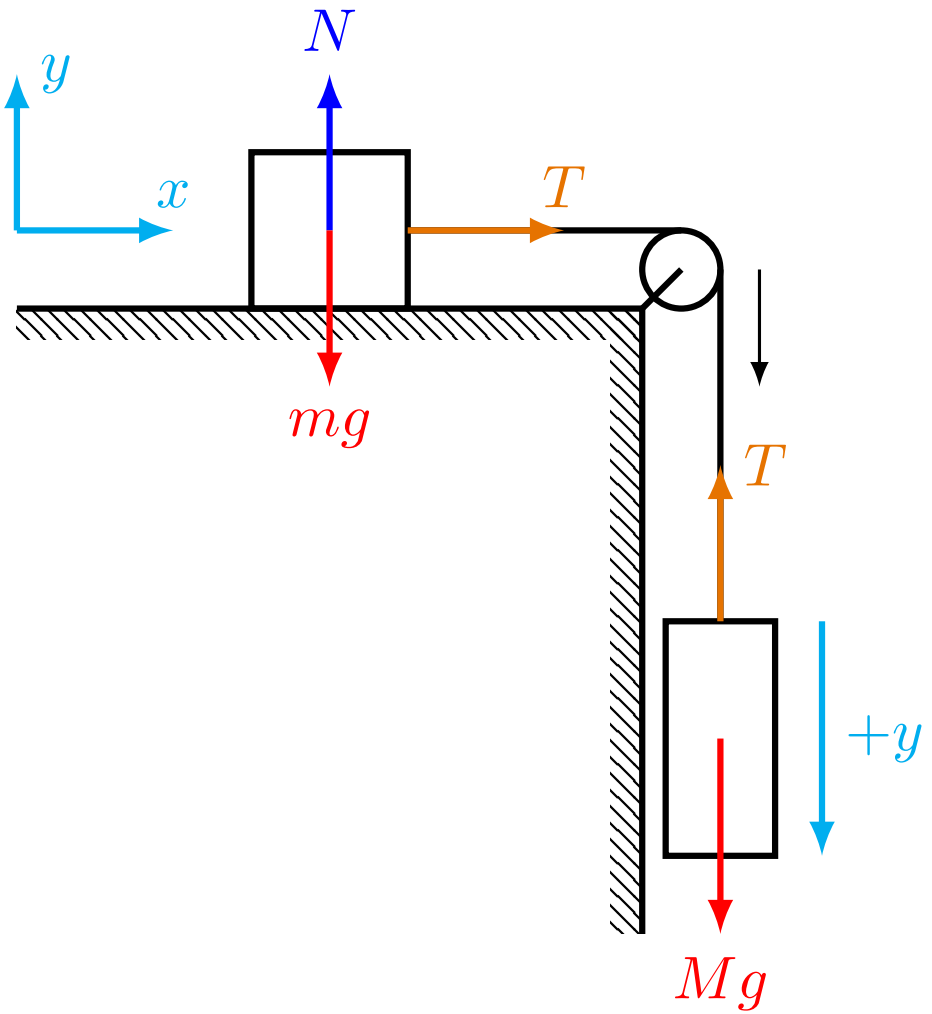
شتاب جسم،

$$a = -(\sin\theta + \mu\cos\theta)g$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

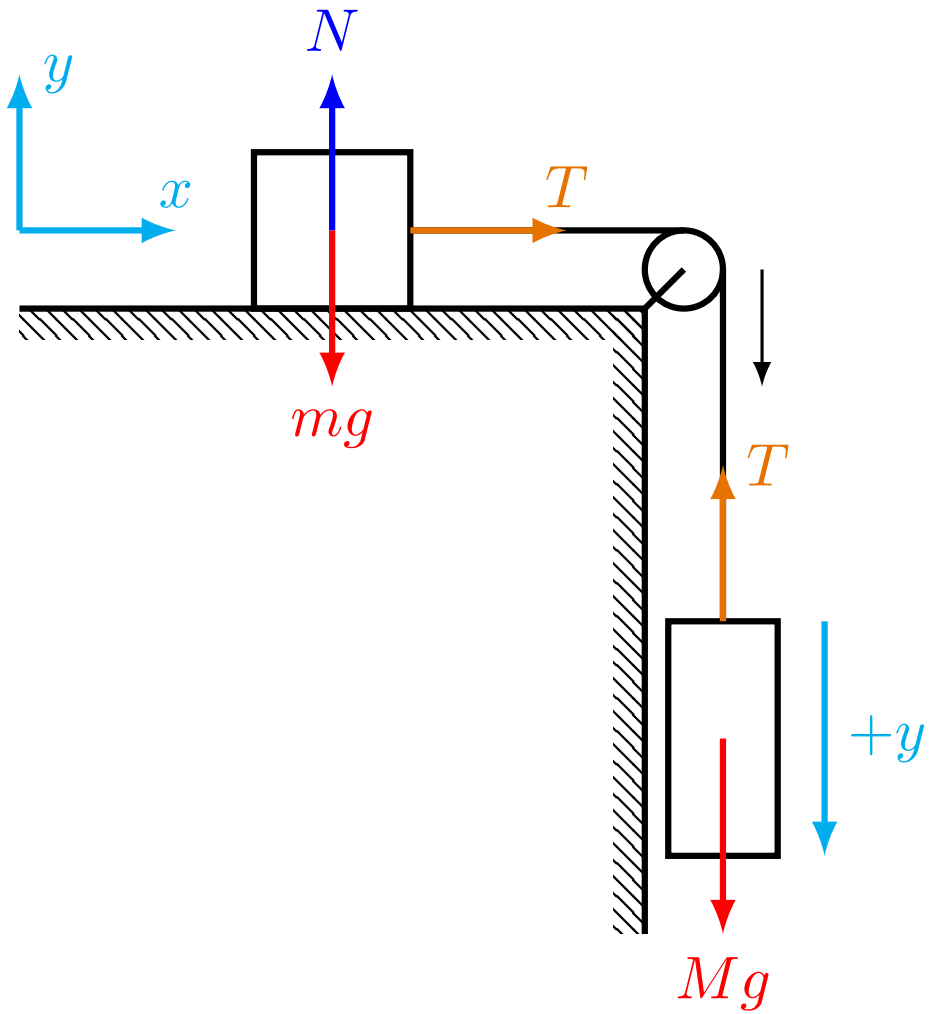
مسئله دهم





کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله دهم



جرم m:

قانون دوم نیوتن در امتداد محور x:

$$\sum F_x = ma$$

$$T = ma$$

قانون دوم نیوتن در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله دهم

جرم m:

$$T = ma$$

جرم M:

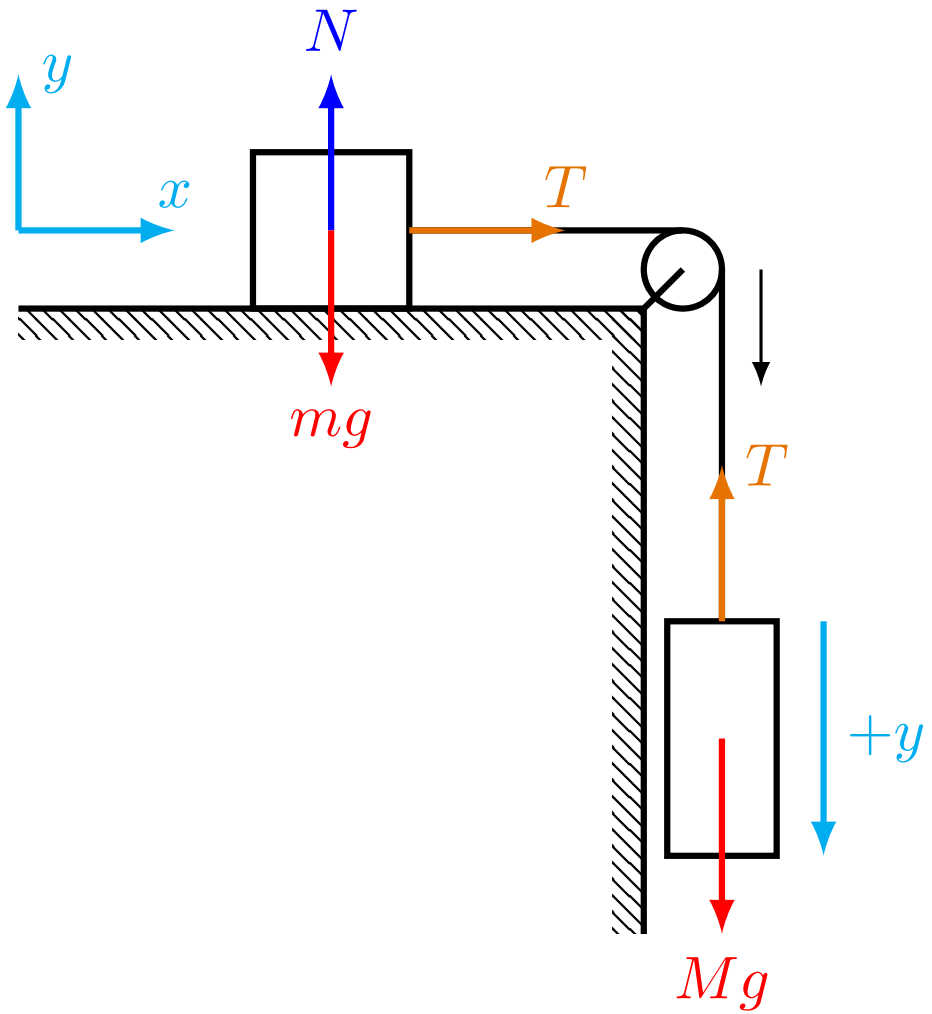
قانون دوم نیوتن در امتداد محور y:

$$\sum F_y = Ma$$

$$Mg - T = Ma$$

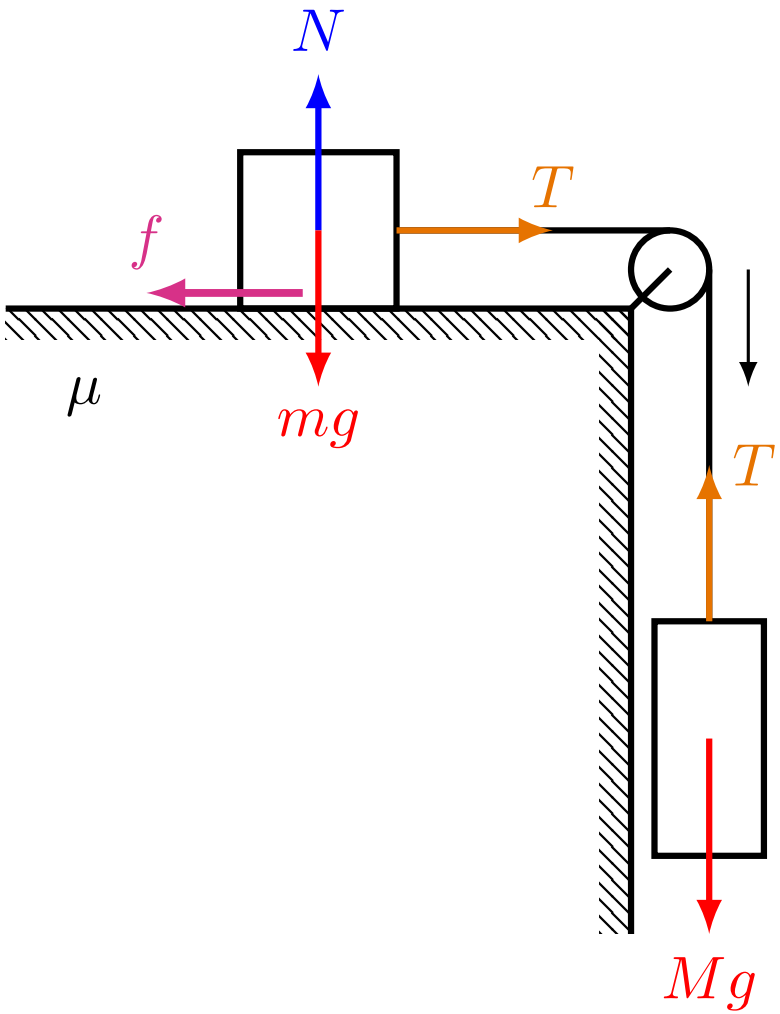
$$\begin{cases} T = ma \\ Mg - T = Ma \end{cases}$$

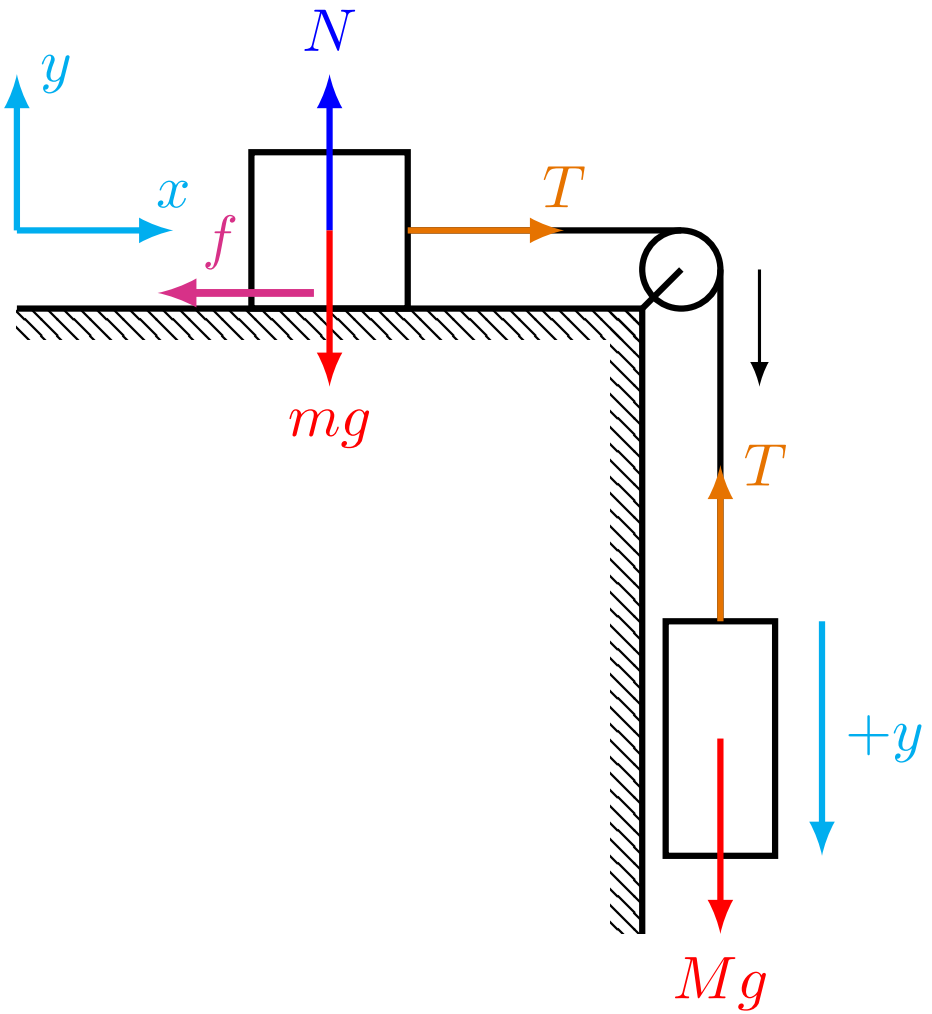
$$a = \frac{M}{M+m}g, \quad T = \left(\frac{M}{M+m}\right)mg$$



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

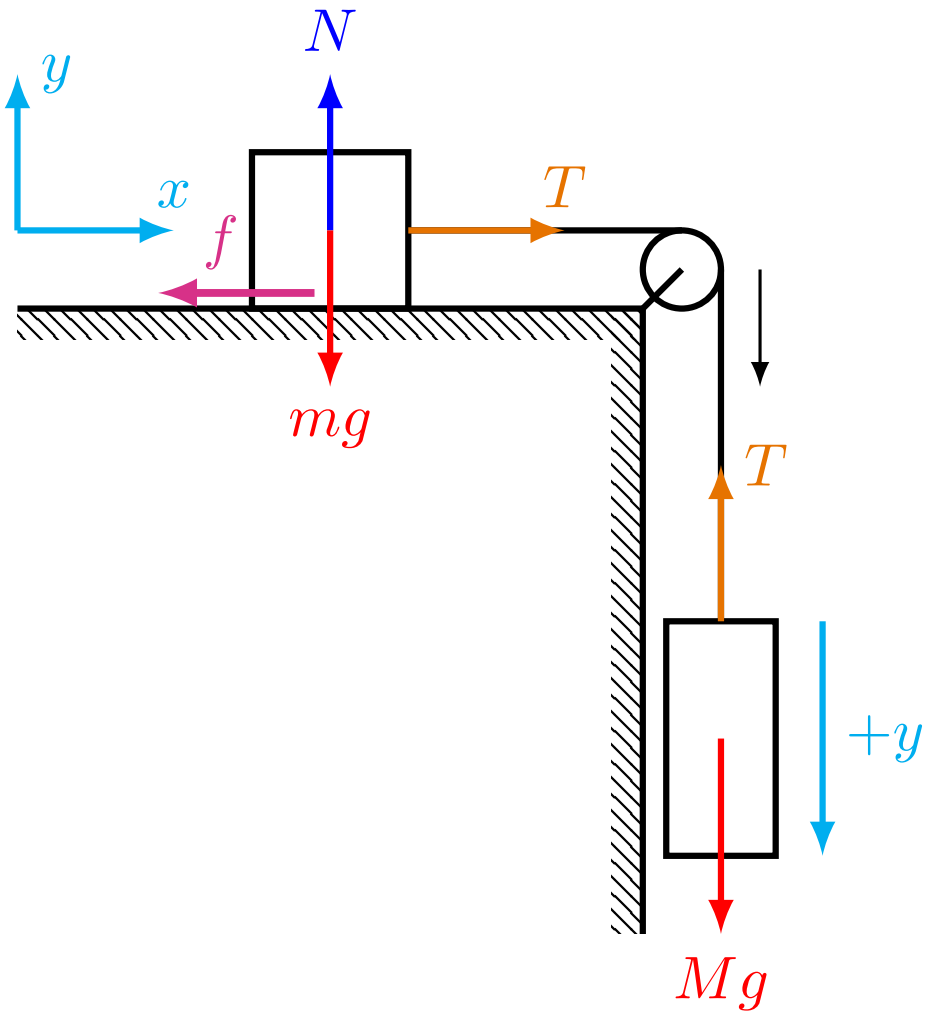
مسئله یازدهم





کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله یازدهم



جرم m:

قانون دوم نیوتن در امتداد محور x:

$$\sum F_x = ma$$

$$T - f = ma$$

قانون دوم نیوتن در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

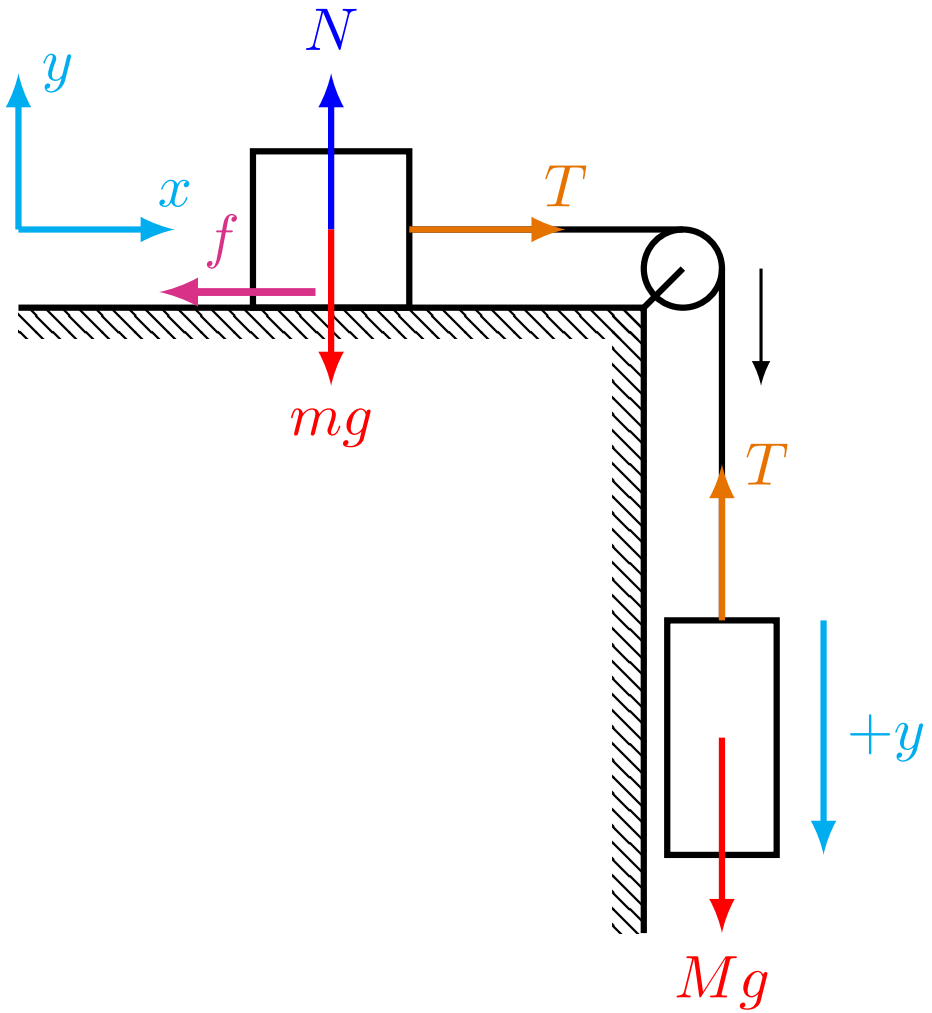
$$N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی:

$$f = \mu N = \mu mg$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله یازدهم



جرم m:

$$T - \mu mg = ma$$

جرم M:

قانون دوم نیوتن در امتداد محور y:

$$\sum F_y = Ma$$

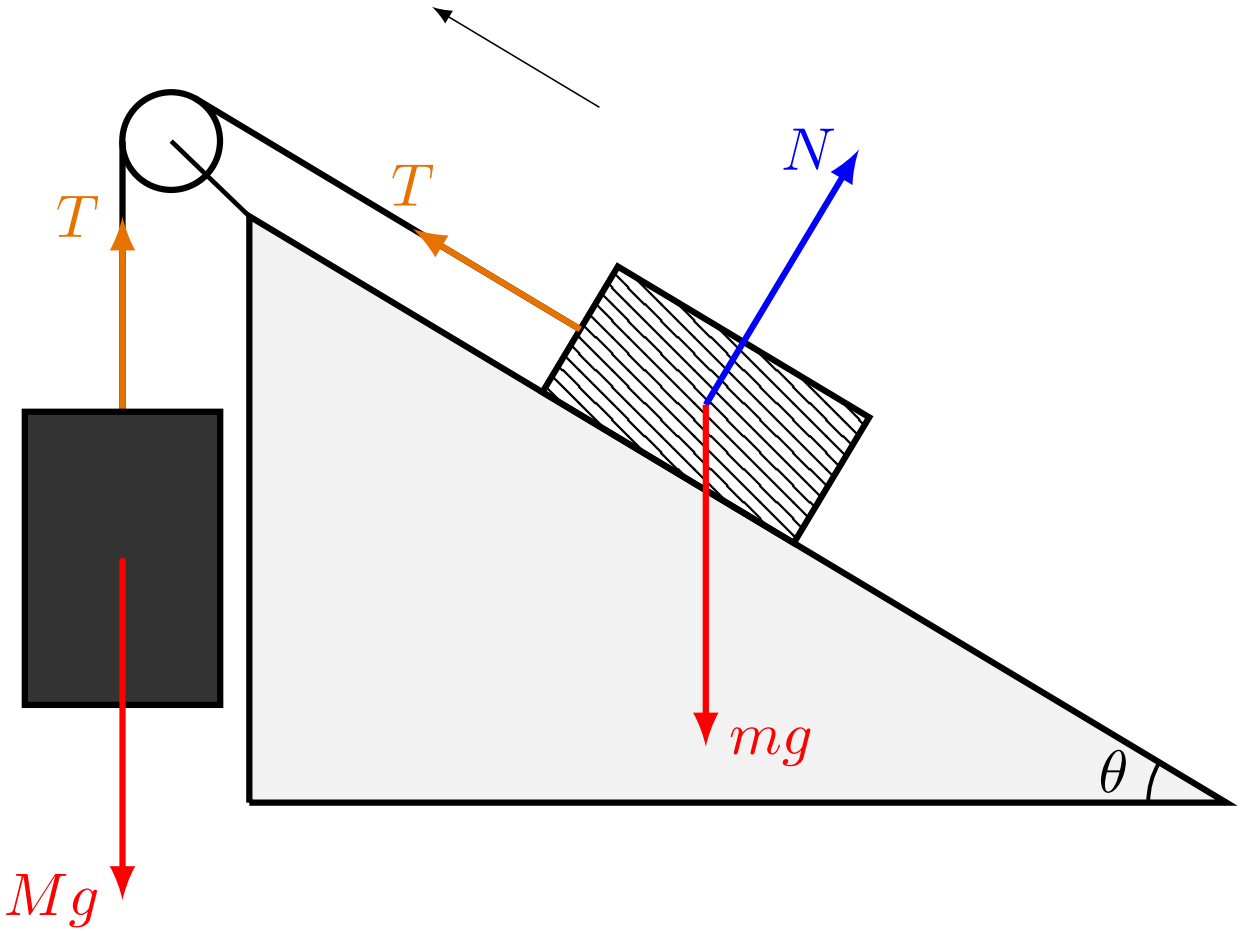
$$Mg - T = Ma$$

$$\begin{cases} T - \mu mg = ma \\ Mg - T = Ma \end{cases}$$

$$a = \left(\frac{M - \mu m}{M + m}\right) g, \quad T = \left(\frac{(1+\mu)m}{M+m}\right) Mg$$

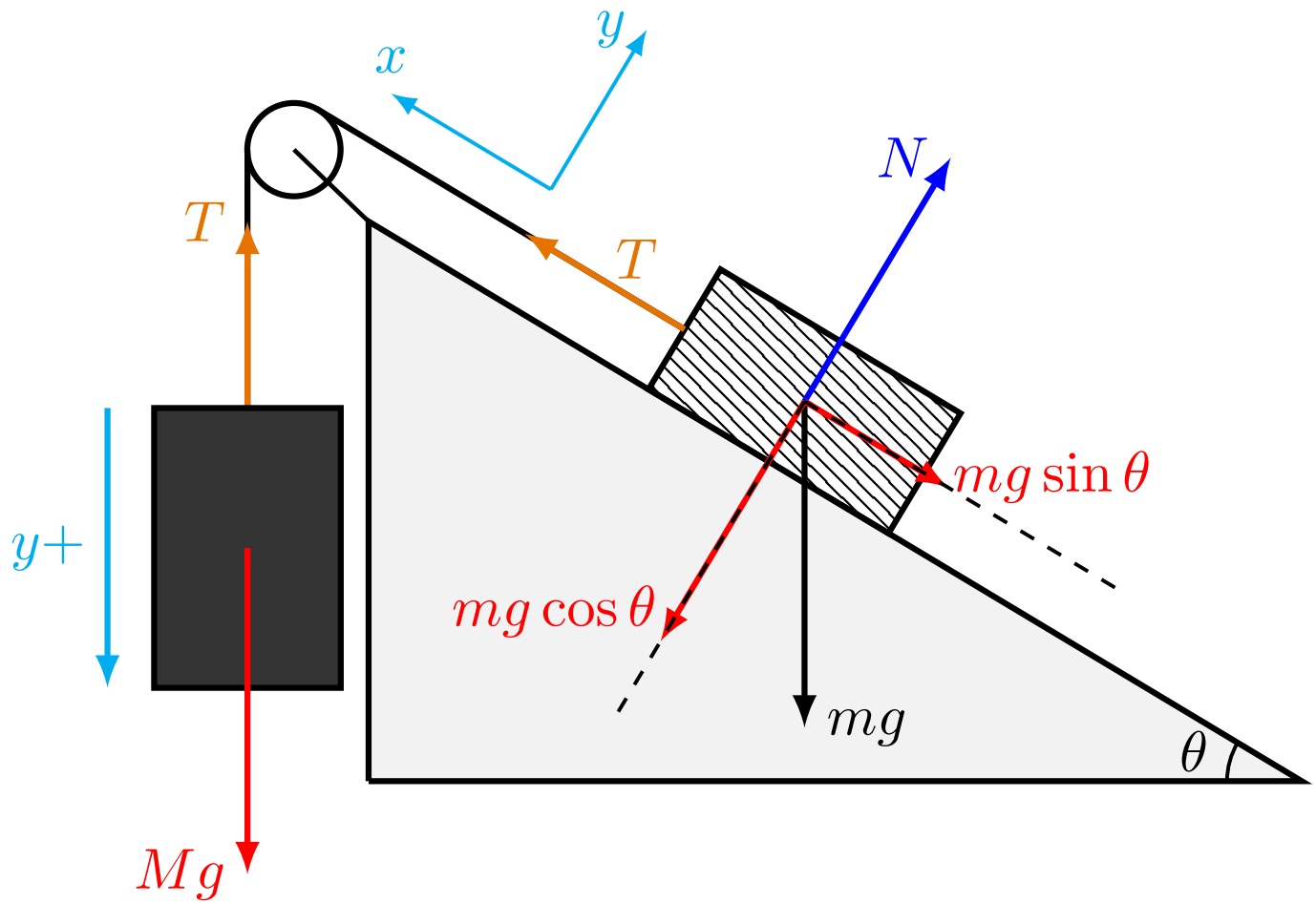
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله دوازدهم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله دوازدهم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله دوازدهم

جرم M:

قانون دوم نیوتن در امتداد محور y:

$$\sum F_y = Ma$$

$$Mg - T = Ma$$

جرم m:

قانون دوم نیوتن در امتداد محور x:

$$\sum F_x = ma$$

$$T - mg\sin\theta = ma$$

قانون دوم نیوتن در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N = mg\cos\theta$$

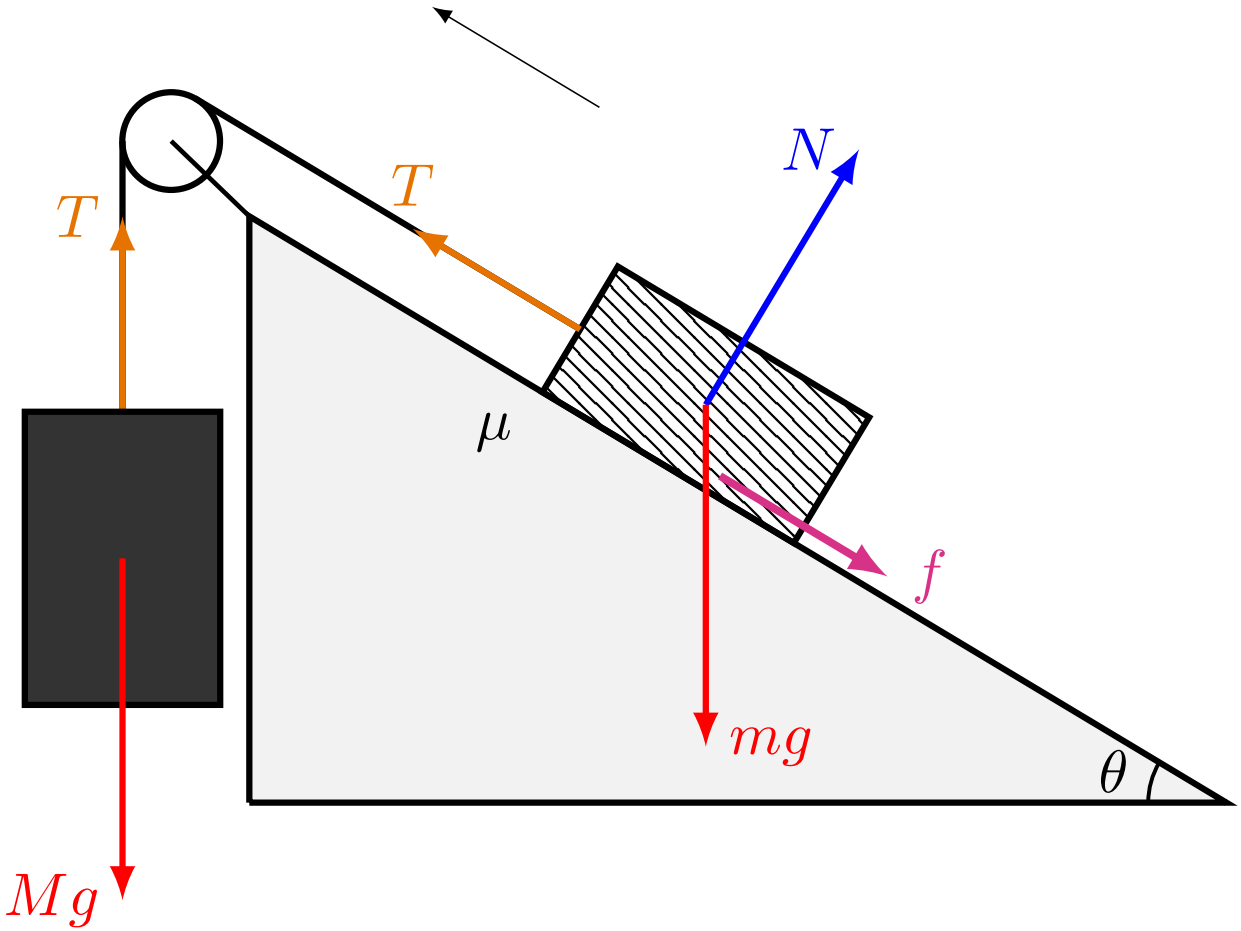
$$\begin{cases} Mg - T = Ma \\ T - mg\sin\theta = ma \end{cases}$$

$$a = \left(\frac{M - m\sin\theta}{M + m}\right) g$$

$$T = \left(\frac{m(1 + \sin\theta)}{M + m}\right) Mg$$

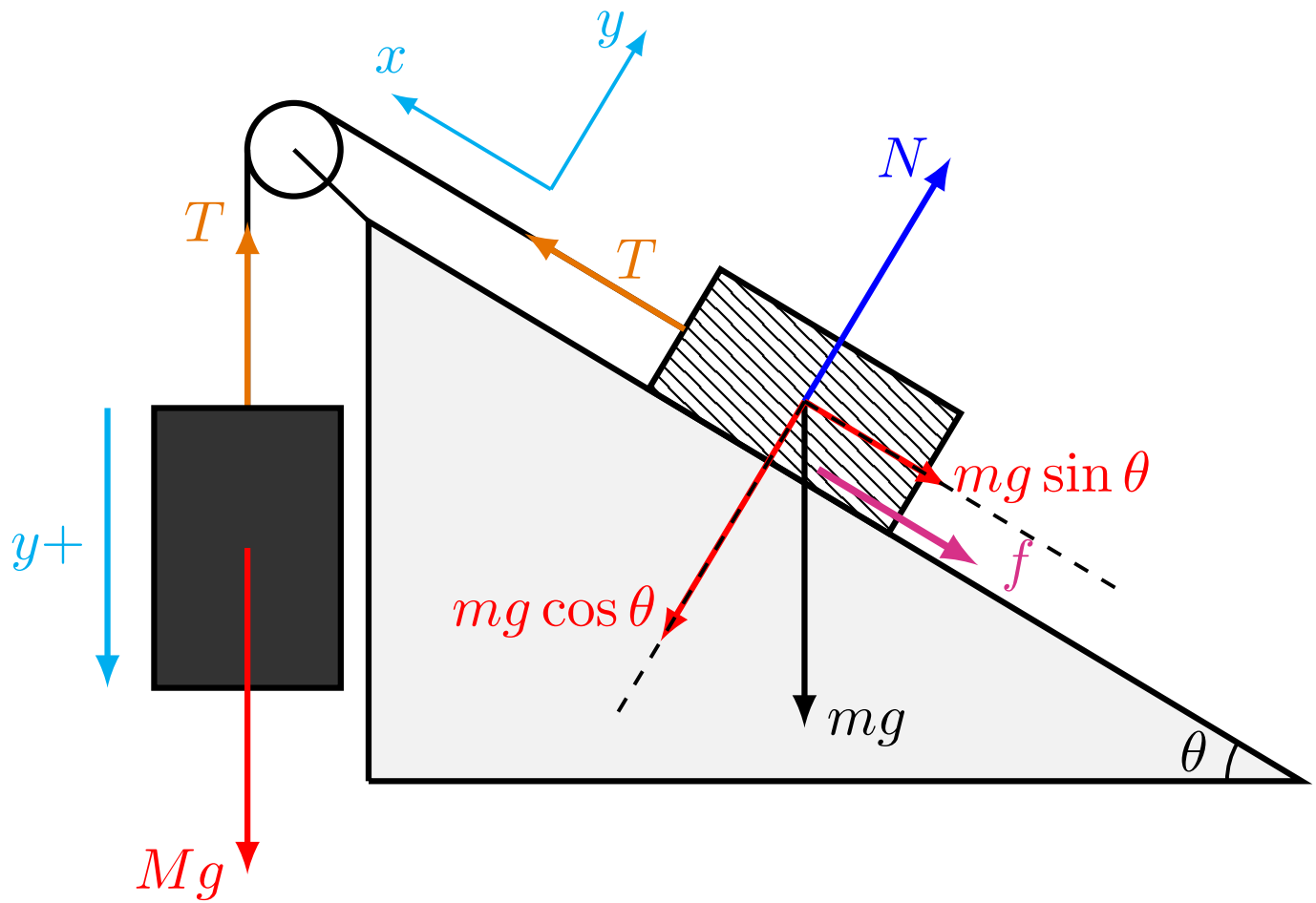
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله سیزدهم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله سیزدهم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله سیزدهم

قانون دوم نیوتن در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N = mg\cos\theta$$

جرم M:

قانون دوم نیوتن در امتداد محور y:

$$\sum F_y = Ma$$

$$Mg - T = Ma$$

جرم m:

قانون دوم نیوتن در امتداد محور x:

$$\sum F_x = ma$$

$$T - mg\sin\theta - f = ma$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی:

$$f = \mu N$$

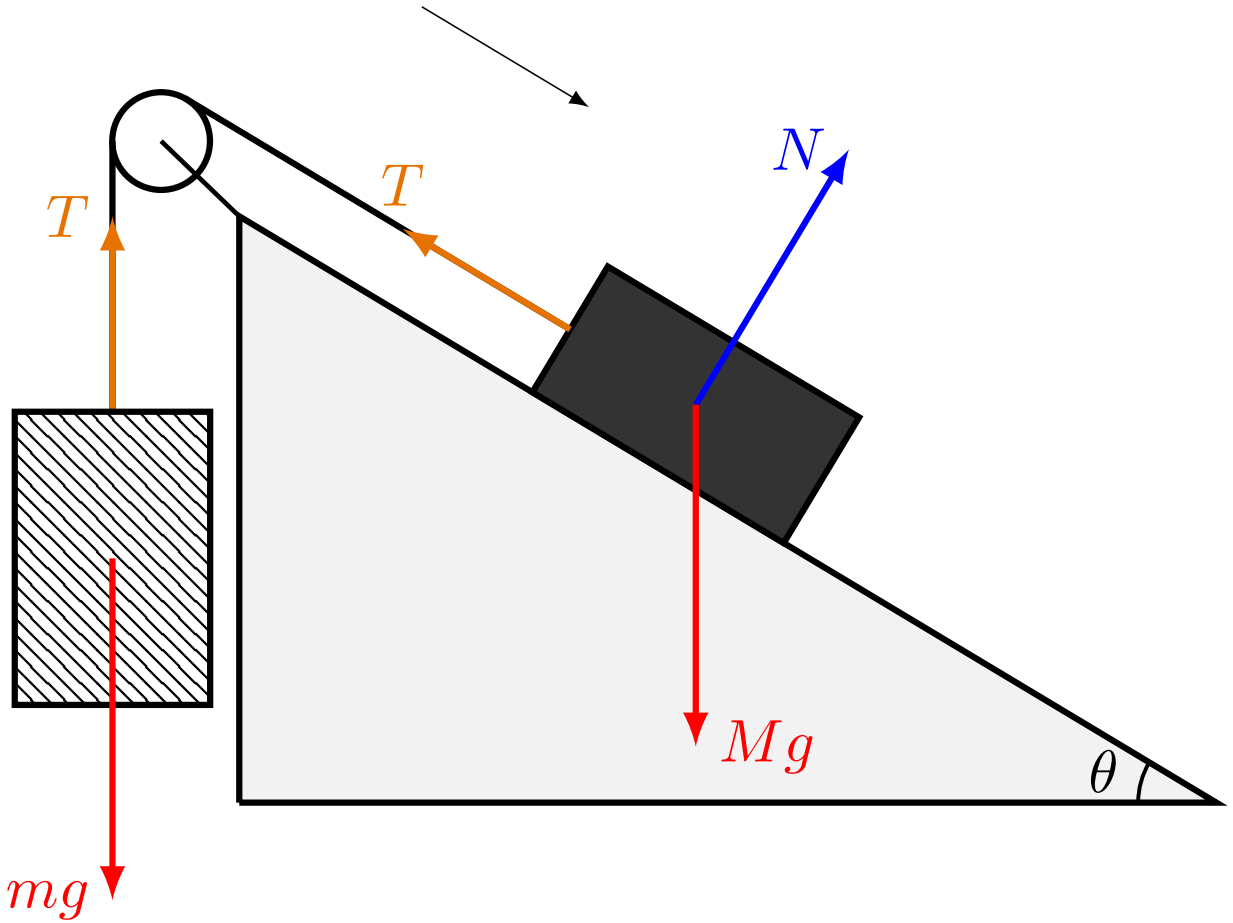
$$\begin{cases} Mg - T = Ma \\ T - mg(\sin\theta + \mu\cos\theta) = ma \end{cases}$$

$$a = \left(\frac{M - m(\sin\theta + \mu\cos\theta)}{M + m}\right) g$$

$$T = \left(\frac{m(1 + \sin\theta + \mu\cos\theta)}{M + m}\right) Mg$$

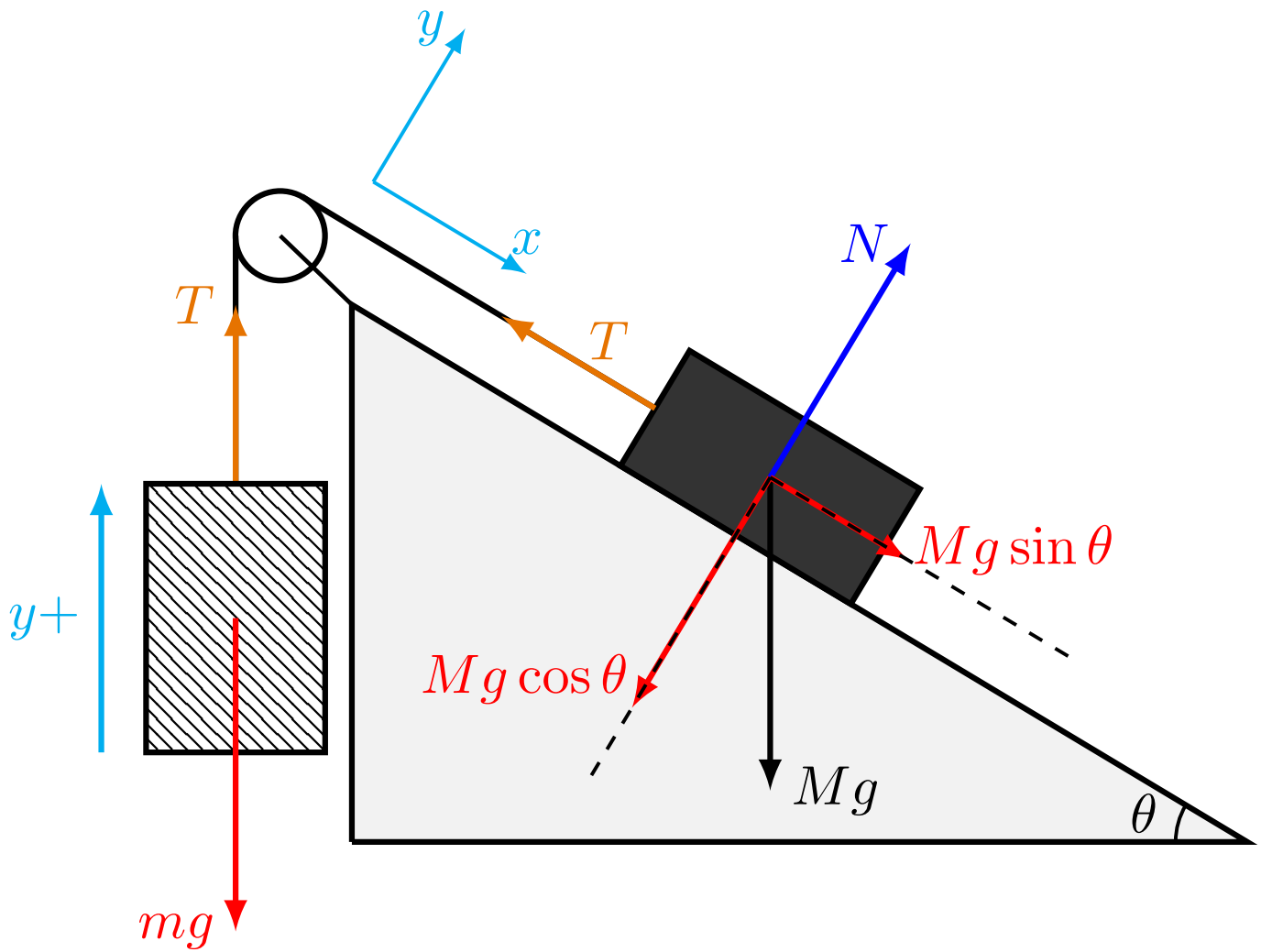
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله چهاردهم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله چهاردهم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله چهاردهم

جرم m:

قانون دوم نیوتن در امتداد محور y:

$$\sum F_y = ma$$

$$T - mg = ma$$

جرم M:

قانون دوم نیوتن در امتداد محور x:

$$\sum F_x = Ma$$

$$Mg\sin\theta - T = Ma$$

قانون دوم نیوتن در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N = Mg\cos\theta$$

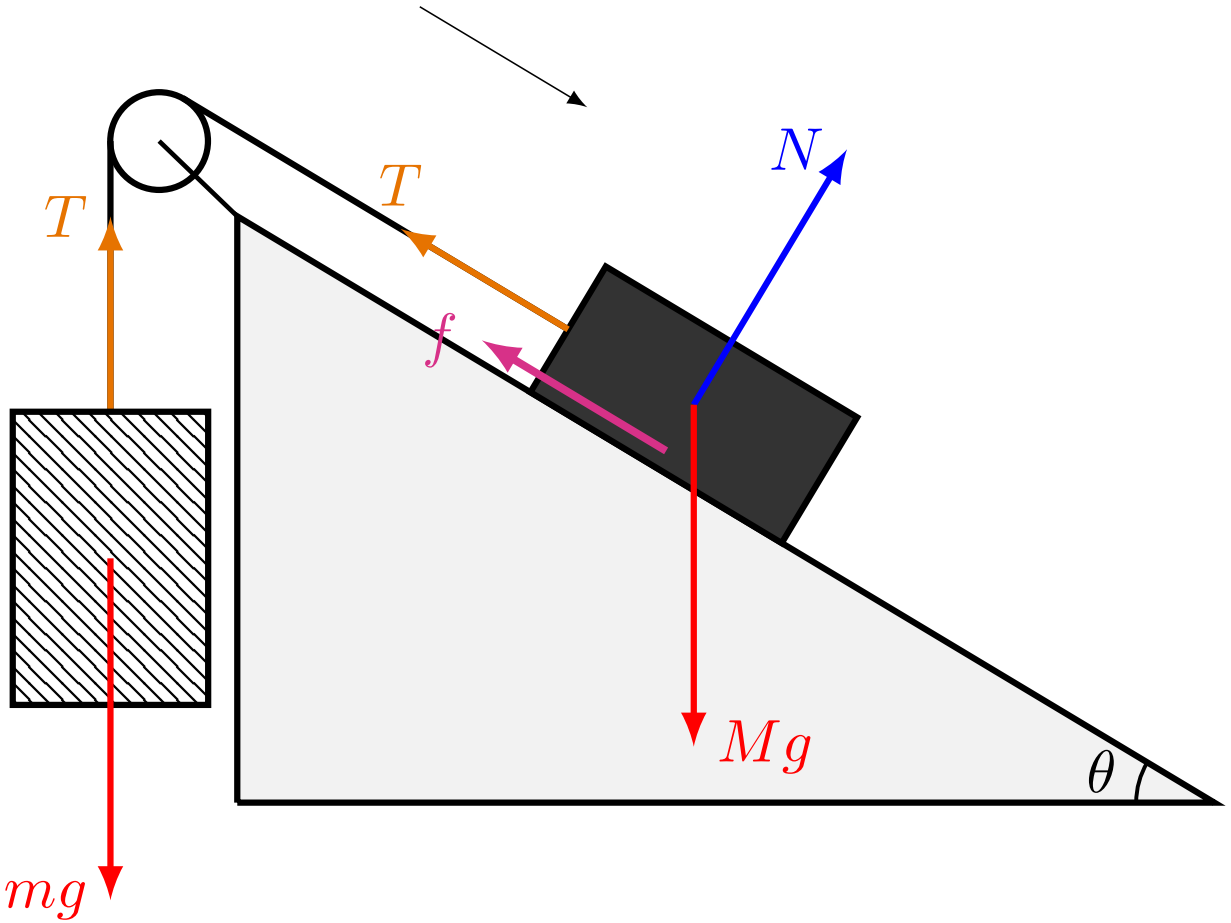
$$\begin{cases} T - mg = ma \\ Mg\sin\theta - T = Ma \end{cases}$$

$$a = \left(\frac{M\sin\theta - m}{M+m}\right) g$$

$$T = \left(\frac{M(1+\sin\theta)}{M+m}\right) mg$$

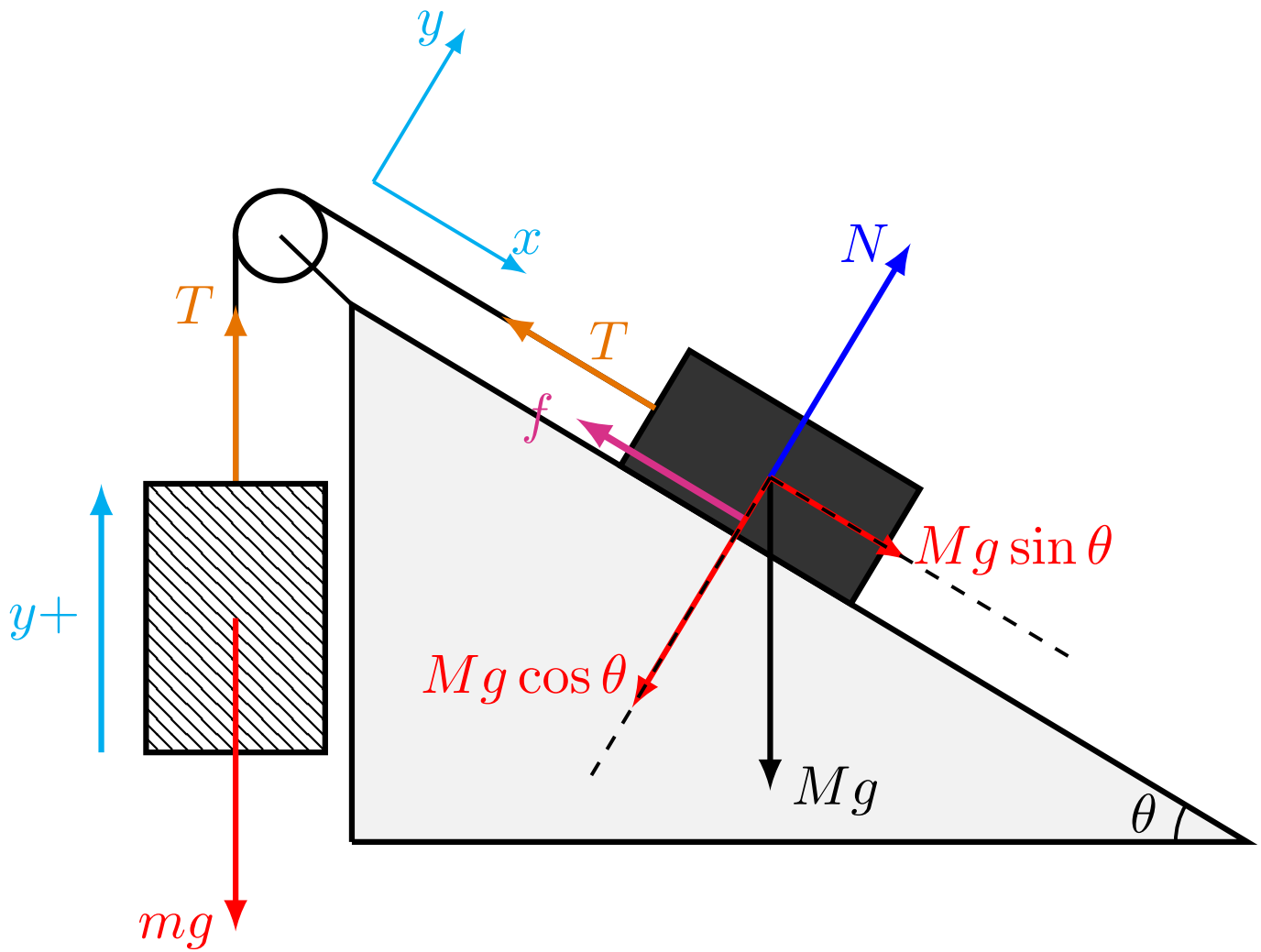
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله پانزدهم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله پانزدهم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله پانزدهم

قانون دوم نیوتن در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N = Mg\cos\theta$$

جرم m:

قانون دوم نیوتن در امتداد محور y:

$$\sum F_y = ma$$

$$T - mg = ma$$

جرم M:

قانون دوم نیوتن در امتداد محور x:

$$\sum F_x = Ma$$

$$Mg\sin\theta - T - f = Ma$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی:

$$f = \mu N$$

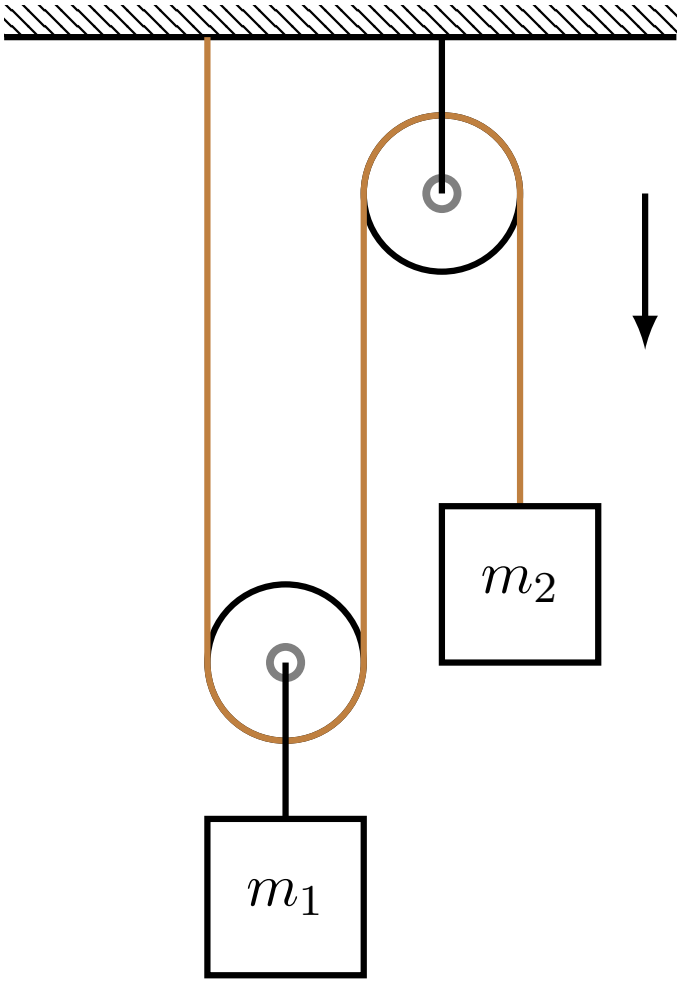
$$\begin{cases} T - mg = ma \\ Mg(\sin\theta - \mu\cos\theta) - T = Ma \end{cases}$$

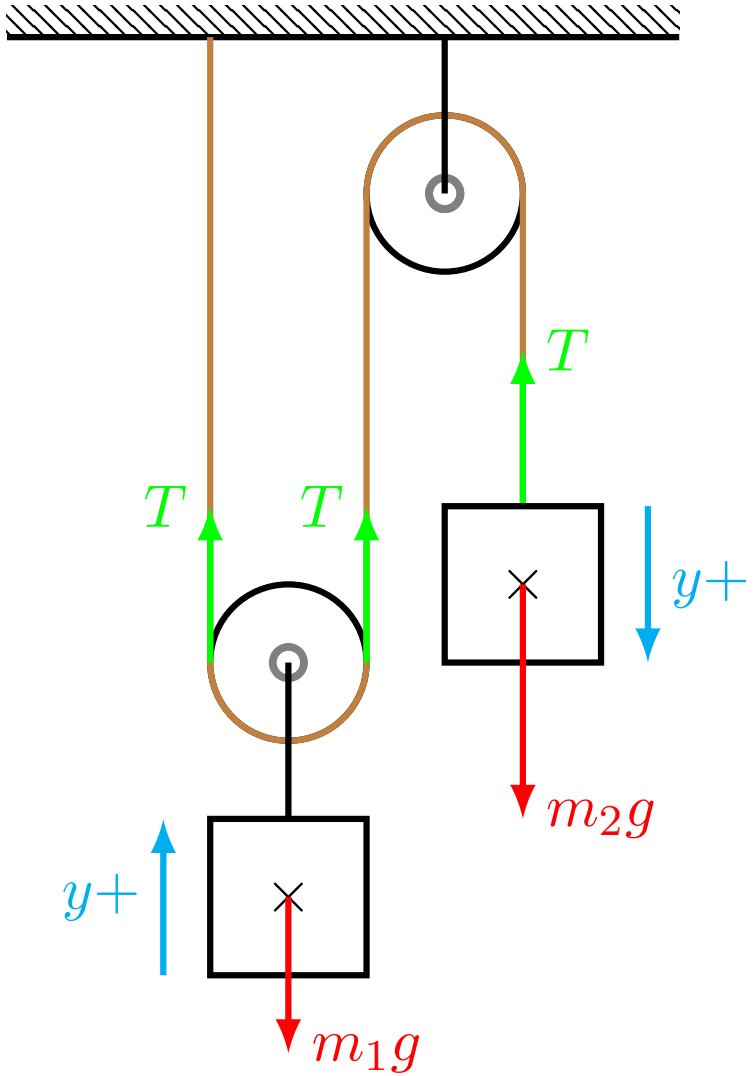
$$a = \left(\frac{M(\sin\theta - \mu\cos\theta) - m}{M+m}\right) g$$

$$T = \left(\frac{M(1 + \sin\theta - \mu\cos\theta)}{M+m}\right) mg$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

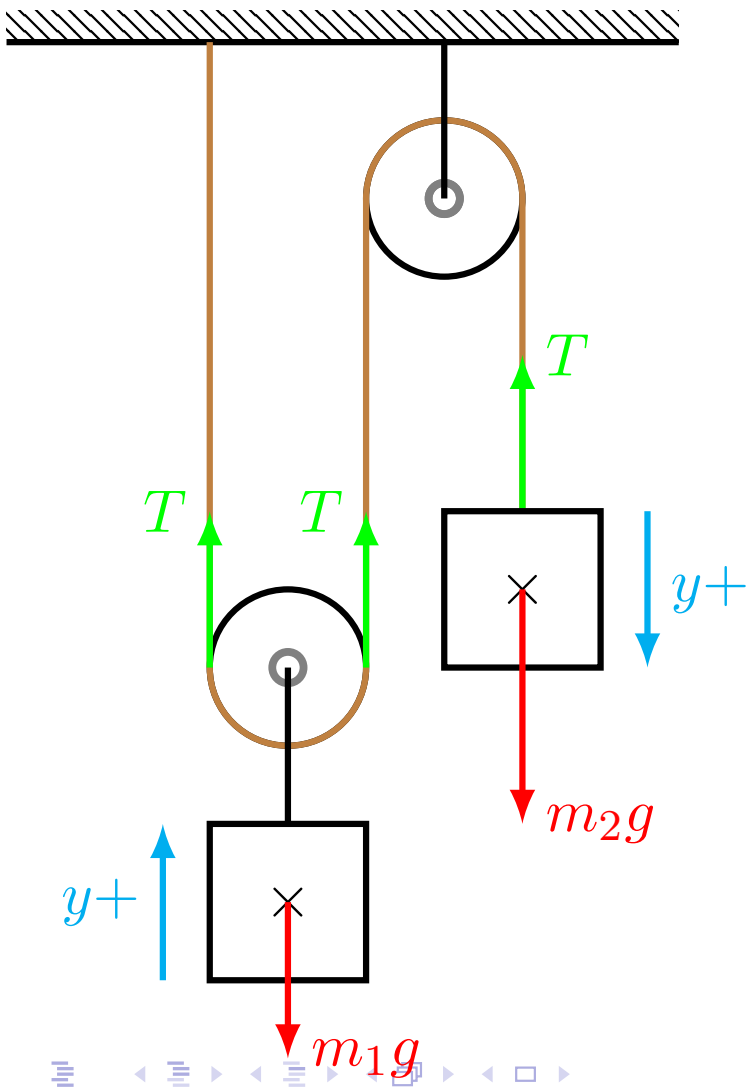
مسئله شانزدهم





کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله شانزدهم



قانون دوم نیوتن برای جرم m_1:
در امتداد محور y:

$$\sum F_y = m_1 a_1$$

$$2T - m_1 g = m_1 a_1$$

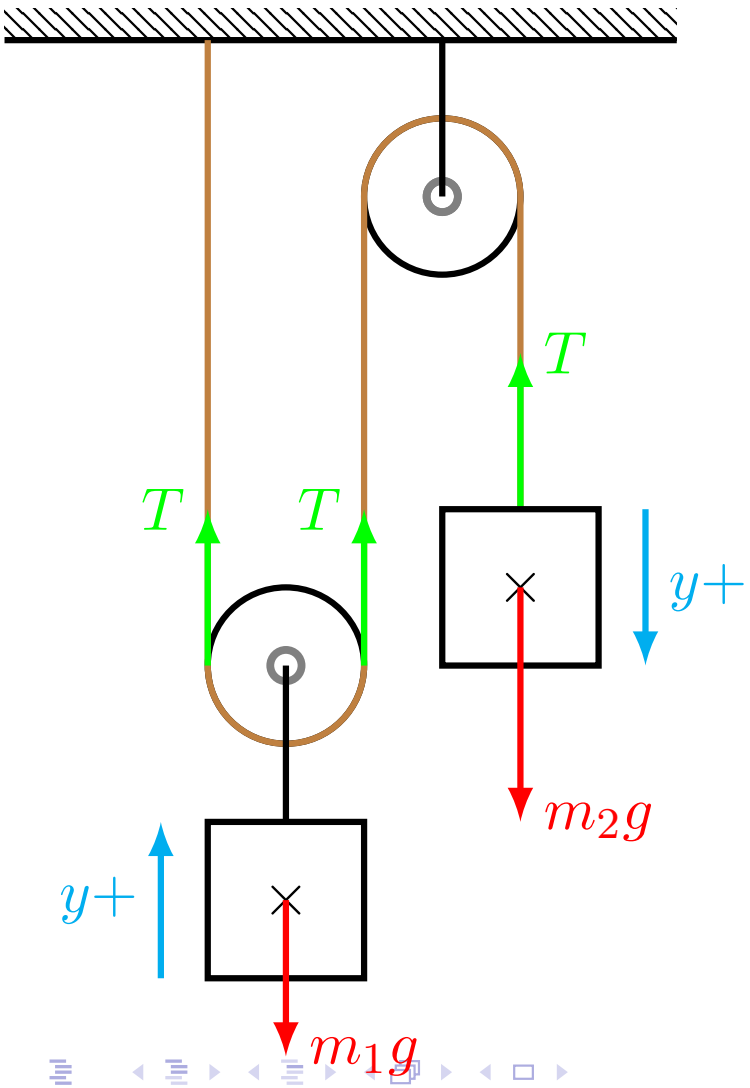
قانون دوم نیوتن برای جرم m_2:
در امتداد محور y:

$$\sum F_y = m_2 a_2$$

$$m_2 g - T = m_2 a_2$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله شانزدهم



قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} 2T - m_1 g = m_1 a_1 \\ m_2 g - T = m_2 a_2 \end{cases}$$

نکته: اگر جرم m_2 به اندازه y بطرف پایین جابجا شود، جرم m_1 به اندازه $y/2$ بطرف بالا جابجا می‌شود. یعنی

$$y_1 = y/2, \quad y_2 = y$$

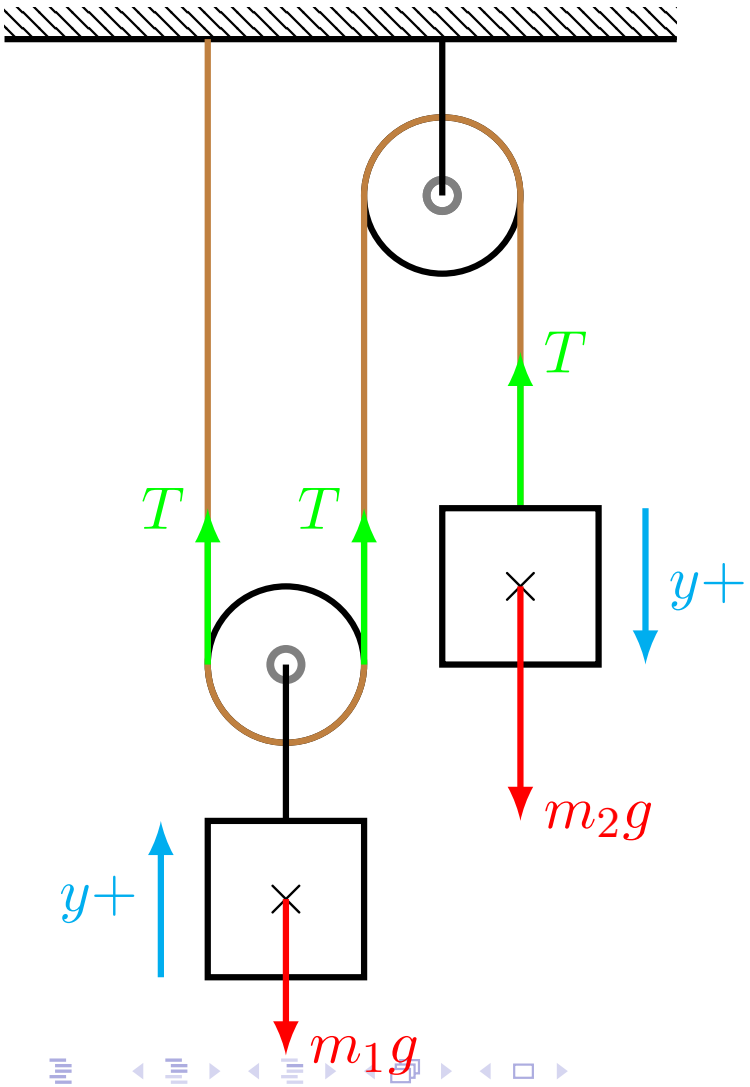
$$\dot{y}_1 = \dot{y}/2, \quad \dot{y}_2 = \dot{y}$$

$$a_1 = \ddot{y}_1 = \ddot{y}/2, \quad a_2 = \ddot{y}_2 = \ddot{y}$$

$$a_2 = 2a_1 = \ddot{y}$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله شانزدهم



قانون دوم نیوتن:

بصورت یک نتیجه، ذره‌ای با کشش T شتابی دو برابر ذره‌ای با کشش $2T$ دارد.

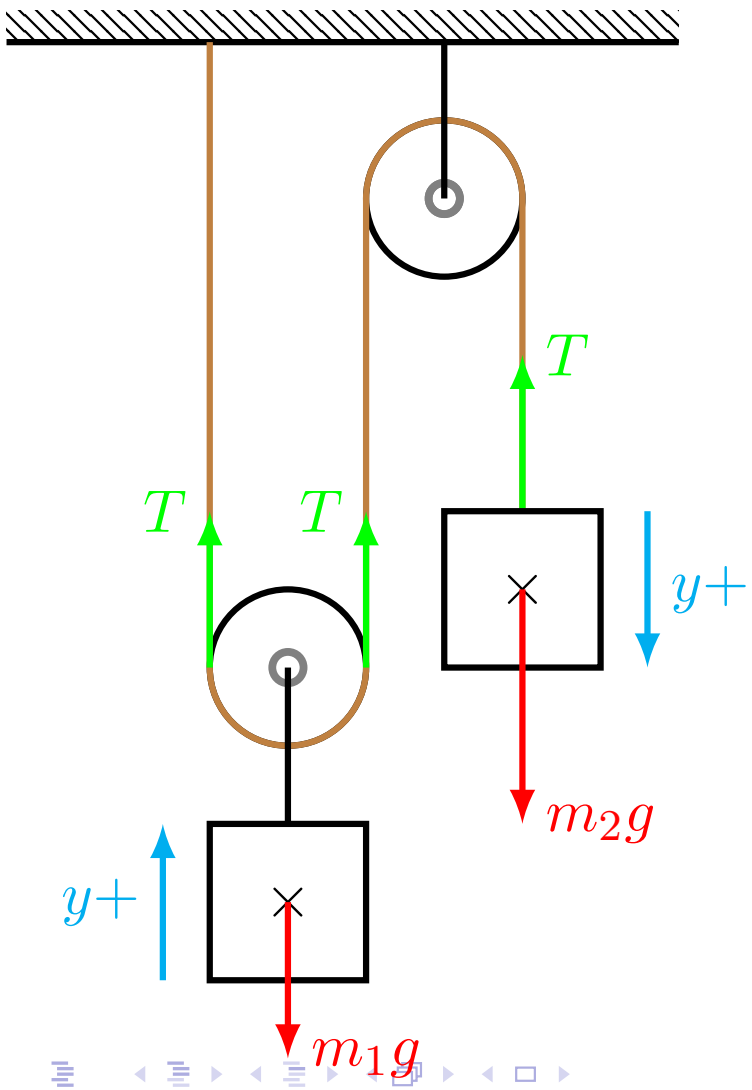
$$\begin{cases} 2T - m_1 g = m_1 a_1 \\ m_2 g - T = m_2 a_2 \\ a_2 = 2a_1 \end{cases}$$

بنابراین

$$\begin{cases} 2T - m_1 g = m_1 a_1 \\ m_2 g - T = 2m_2 a_1 \end{cases}$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله شانزدهم



قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} 2T - m_1 g = m_1 a_1 \\ m_2 g - T = 2 m_2 a_1 \end{cases}$$

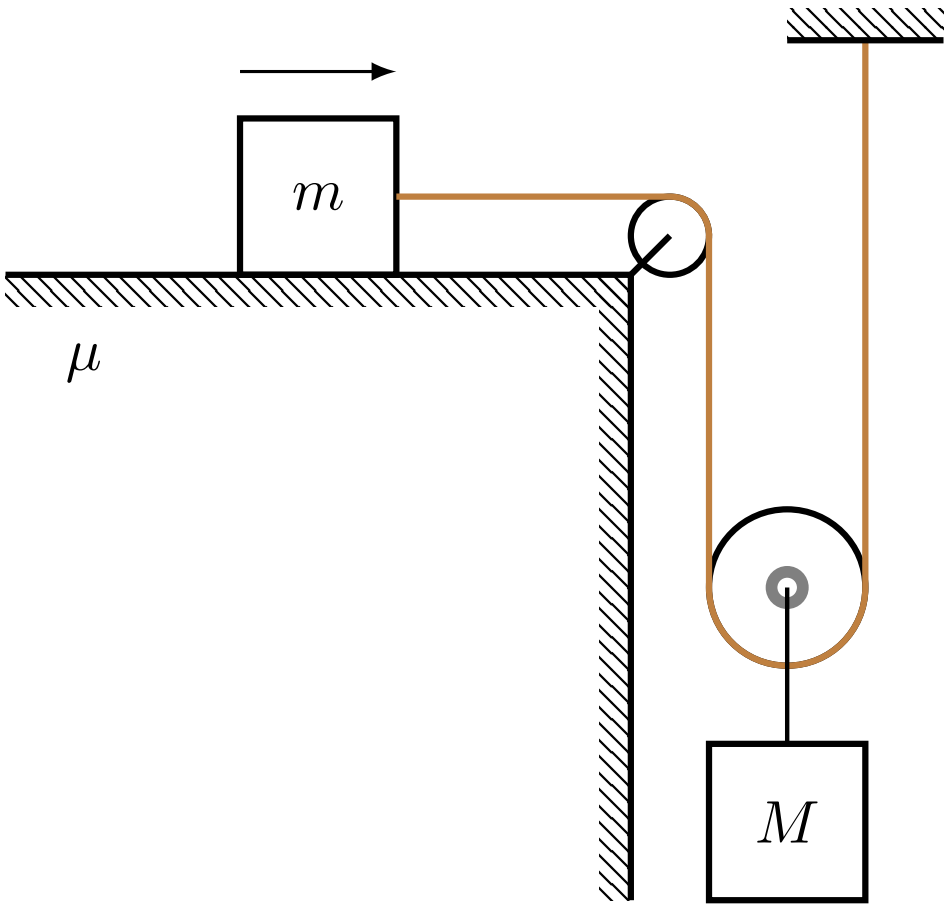
$$a_1 = \left(\frac{2m_2 - m_1}{4m_2 + m_1} \right) g$$

$$a_2 = 2a_1 = \left(\frac{4m_2 - 2m_1}{4m_2 + m_1} \right) g$$

$$T = \left(\frac{3m_1 m_2}{4m_2 + m_1} \right) g$$

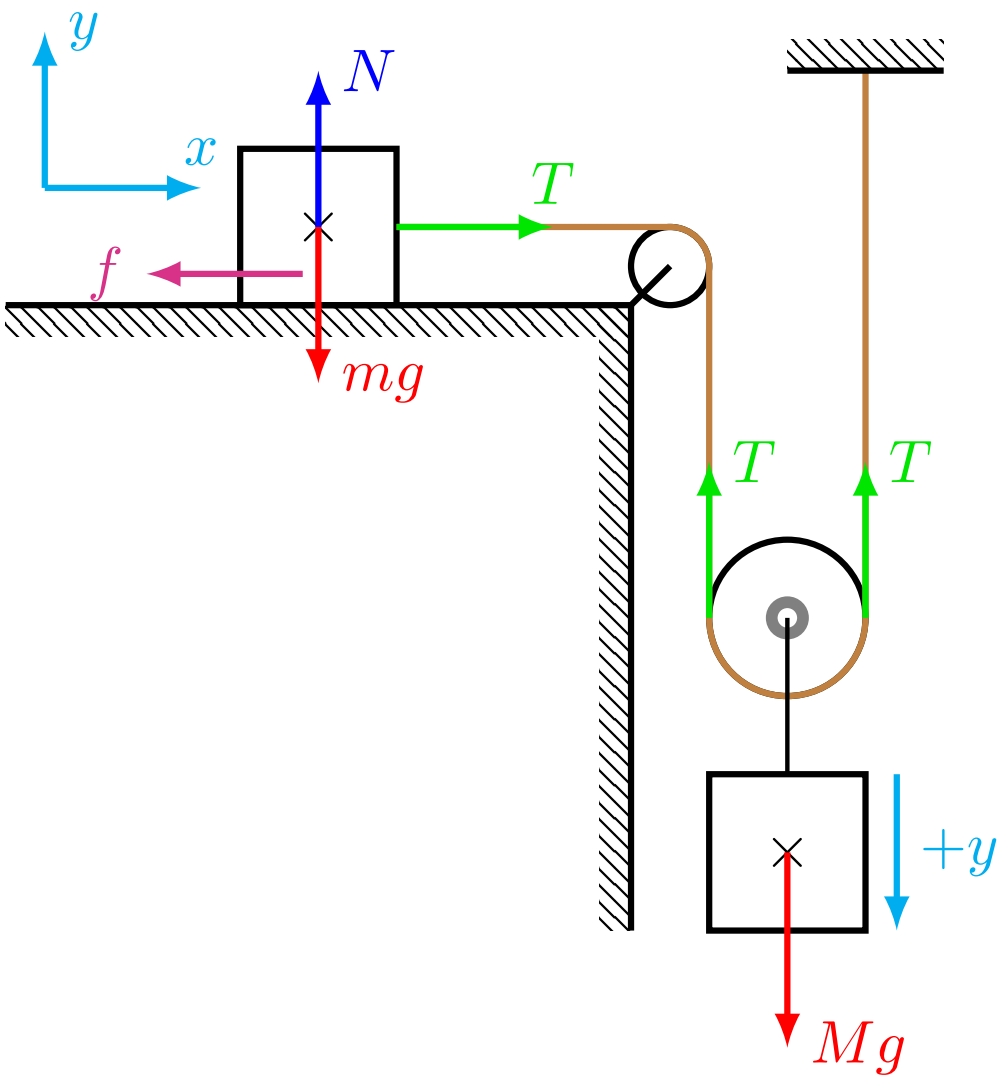
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله هفدهم



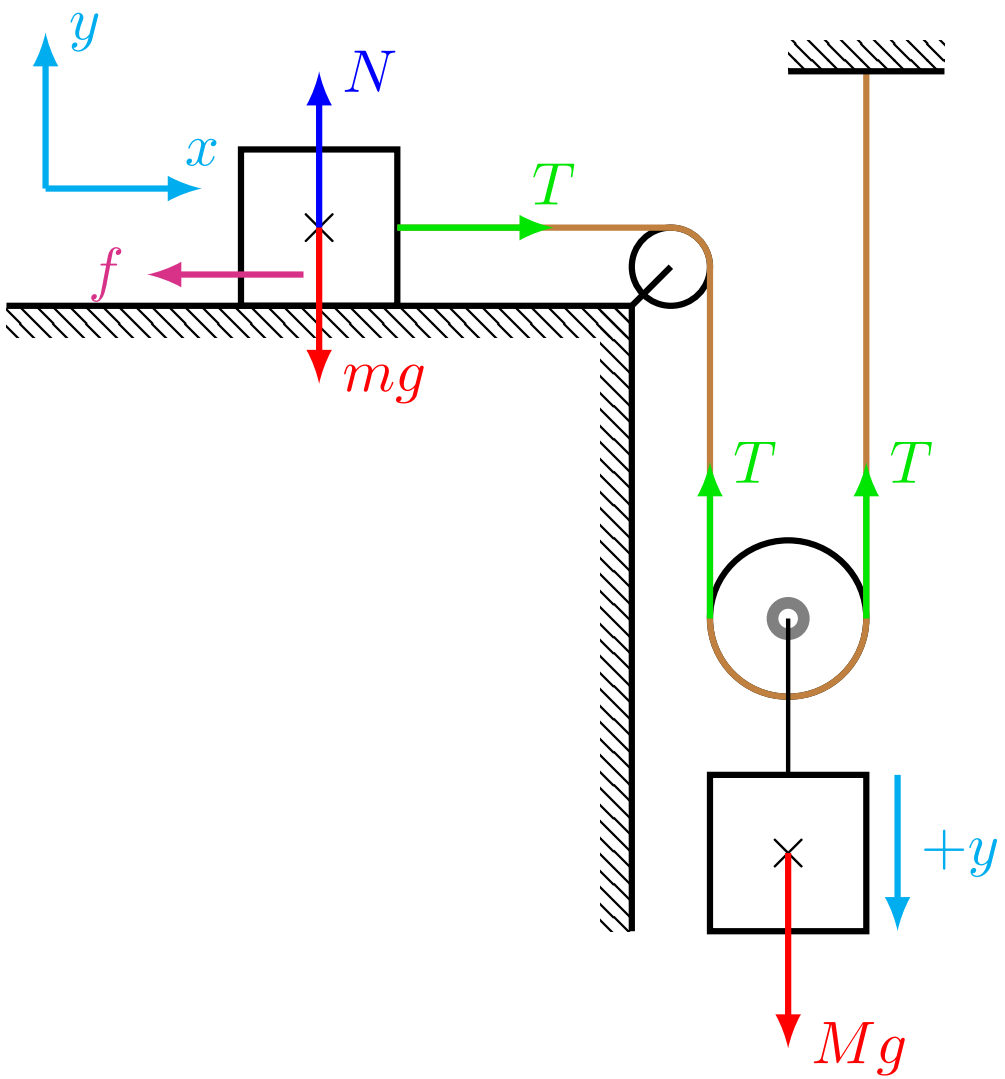
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله هفدهم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله هفدهم



قانون دوم نیوتن برای جرم m:
در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$$

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = ma_1$$

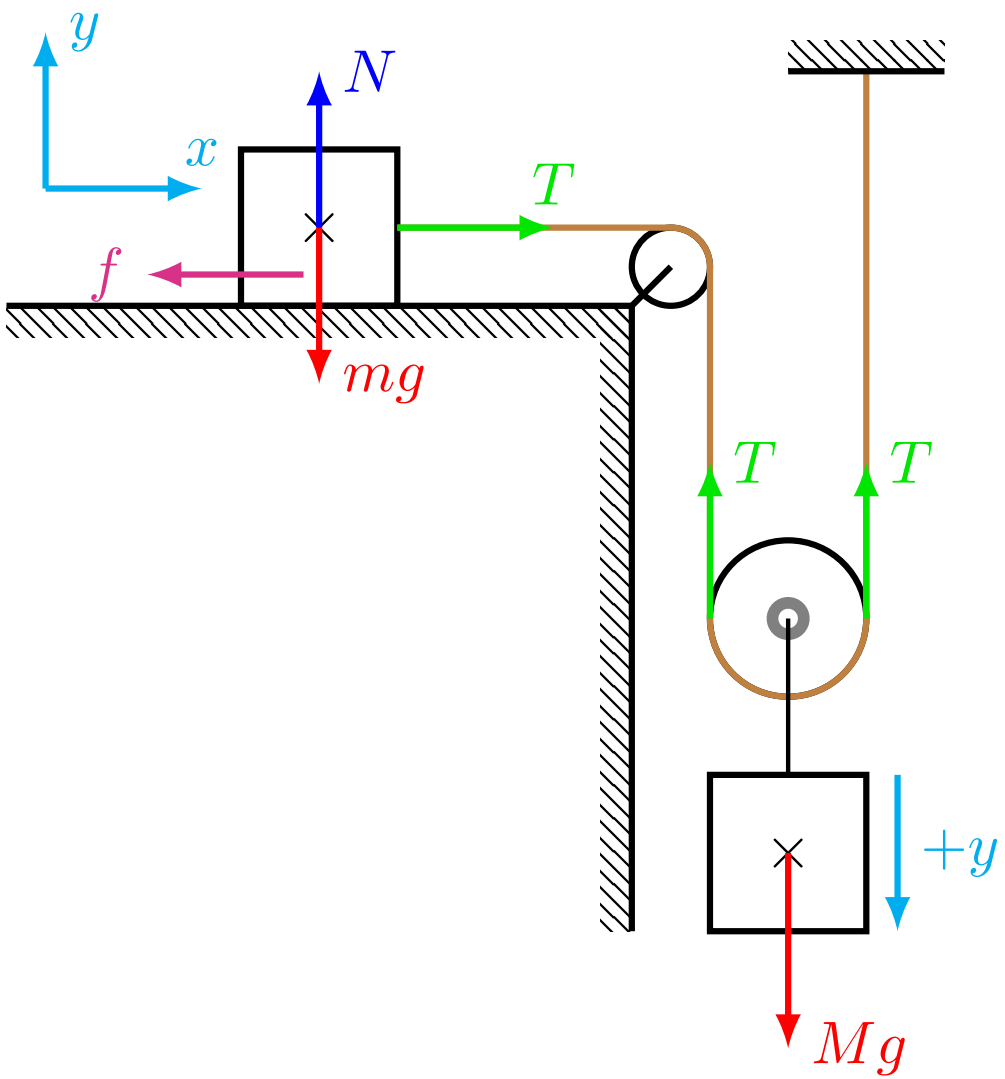
$$T - f = ma_1$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی:

$$f = \mu N = \mu mg$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله هفدهم



قانون دوم نیوتن برای جرم m:

$$T - \mu mg = ma_1$$

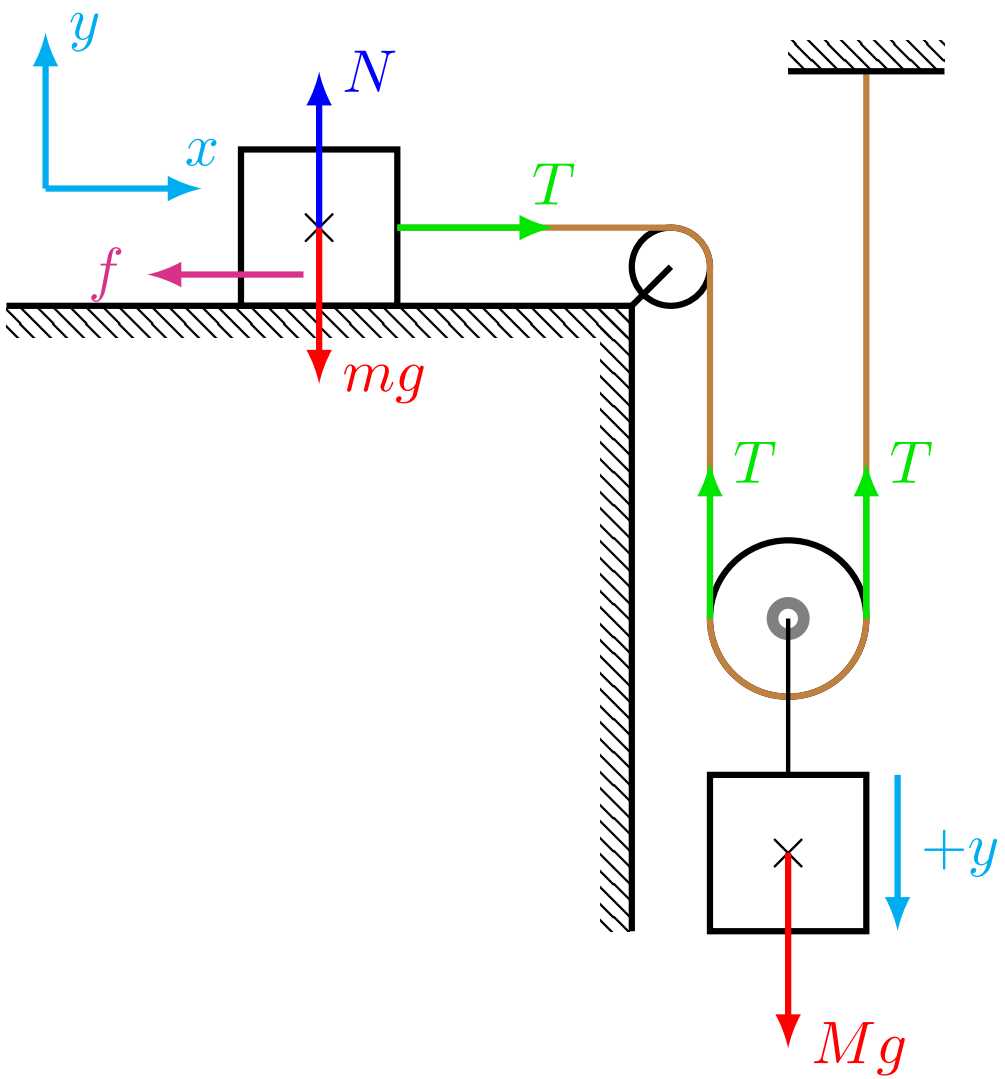
قانون دوم نیوتن برای جرم M:
در امتداد محور y:

$$\sum F_y = Ma_2$$

$$Mg - 2T = Ma_2$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله هفدهم



قانون دوم نیوتن :

$$T - \mu mg = ma_1$$

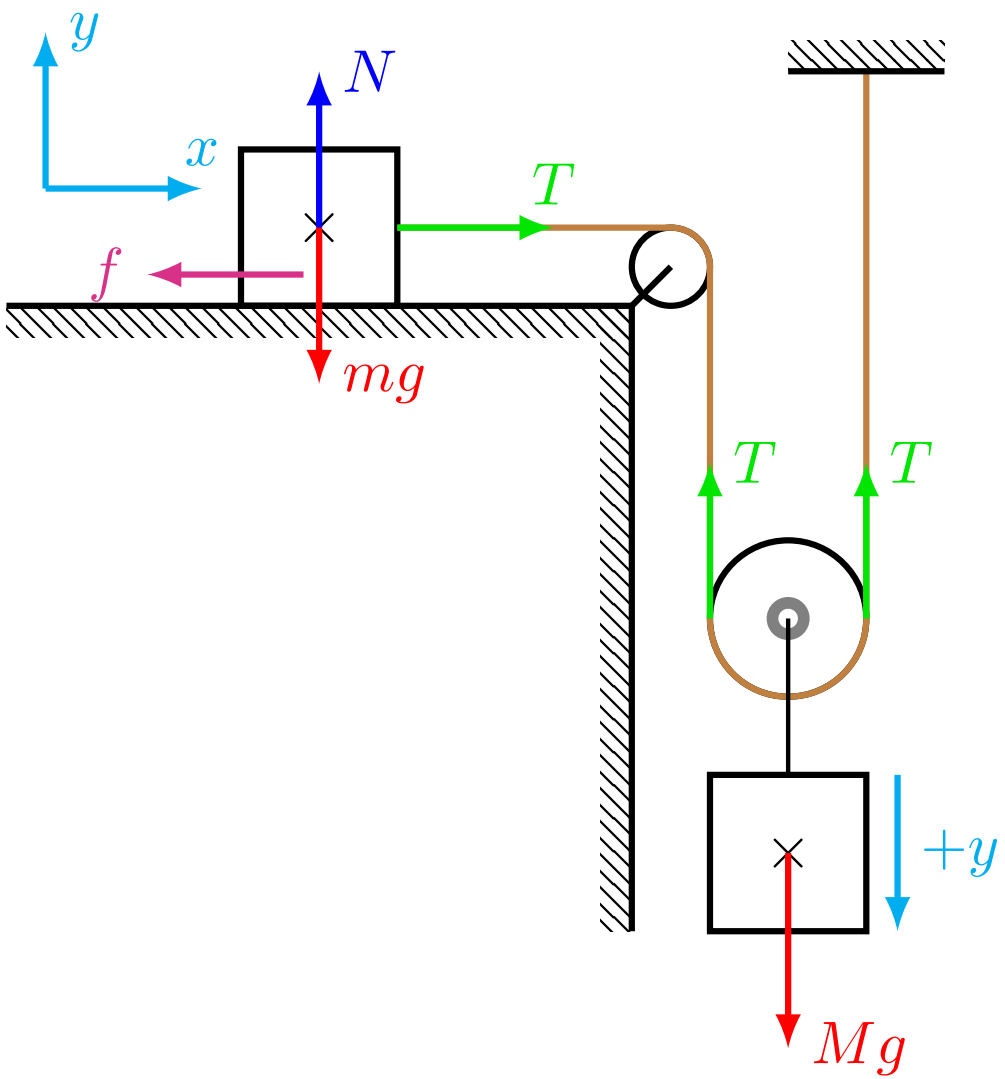
$$Mg - 2T = Ma_2$$

ذره‌ی m با کشش T شتابی دو برابر ذره‌ی M با کشش $2T$ دارد. یعنی،

$$a_1 = 2a_2$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله هفدهم



قانون دوم نیوتن :

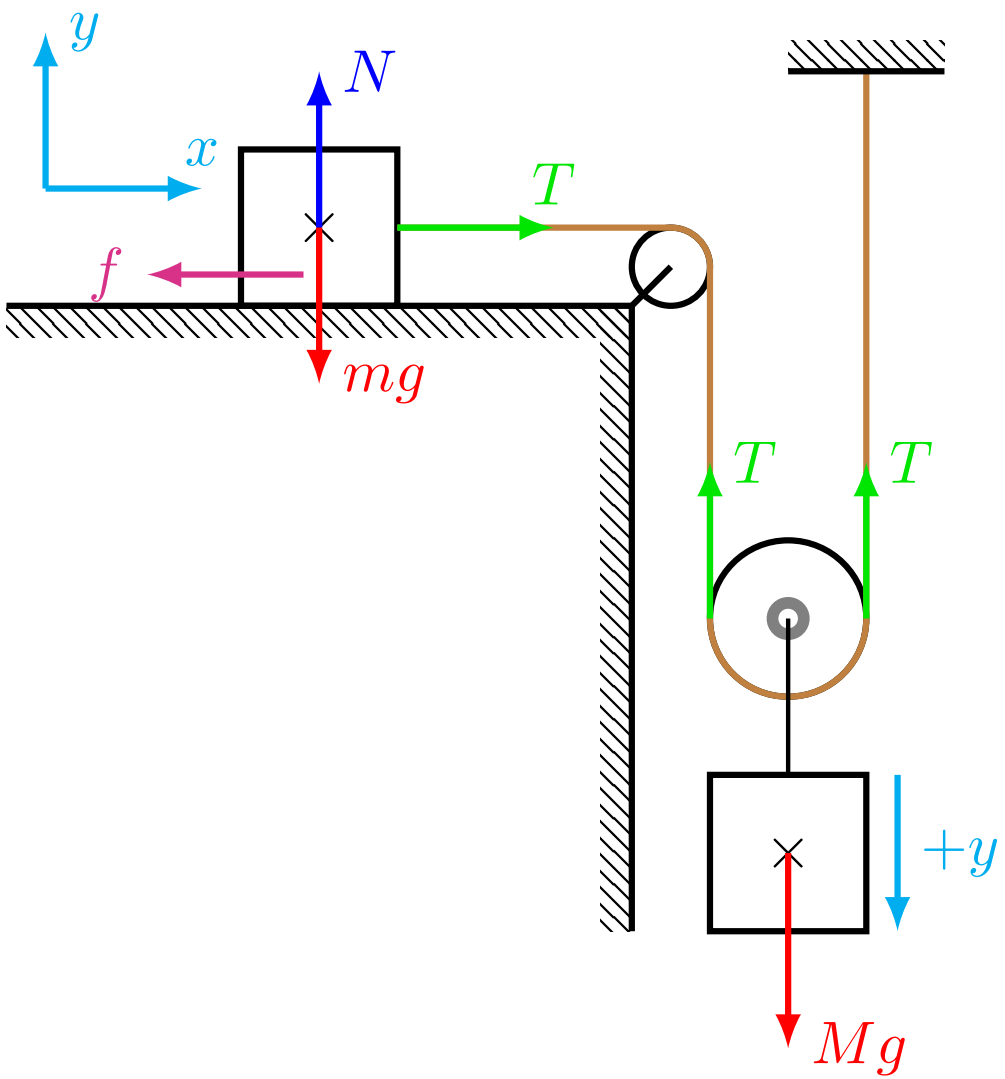
$$\begin{cases} T - \mu mg = ma_1 \\ Mg - 2T = Ma_2 \\ a_1 = 2a_2 \end{cases}$$

بنابراین

$$\begin{cases} T - \mu mg = 2ma_2 \\ Mg - 2T = Ma_2 \end{cases}$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله هفدهم



قانون دوم نیوتن :

$$\begin{cases} T - \mu mg = 2ma_2 \\ Mg - 2T = Ma_2 \end{cases}$$

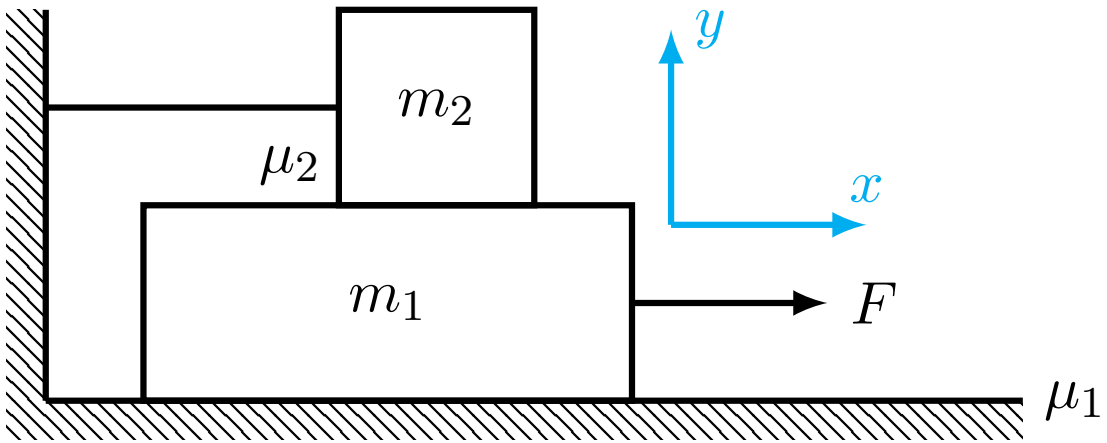
$$a_2 = \left(\frac{M - 2\mu m}{4m + M}\right) g$$

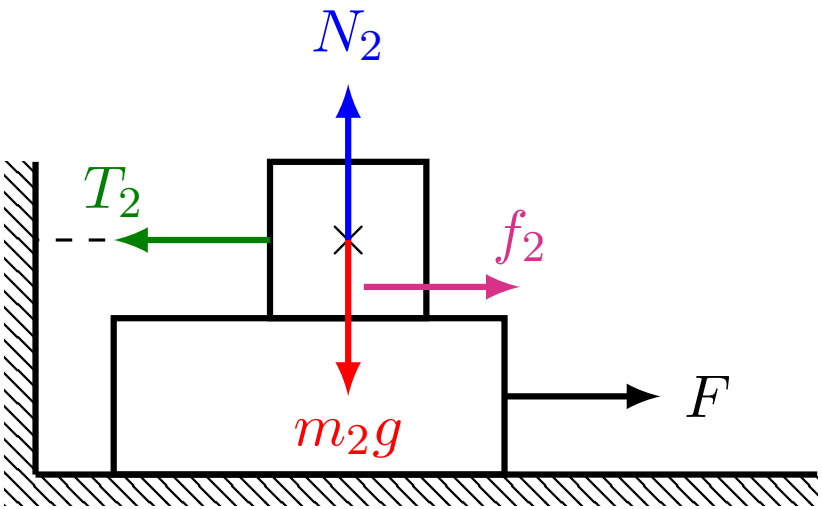
$$a_1 = 2a_2 = \left(\frac{2M - 4\mu m}{4m + M}\right) g$$

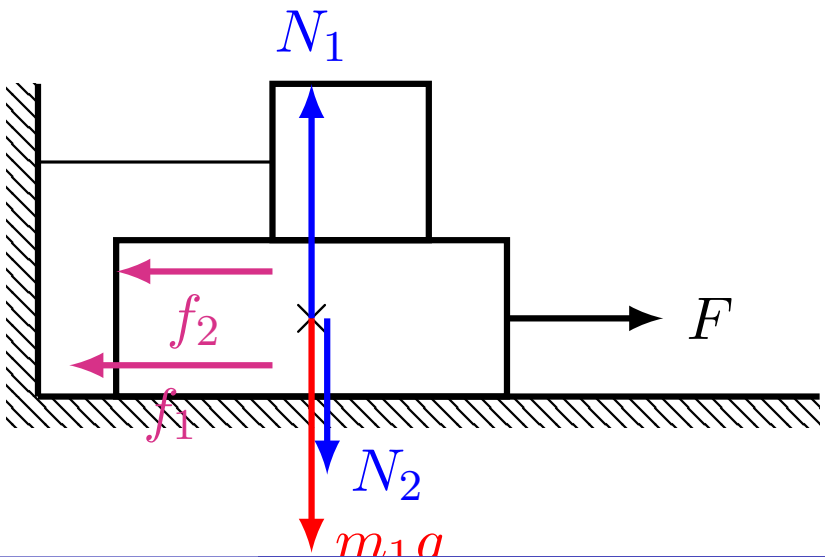
$$T = \left(\frac{mM(2 + \mu)}{4m + M}\right) g$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله هجدهم







کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله هجدهم

قانون دوم نیوتن برای جرم m_2:

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N_2 - m_2 g = 0$$

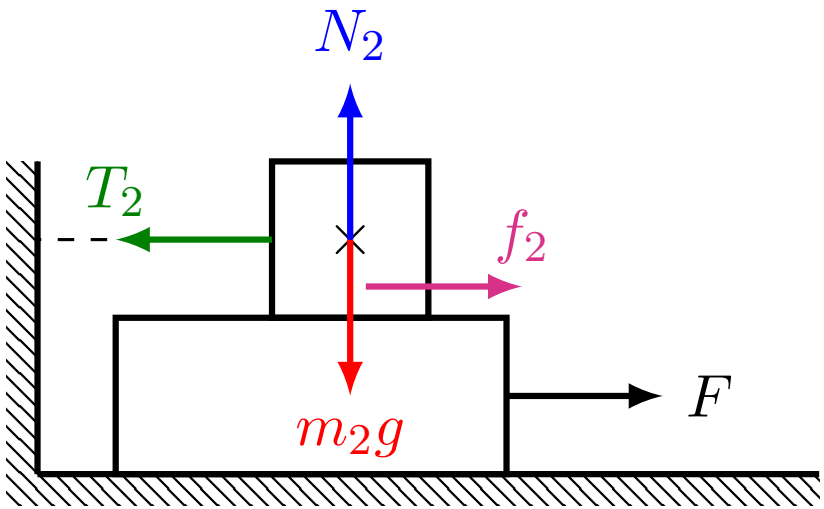
$$N_2 = m_2 g$$

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = 0$$

$$f_2 - T_2 = 0$$

$$T_2 = \mu_2 m_2 g$$



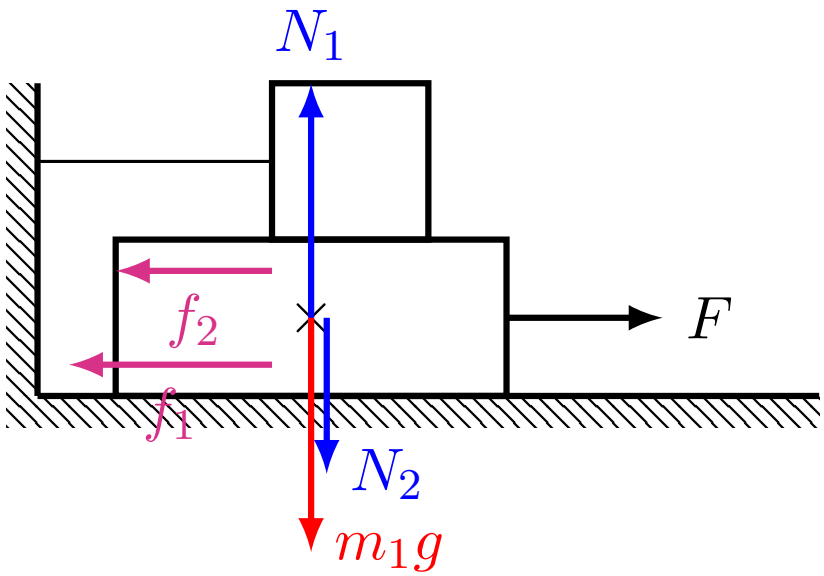
بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی:

$$f_2 = \mu_2 N_2 = \mu_2 m_2 g$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله هجدهم

قانون دوم نیوتن برای جرم m_1:



امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N_1 - m_1 g - N_2 = 0$$

$$N_2 = (m_1 + m_2)g$$

امتداد محور x:

$$\sum F_x = 0$$

$$F - f_1 - f_2 = m_1 a$$

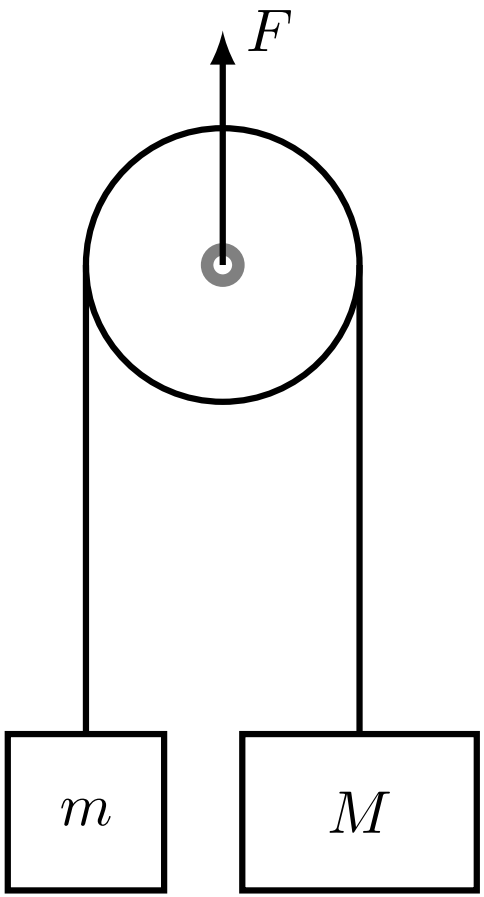
$$a = \frac{1}{m_1}[F - \mu_1(m_1 + m_2)g - \mu_2 m_2 g]$$

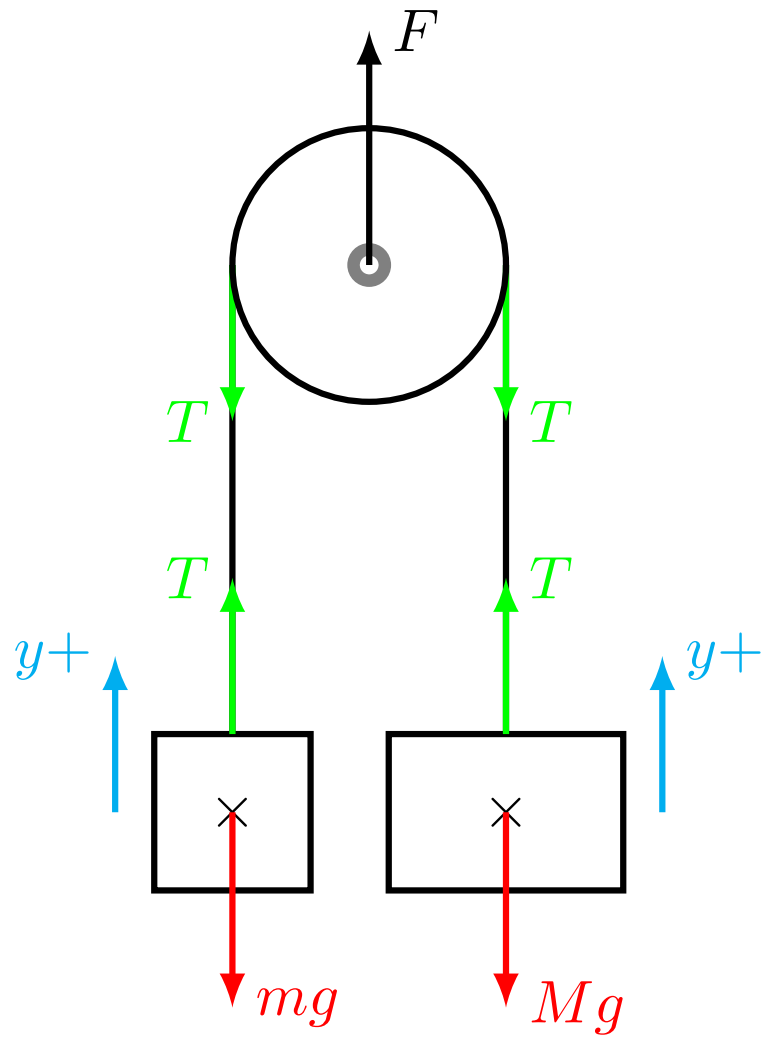
بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی:

$$f_1 = \mu_1 N_1 = \mu_1(m_1 + m_2)g$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله نوزدهم





کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله نوزدهم

قانون دوم نیوتن برای جرم m:

$$\sum F_y = ma_1$$

$$T - mg = ma_1$$

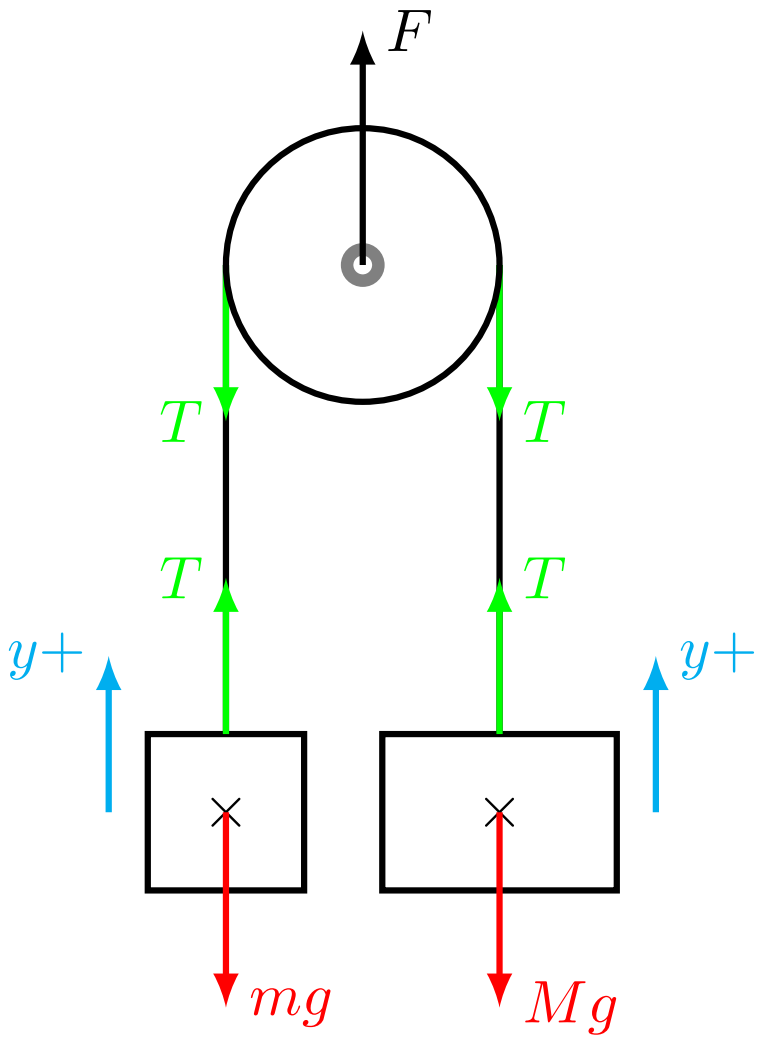
قانون دوم نیوتن برای جرم M:

$$\sum F_y = Ma_2$$

$$T - Mg = Ma_1$$

همچنین

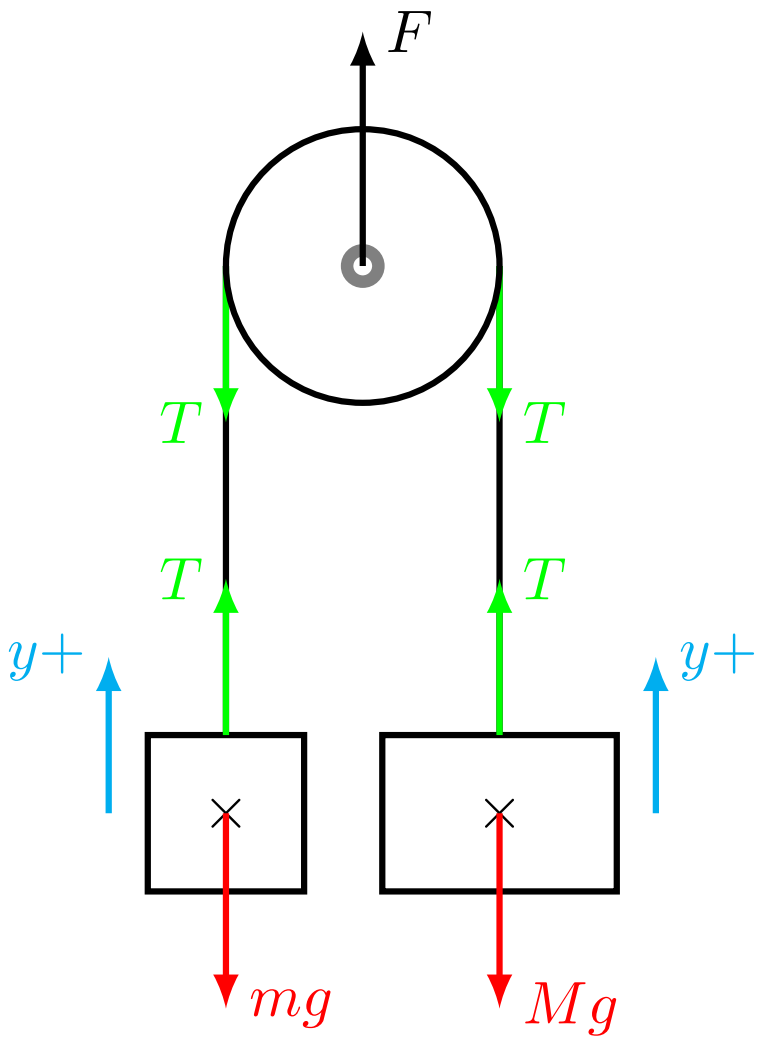
$$2T = F$$



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله نوزدهم

قانون دوم نیوتن:



$$T - mg = ma_1$$

$$T - Mg = Ma_1$$

$$2T = F \Rightarrow T = F/2$$

بنابراین

$$F/2 - mg = ma_1$$

$$F/2 - Mg = Ma_1$$

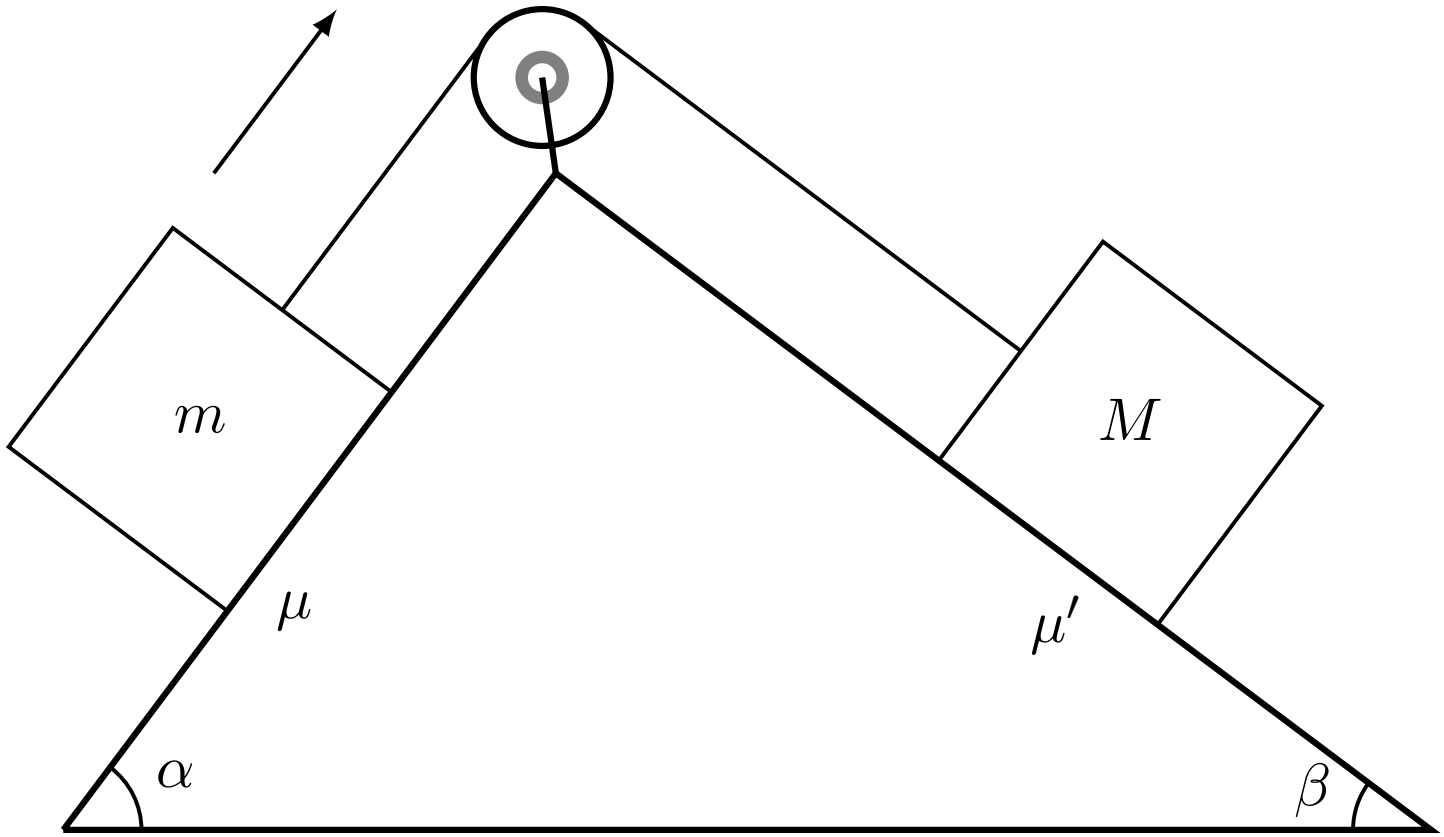
و

$$a_1 = \frac{F}{2m} - g$$

$$a_2 = \frac{F}{2M} - g$$

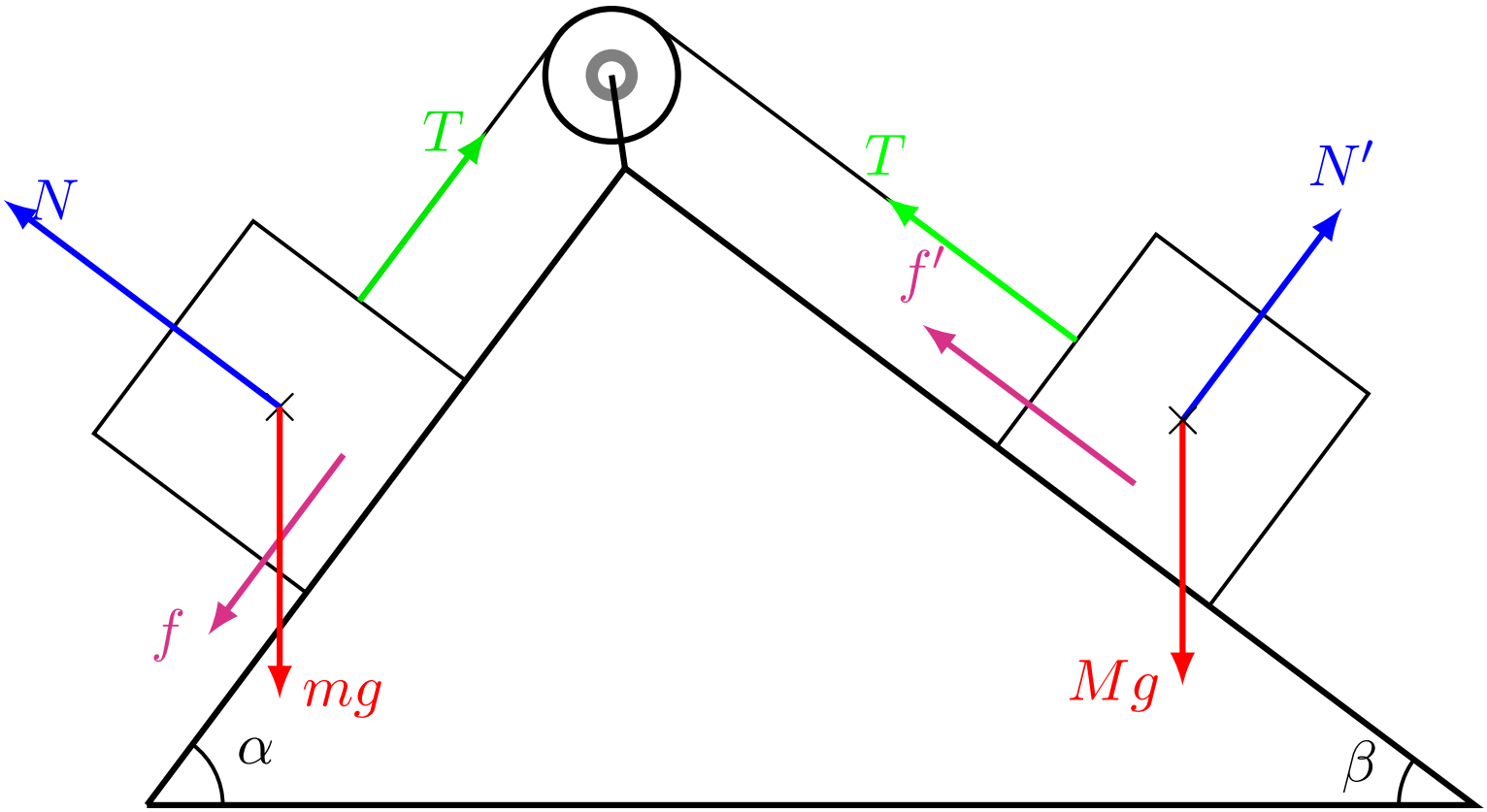
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم



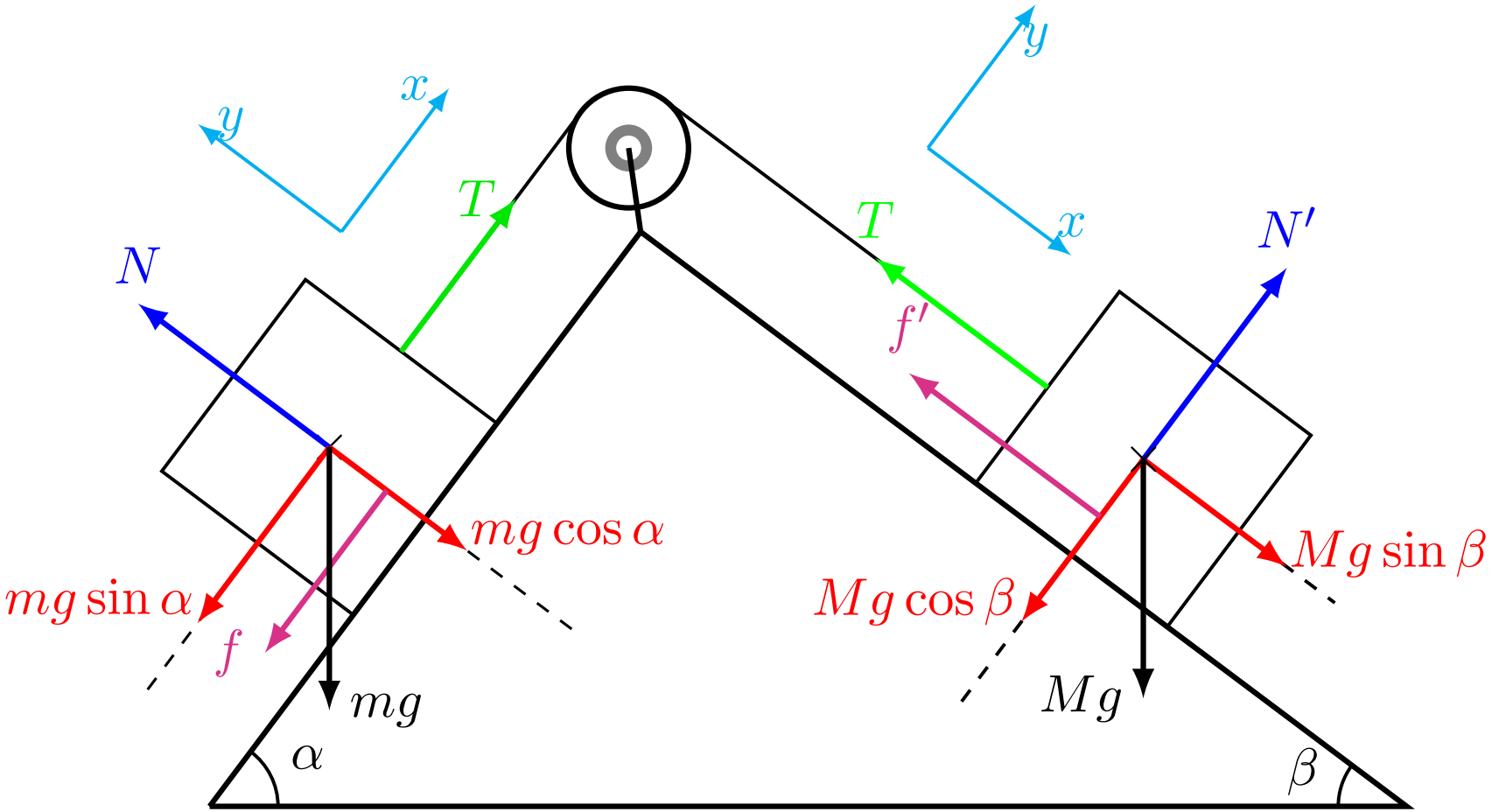
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم
قانون دوم نیوتن برای جرم m
در امتداد محور x:

$$T - mg\sin\alpha - f = ma$$

در امتداد محور y:

$$N - mg\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی:

$$f = \mu N = \mu mg\cos\alpha$$

بنابراین

$$T - mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم
قانون دوم نیوتن برای جرم M
در امتداد محور x:

$$Mg\sin\beta - T - f' = Ma$$

در امتداد محور y:

$$N' - Mg\cos\beta = 0 \Rightarrow N' = mg\cos\beta$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی:

$$f' = \mu' N' = \mu' Mg\cos\beta$$

بنابراین

$$Mg\sin\beta - T - \mu' Mg\cos\beta = Ma$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم
قانون دوم نیوتن:

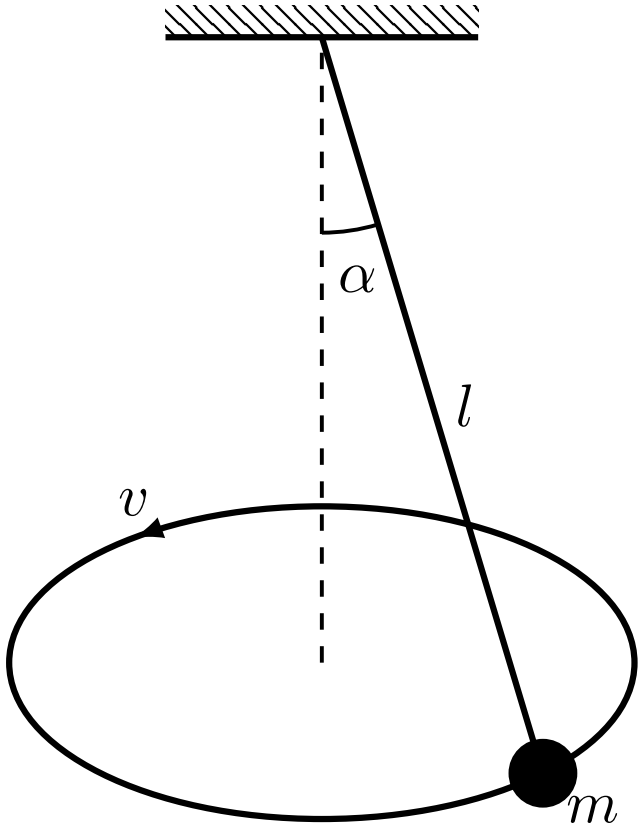
$$\begin{cases} T - mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma \\ Mg\sin\beta - T - \mu' Mg\cos\beta = Ma \end{cases}$$

$$a = \frac{1}{m+M}[M(\sin\beta - \mu'\cos\beta) - m(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)]g$$

$$T = \frac{mMg}{m+M}[\sin\alpha + \sin\beta + \mu\cos\alpha - \mu'\cos\beta]g$$

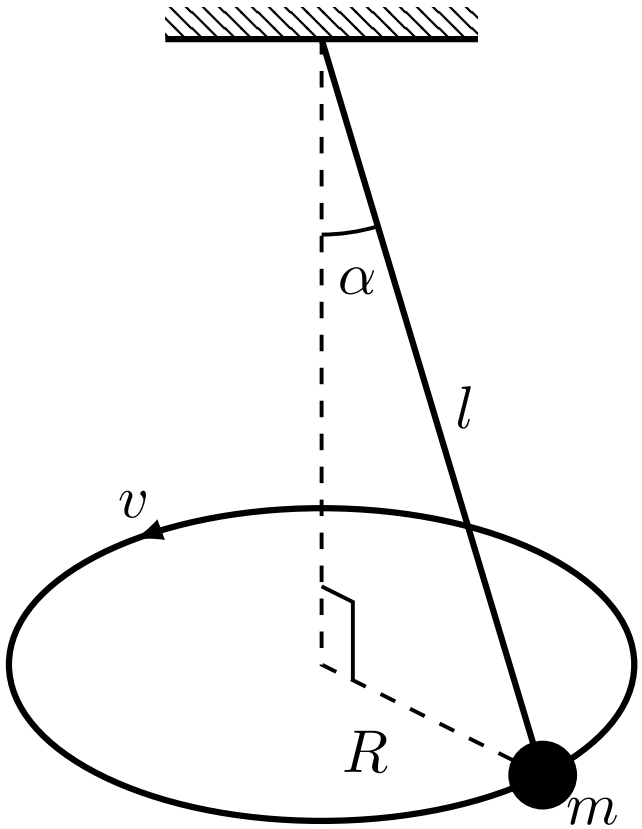
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

پاندول مخروطی-مسئله بیستم و یکم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

پاندول مخروطی-مسئله بیستم و یکم

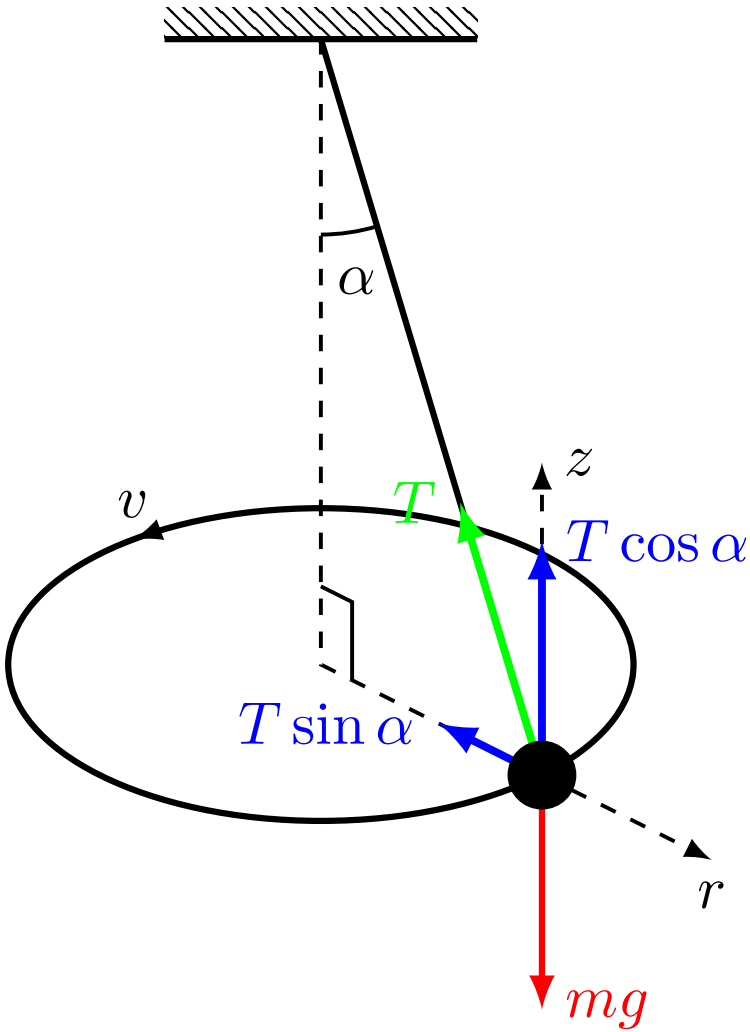


$$\sin\alpha = \frac{R}{l}$$

$$R = l\sin\alpha$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

پاندول مخروطی-مسئله بیستم و یکم



قانون دوم نیوتن:

در امتداد شعاع:

$$\sum F_r = -mR\omega^2 = -m\frac{v^2}{R}$$

$$T\sin\alpha = m\frac{v^2}{R}$$

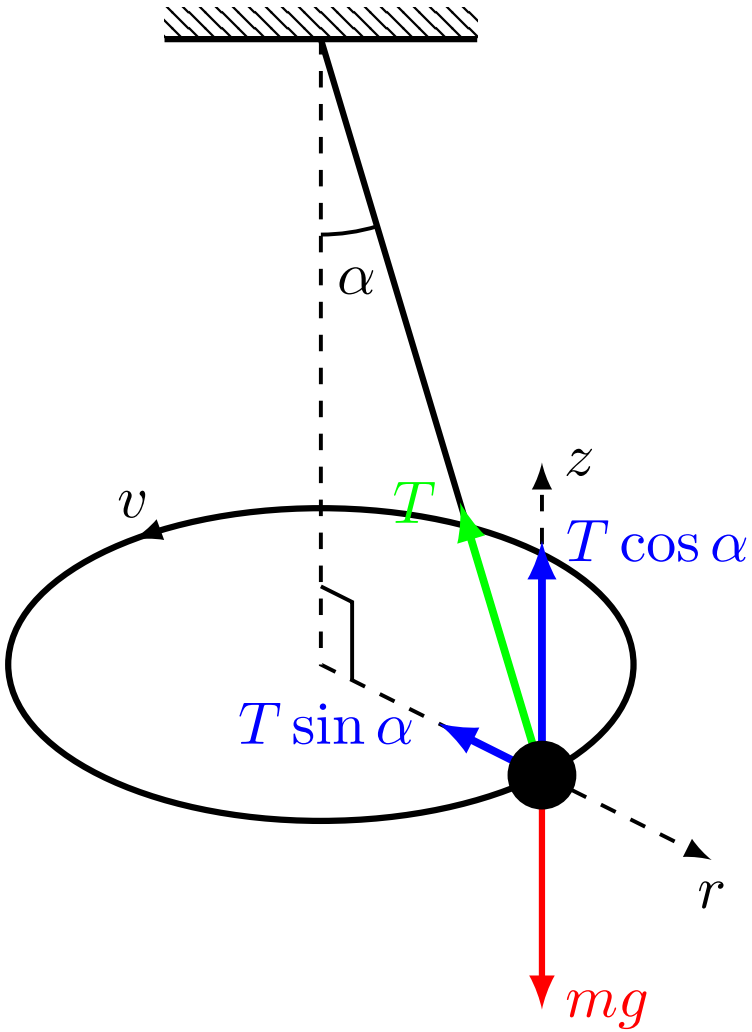
در امتداد z:

$$\sum F_z = 0$$

$$T\cos\alpha - mg = 0 \Rightarrow T\cos\alpha = mg$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

پاندول مخروطی-مسئله بیستم و یکم



قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} T\sin\alpha = mv^2/R \\ T\cos\alpha = mg \end{cases}$$

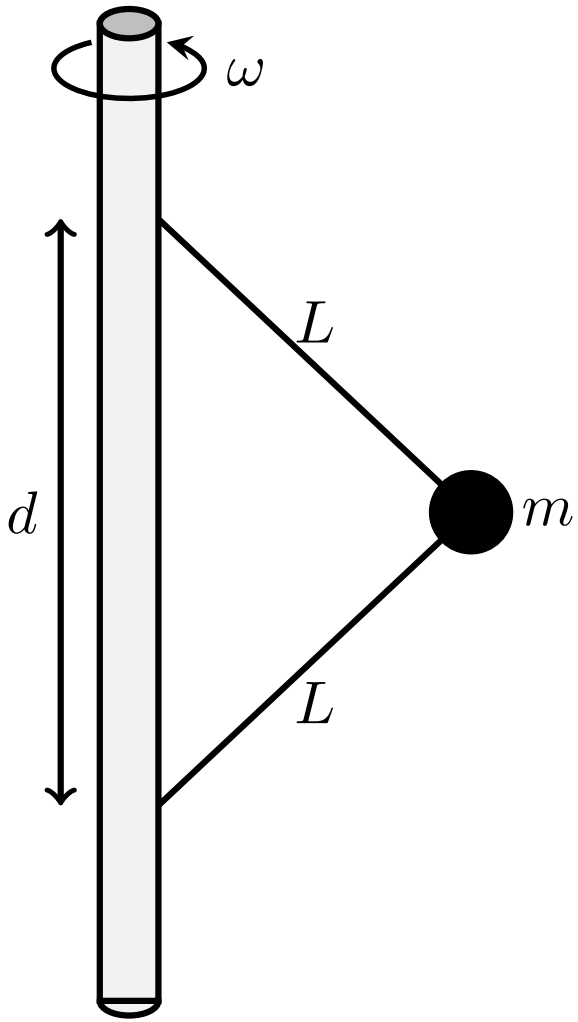
$$\frac{T\sin\alpha}{T\cos\alpha} = \frac{m\frac{v^2}{R}}{mg} \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{v^2}{Rg}$$

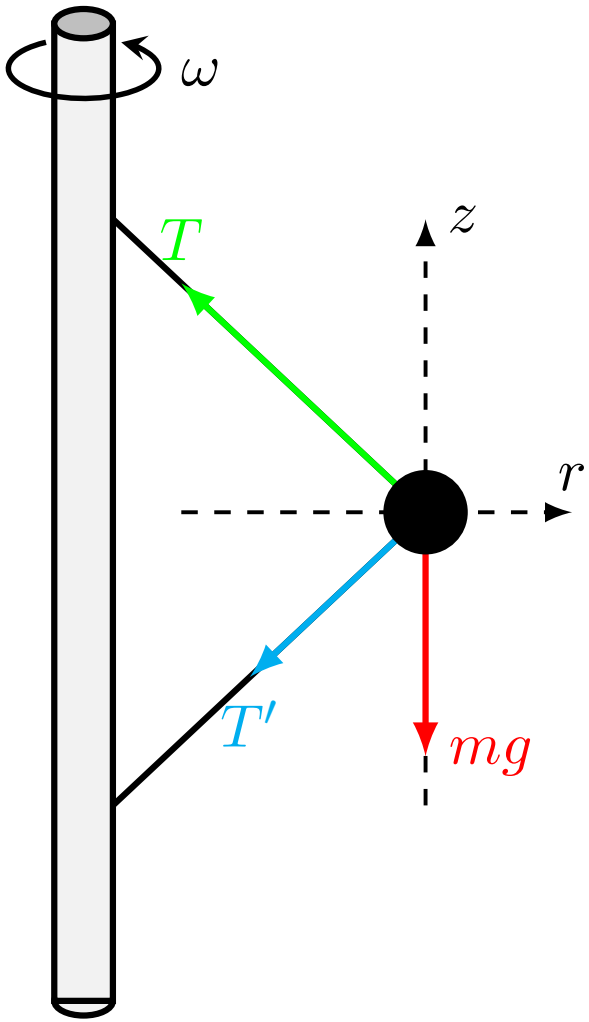
$$\sqrt{g\frac{R\sin\alpha}{\cos\alpha}} = v, \quad R = l\sin\alpha$$

$$v = \sqrt{\frac{gl\sin^2\alpha}{\cos\alpha}}$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

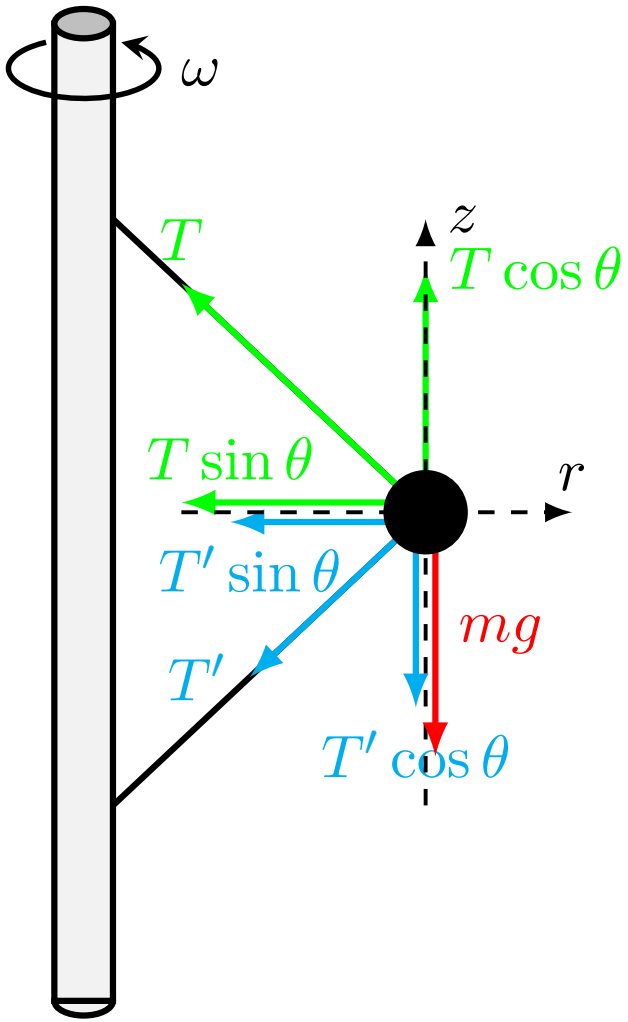
مسئله بیستم و دوم





کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و دوم



$$\cos\theta = \frac{d}{2L}, \quad \sin\theta = \frac{\sqrt{4L^2 - d^2}}{2L}$$

قانون دوم نیوتن:
در امتداد محور z:

$$T\cos\theta - T'\cos\theta - mg = 0$$

$$T - T' = 2mgL/d$$

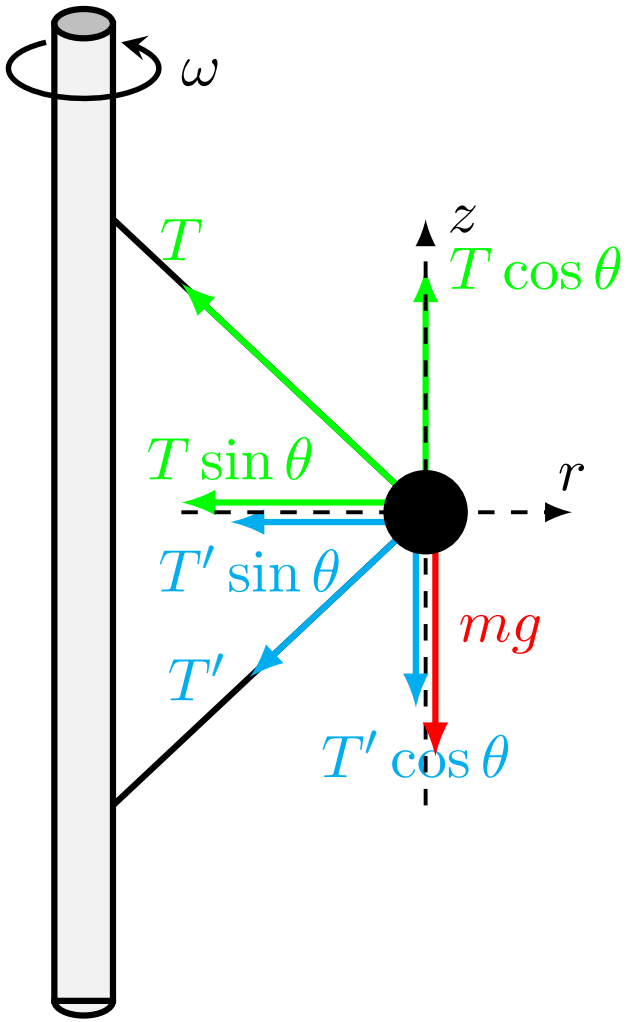
در امتداد محور r:

$$-T\sin\theta - T'\sin\theta = -m\sqrt{4L^2 - d^2}\omega^2$$

$$T + T' = 2mL\omega^2$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و دوم



قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} T - T' = 2mgL/d \\ T + T' = 2mL\omega^2 \end{cases}$$

بنابراین

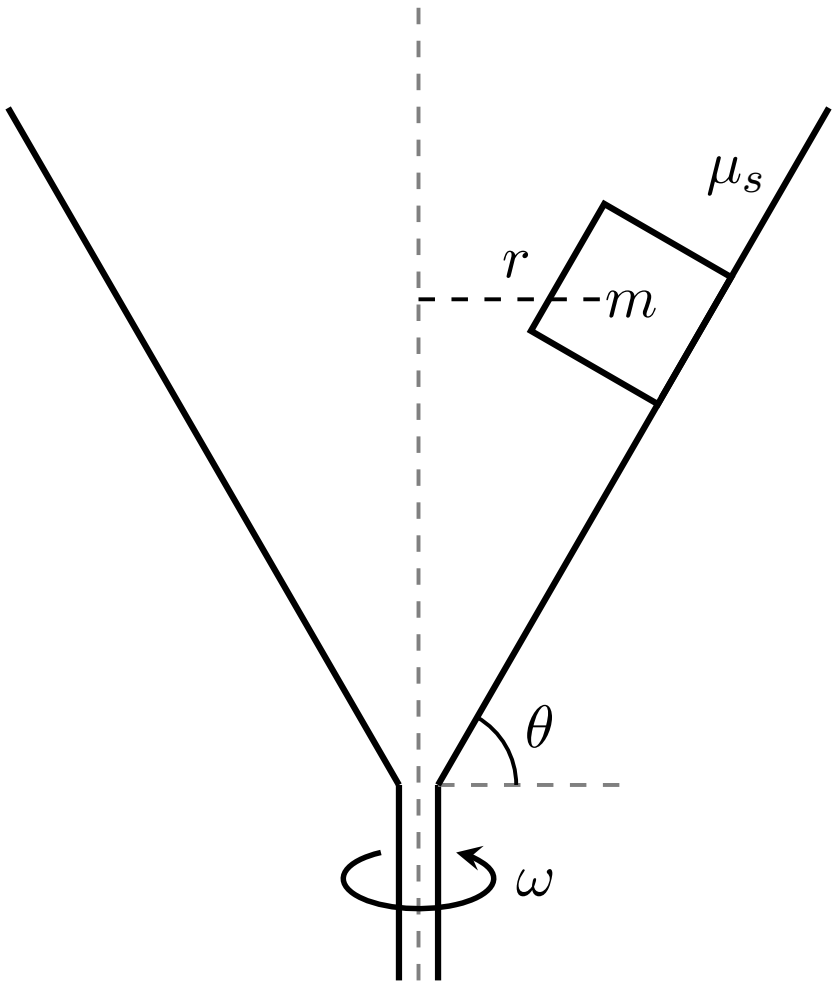
$$T = mgL/d + mL\omega^2$$

و

$$T' = mgL/d - mL\omega^2$$

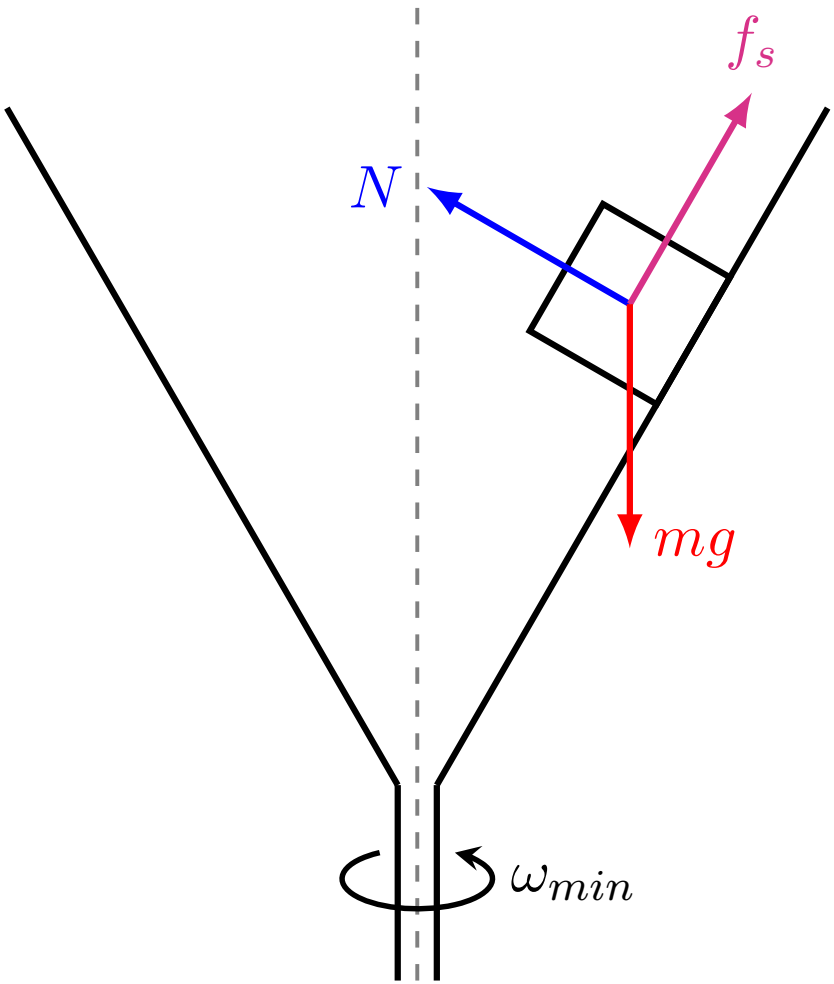
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

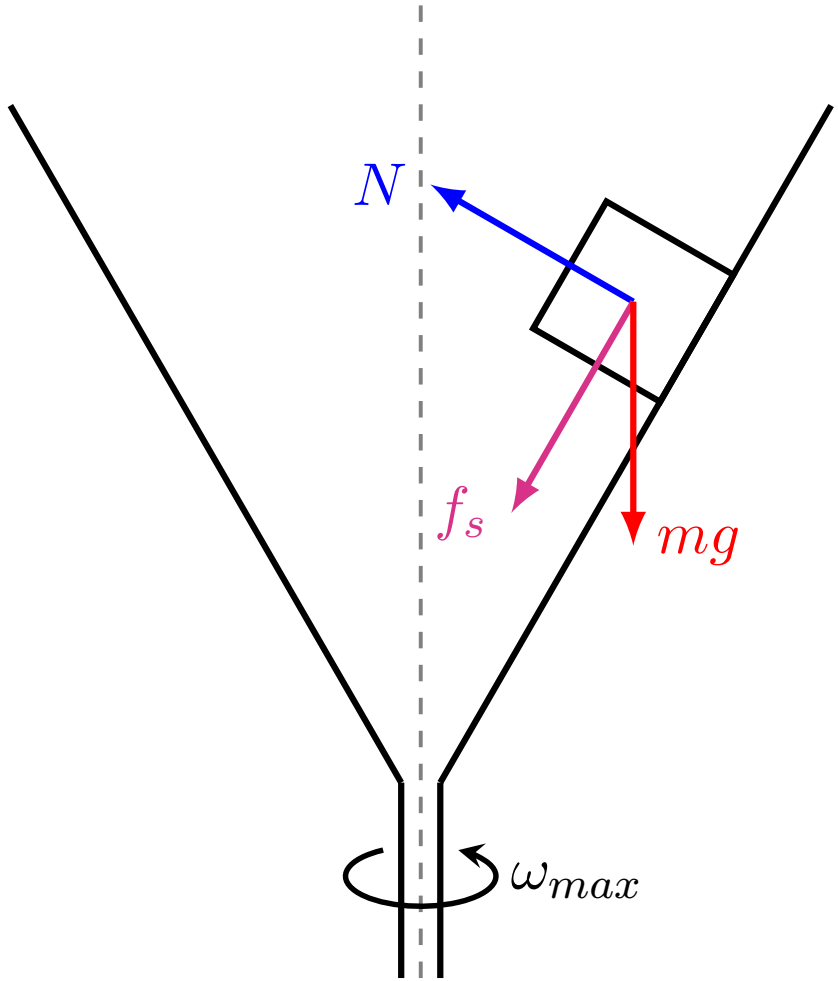
مسئله بیستم و دوم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

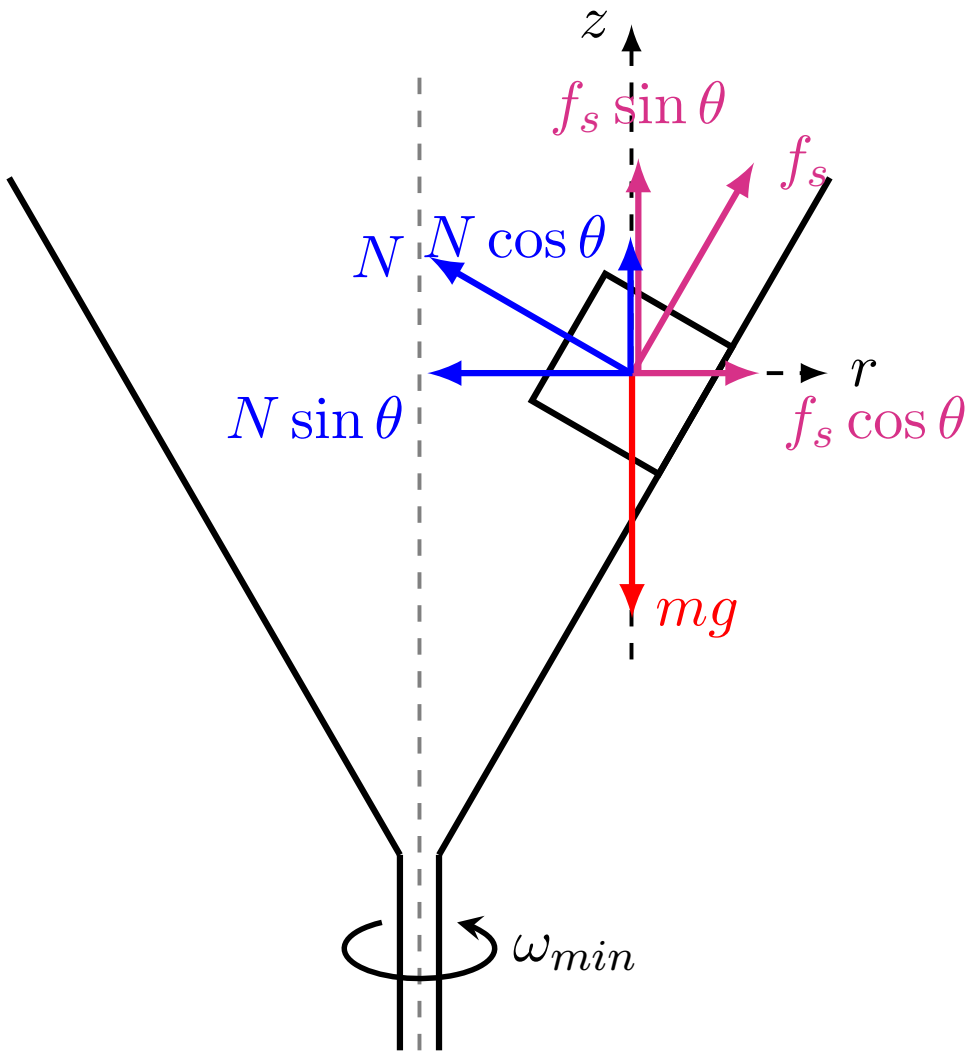
مسئله بیستم و دوم





کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و دوم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و دوم
بزرگی نیروی اصطکلاک ایستایی

$$fs = \mu_s N$$

قانون دوم نیوتن در امتداد محور r:

$$\sum F_r = mr\omega_{min}^2$$

$$N\sin\theta - f_s\cos\theta = mr\omega_{min}^2$$

$$N\sin\theta - N\mu_s\cos\theta = mr\omega_{min}^2$$

قانون دوم نیوتن در امتداد محور z:

$$\sum F_z = 0$$

$$N\cos\theta + f_s\sin\theta - mg = 0$$

$$N\cos\theta + N\mu_s\sin\theta = mg$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و دوم
قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} N(\sin\theta - \mu_s \cos\theta) = mr\omega_{min}^2 \\ N(\cos\theta + \mu_s \sin\theta) = mg \end{cases}$$

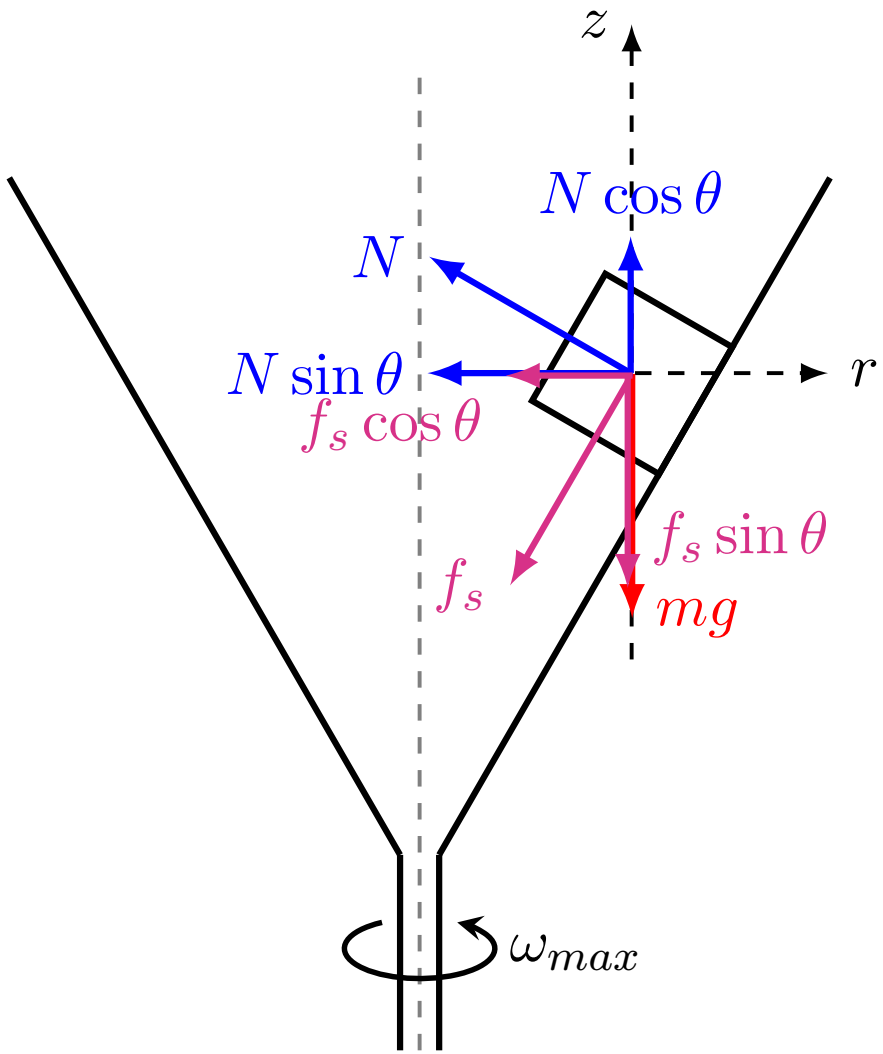
$$\frac{N(\sin\theta - \mu_s \cos\theta)}{N(\cos\theta + \mu_s \sin\theta)} = \frac{mr\omega_{min}^2}{mg}$$

$$\frac{\sin\theta - \mu_s \cos\theta}{\cos\theta + \mu_s \sin\theta} = \frac{r\omega_{min}^2}{g}$$

$$\sqrt{\frac{g(\sin\theta - \mu_s \cos\theta)}{r(\cos\theta + \mu_s \sin\theta)}} = \omega_{min}$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و دوم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و دوم
بزرگی نیروی اصطکاک ایستایی

$$fs = \mu_s N$$

قانون دوم نیوتن در امتداد محور r:

$$\sum F_r = mr\omega_{max}^2$$

$$N\sin\theta + f_s\cos\theta = mr\omega_{max}^2$$

$$N\sin\theta + N\mu_s\cos\theta = mr\omega_{max}^2$$

قانون دوم نیوتن در امتداد محور z:

$$\sum F_z = 0$$

$$N\cos\theta - f_s\sin\theta - mg = 0$$

$$N\cos\theta - N\mu_s\sin\theta = mg$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و دوم
قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} N(\sin\theta + \mu_s \cos\theta) = mr\omega_{max}^2 \\ N(\cos\theta - \mu_s \sin\theta) = mg \end{cases}$$

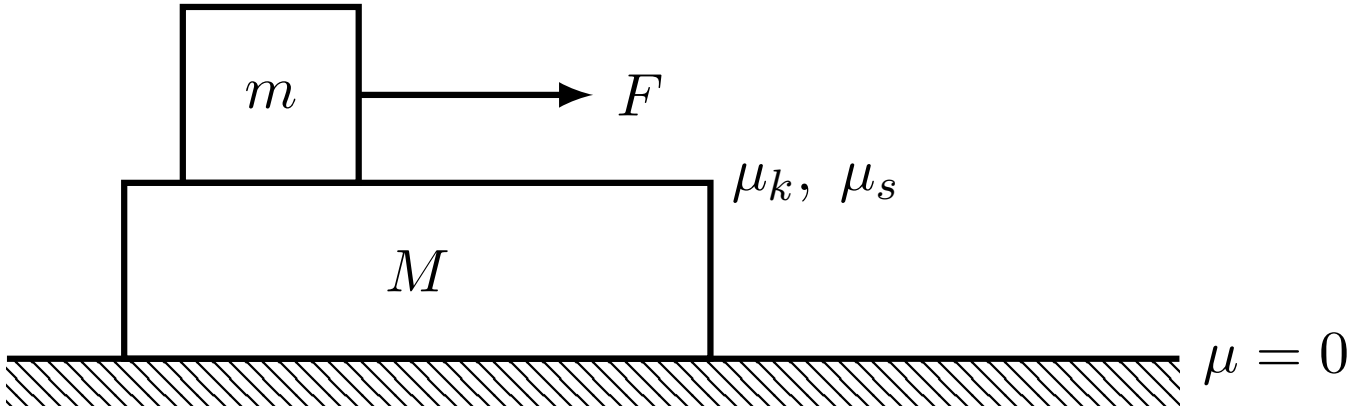
$$\frac{N(\sin\theta + \mu_s \cos\theta)}{N(\cos\theta - \mu_s \sin\theta)} = \frac{mr\omega_{max}^2}{mg}$$

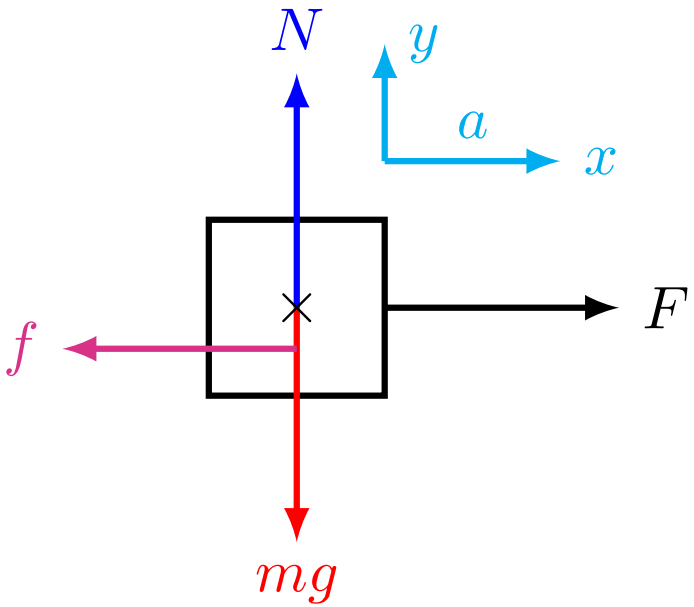
$$\frac{\sin\theta + \mu_s \cos\theta}{\cos\theta - \mu_s \sin\theta} = \frac{r\omega_{max}^2}{g}$$

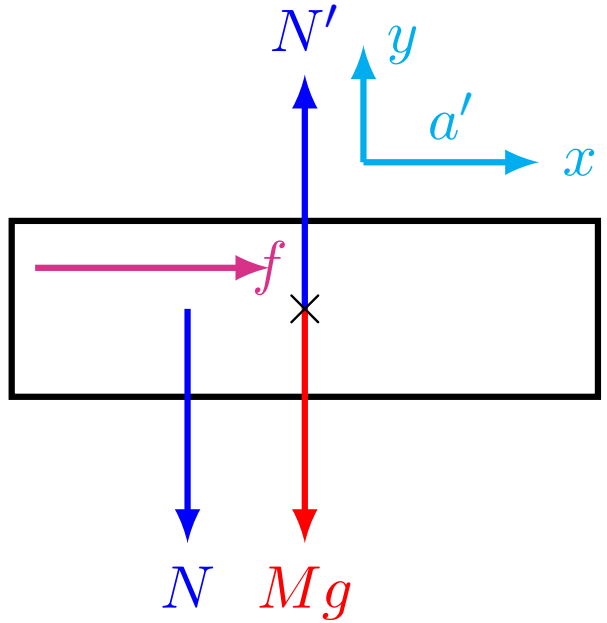
$$\sqrt{\frac{g(\sin\theta + \mu_s \cos\theta)}{r(\cos\theta - \mu_s \sin\theta)}} = \omega_{max}$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و سوم

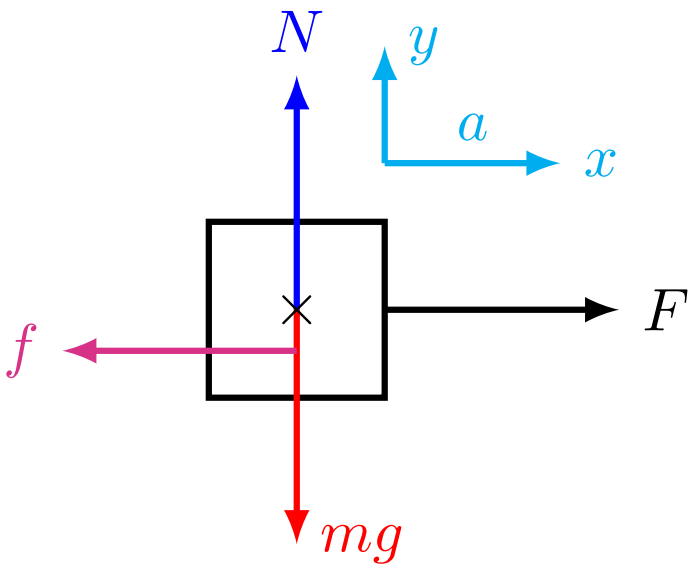






کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و سوم



قانون دوم نیوتن برای جرم m:
در امتداد محور x:

$$\sum F_x = ma$$

$$F - f = ma$$

در امتداد محور y:

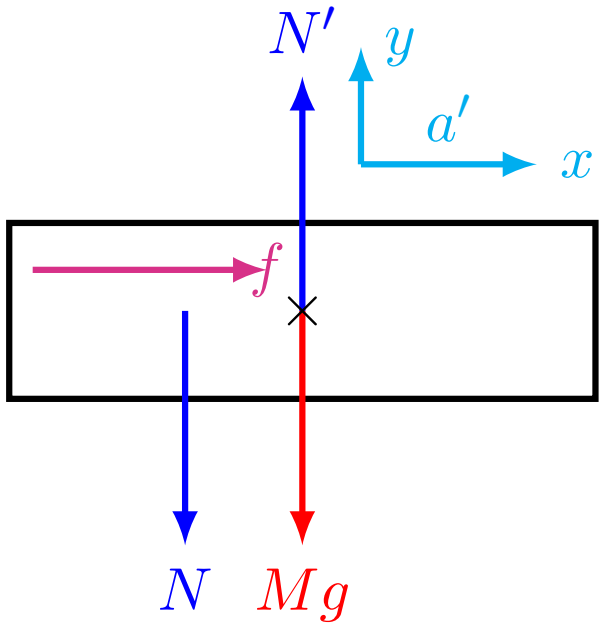
$$\sum F_y = 0$$

$$N - mg = 0$$

$$N = mg$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و سوم



قانون دوم نیوتن برای جرم M:
در امتداد محور x:

$$\sum F_x = Ma'$$

$$f = Ma'$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N' - Mg - N = 0$$

$$N' = Mg + N$$

$$N' = (M + m)g$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و سوم

$$\begin{cases} F - f = ma \\ f = Ma \end{cases}$$

از حل دستگاه بالا شتاب و نیروی اصطکاک بصورت زیر داده می‌شود،

$$a = \frac{F}{M+m}$$

$$f = \frac{M}{M+m}F$$

بدینترتیب شرط هم شتاب بودن دو جرم

$$\frac{M}{M+m}F \leq \mu_s mg$$

قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} F - f = ma \\ f = Ma' \end{cases}$$

اگر اصطکاک بین m و M اصطکاک ایستایی باشد، بنابراین

$$f \leq \mu_s N \quad \text{یا} \quad f \leq \mu_s mg$$

در این شرایط جرم m بر روی جسم ساکن می‌ماند و هر دو جرم با یک شتاب حرکت می‌کنند،

$$a = a'$$

بنابراین

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و سوم

قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} F - f = ma \\ f = Ma' \end{cases}$$

اگر اصطکاک بین m و M اصطکاک لغزشی باشد،

$$f = \mu_k N = \mu_k mg$$

دو جرم شتاب‌های مختلفی دارند،

$$\begin{cases} F - \mu_k mg = ma \\ \mu_k mg = Ma' \end{cases}$$

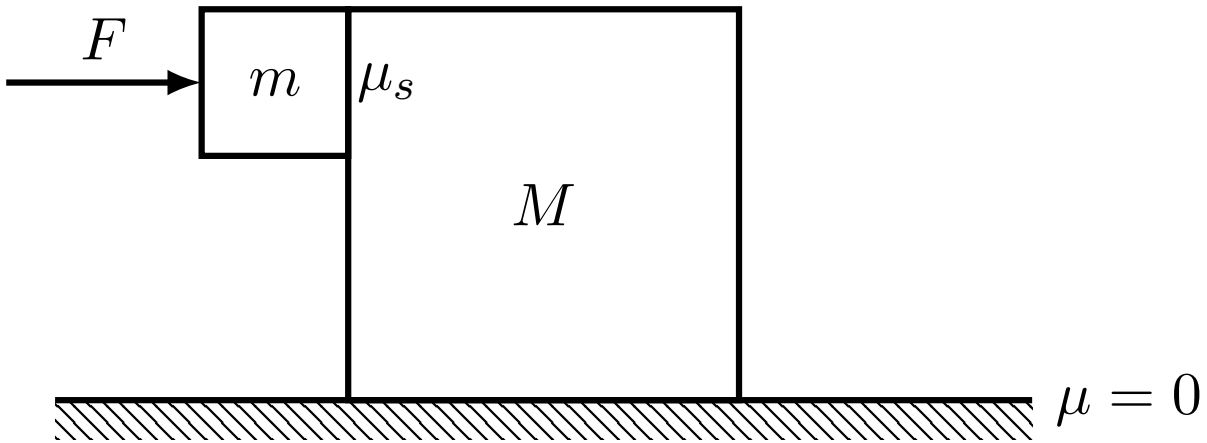
بنابراین

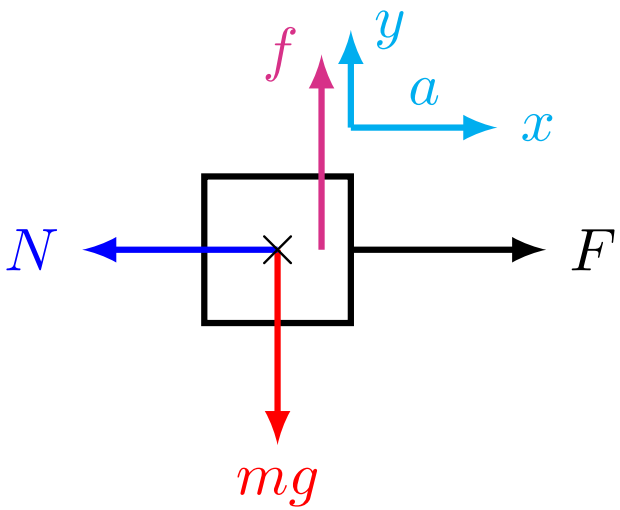
$$a = \frac{F}{m} - \mu_k g$$

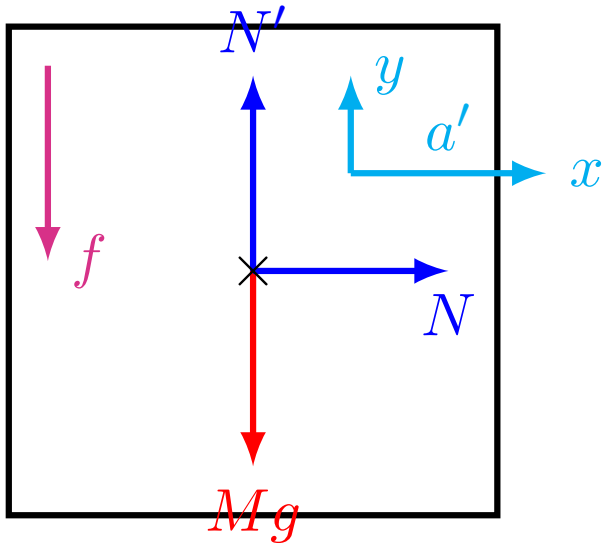
$$a' = \mu_k \frac{m}{M} g$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و چهارم

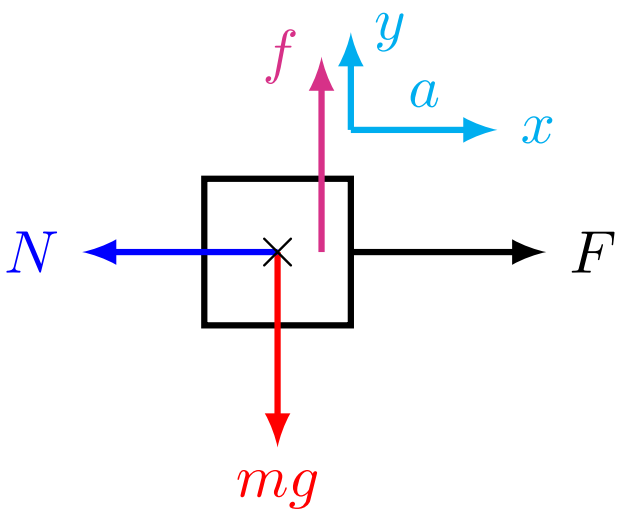






کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و چهارم



قانون دوم نیوتن برای جرم m:
در امتداد محور x:

$$\sum F_x = ma$$

$$F - N = ma$$

در امتداد محور y:

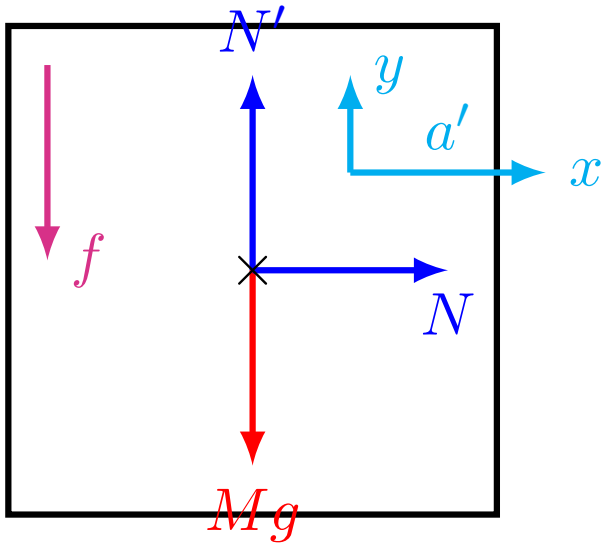
$$\sum F_y = 0$$

$$f - mg = 0$$

$$f = mg$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و چهارم



قانون دوم نیوتن برای جرم M:
در امتداد محور x:

$$\sum F_x = Ma'$$

$$N = Ma'$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N' - Mg - f = 0$$

$$N' = Mg + f$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و چهارم

$$\begin{cases} F - N = ma \\ N = Ma \end{cases}$$

از حل دستگاه بالا شتاب و نیروی اصطکاک بصورت زیر داده می‌شود،

$$a = \frac{F}{M+m}$$

$$N = \frac{M}{M+m}F$$

بدین ترتیب شرط هم شتاب بودن دو جرم

$$mg \leq \mu_s \frac{M}{M+m}F$$

قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} F - N = ma \\ N = Ma' \end{cases}$$

اگر اصطکاک بین m و M اصطکاک ایستایی باشد، بنابراین

$$f \leq \mu_s N \quad \text{یا} \quad mg \leq \mu_s N$$

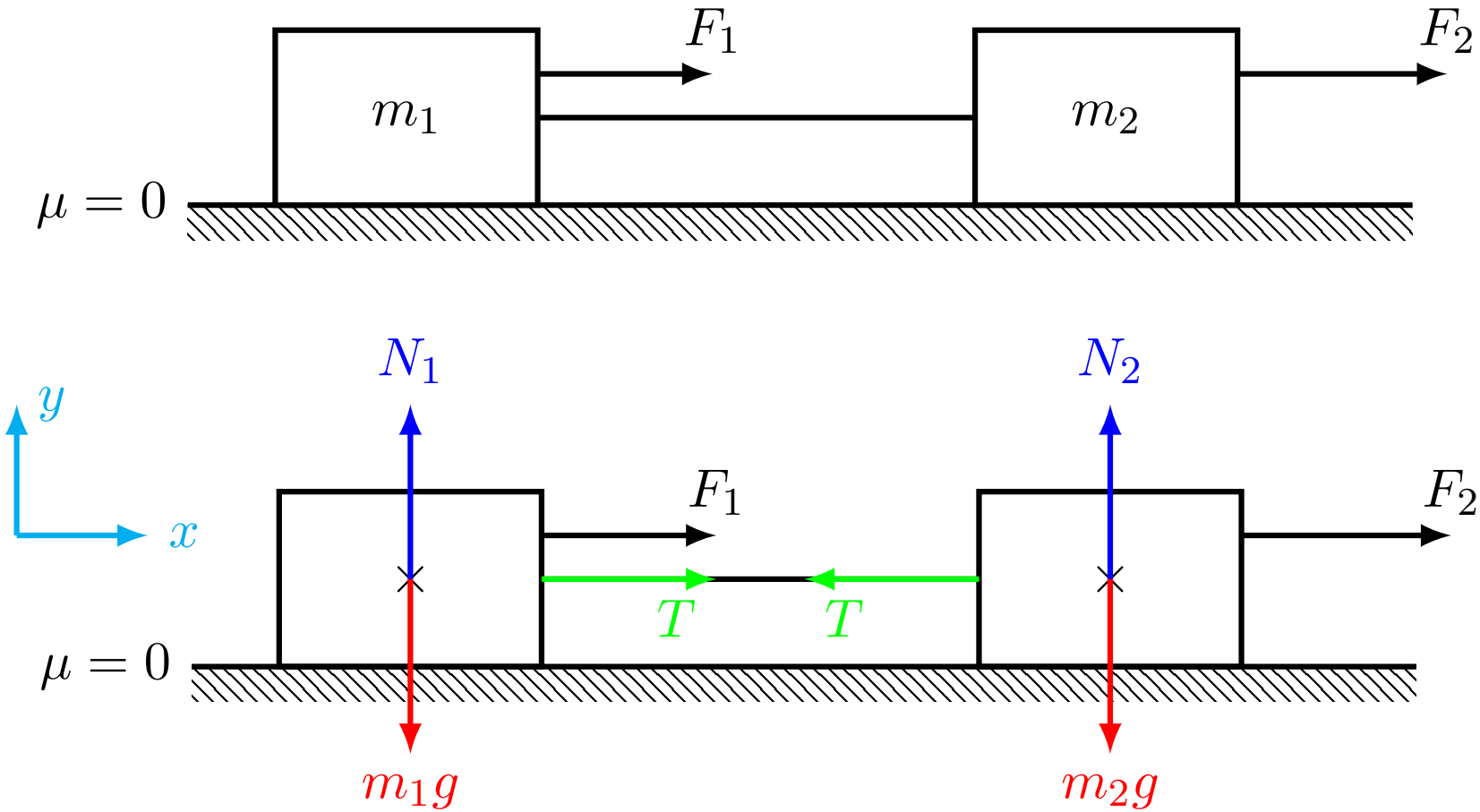
در این شرایط، هر دو جرم با یک شتاب حرکت می‌کنند،

$$a = a'$$

بنابراین

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم

قانون دوم نیوتن برای جرم m_1 :

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_1 a \Rightarrow T + F_1 = m_1 a$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 = m_1 g$$

قانون دوم نیوتن برای جرم m_2 :

در امتداد x:

$$\sum F_x = m_2 a \Rightarrow F_2 - T = m_2 a$$

در امتداد y:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_2 = m_2 g$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم
قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} T + F_1 = m_1 a \\ F_2 - T = m_2 a \end{cases}$$

$$a = \frac{1}{m_1 + m_2}(F_1 + F_2)$$

$$T = \frac{1}{m_1 + m_2}(m_1 F_2 - m_2 F_1)$$

تحلیل ۱:

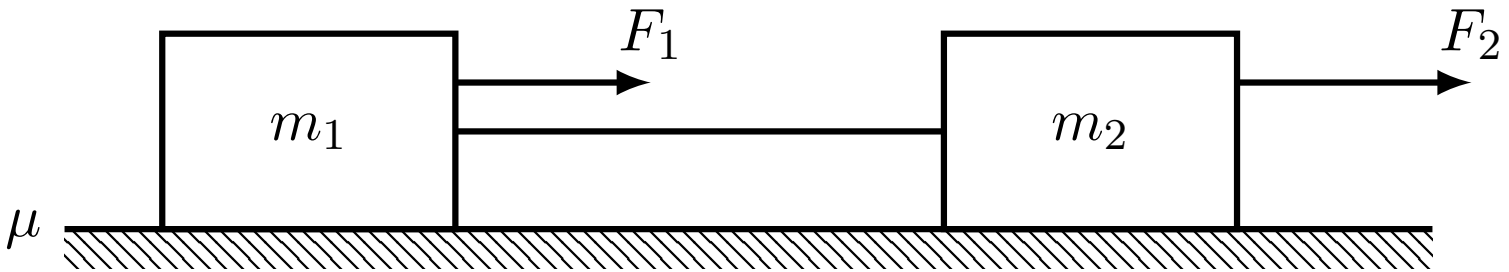
$$T = 0 \Rightarrow a_1 = a_2 = \frac{F_1}{m_1} = \frac{F_2}{m_2}$$

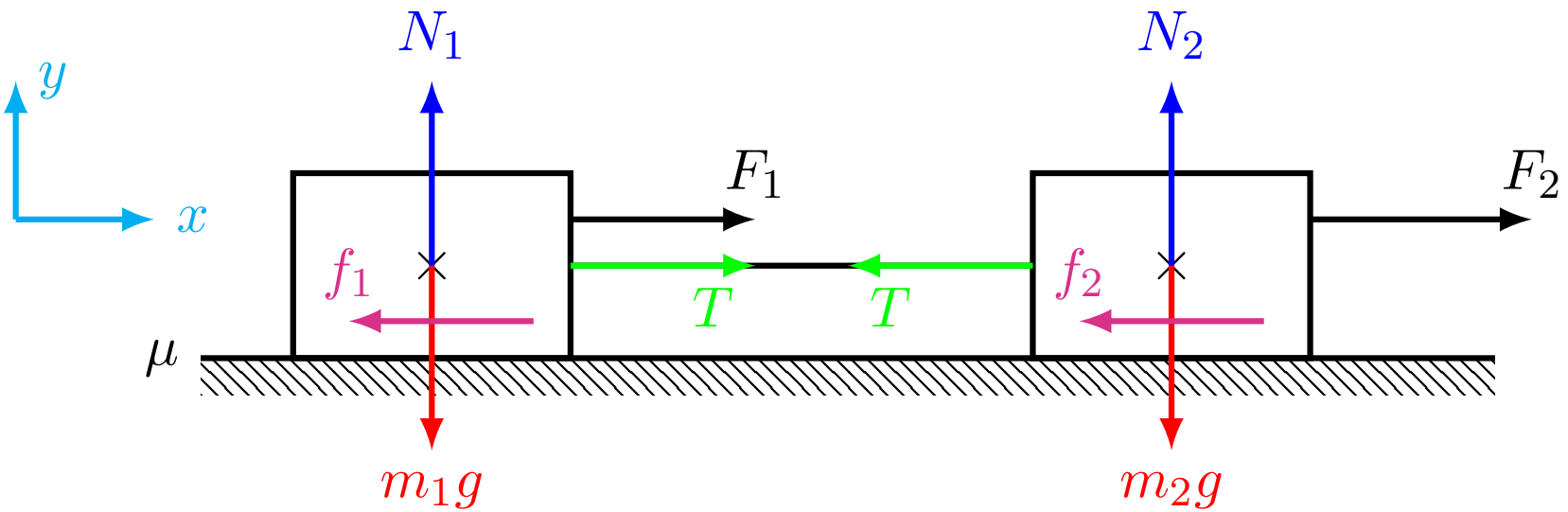
تحلیل ۲: وقتی هر دو جسم باید شتاب حرکت می‌کنند،

$$T > 0 \Rightarrow \frac{F_2}{m_2} > \frac{F_1}{m_1}$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم





کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم

قانون دوم نیوتن برای جرم m_1 :

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_1 a \Rightarrow T + F_1 - f_1 = m_1 a$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 = m_1 g$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی:

$$f_1 = \mu N_1 = \mu m_1 g$$

قانون دوم نیوتن برای جرم m_2 :

در امتداد x:

$$\sum F_x = m_2 a \Rightarrow F_2 - T - f_2 = m_2 a$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم
در امتداد y:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_2 = m_2 g$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی:

$$f_2 = \mu N_2 = \mu m_2 g$$

قانون دوم نیوتن:

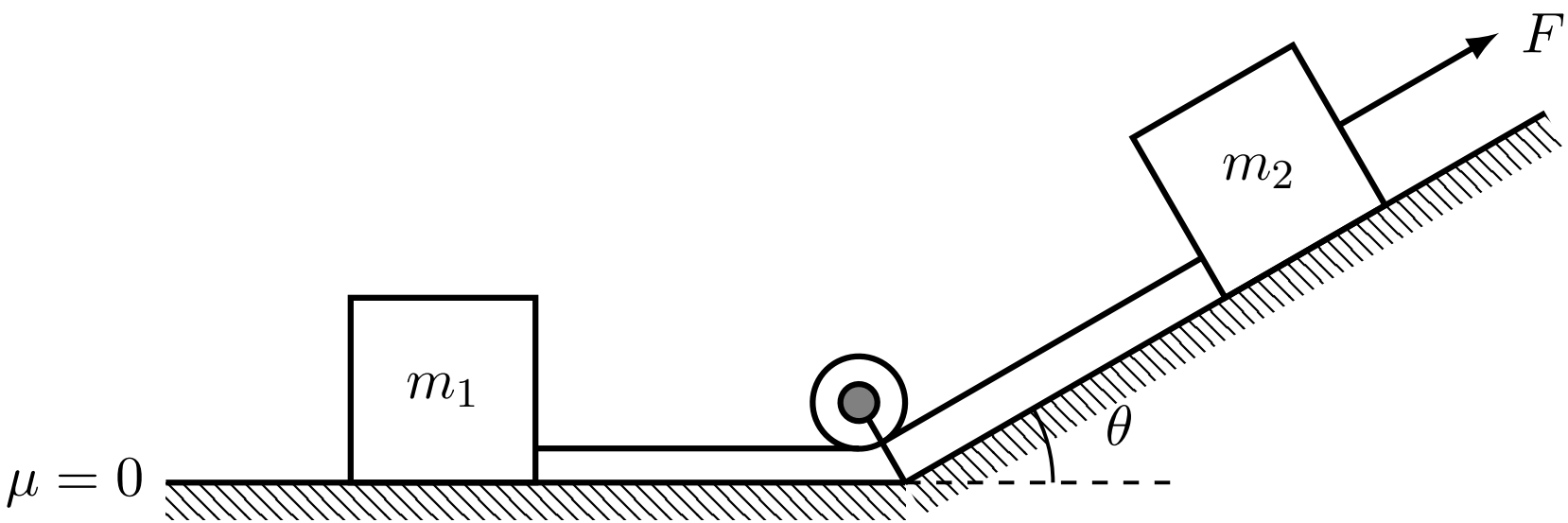
$$\begin{cases} T + F_1 - \mu m_1 g = m_1 a \\ F_2 - T - \mu m_2 g = m_2 a \end{cases}$$

$$a = \frac{1}{m_1 + m_2}[F_1 + F_2 - \mu(m_1 + m2)g]$$

$$T = \frac{1}{m_1 + m_2}(m_1 F_2 - m_2 F_1)$$

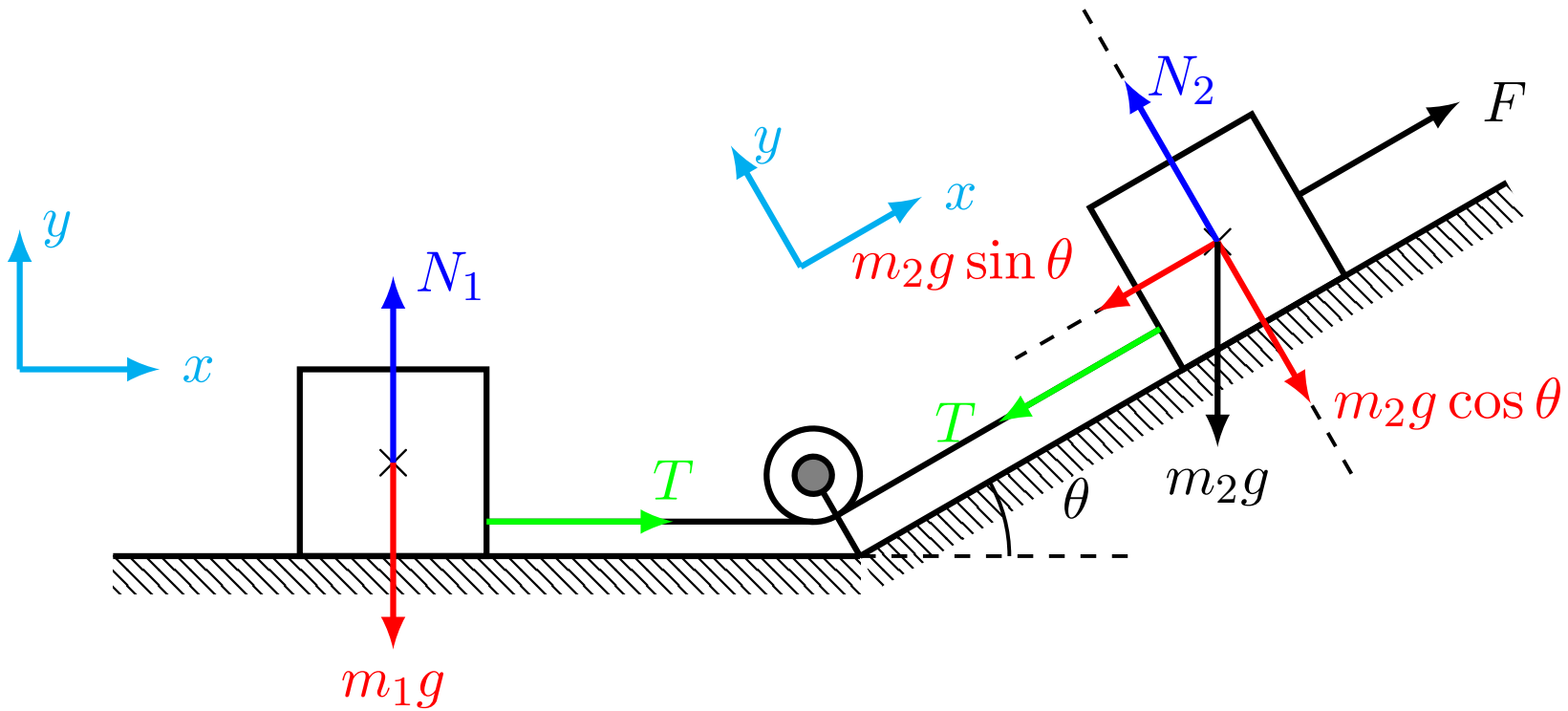
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم

قانون دوم نیوتن برای جرم m_1 :

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_1 a \Rightarrow T = m_1 a$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 = m_1 g$$

قانون دوم نیوتن برای جرم m_2 :

در امتداد x:

$$\sum F_x = m_2 a \Rightarrow F - m_2 g \sin\theta - T = m_2 a$$

در امتداد y:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_2 = m_2 g \cos\theta$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم
قانون دوم نیوتن:

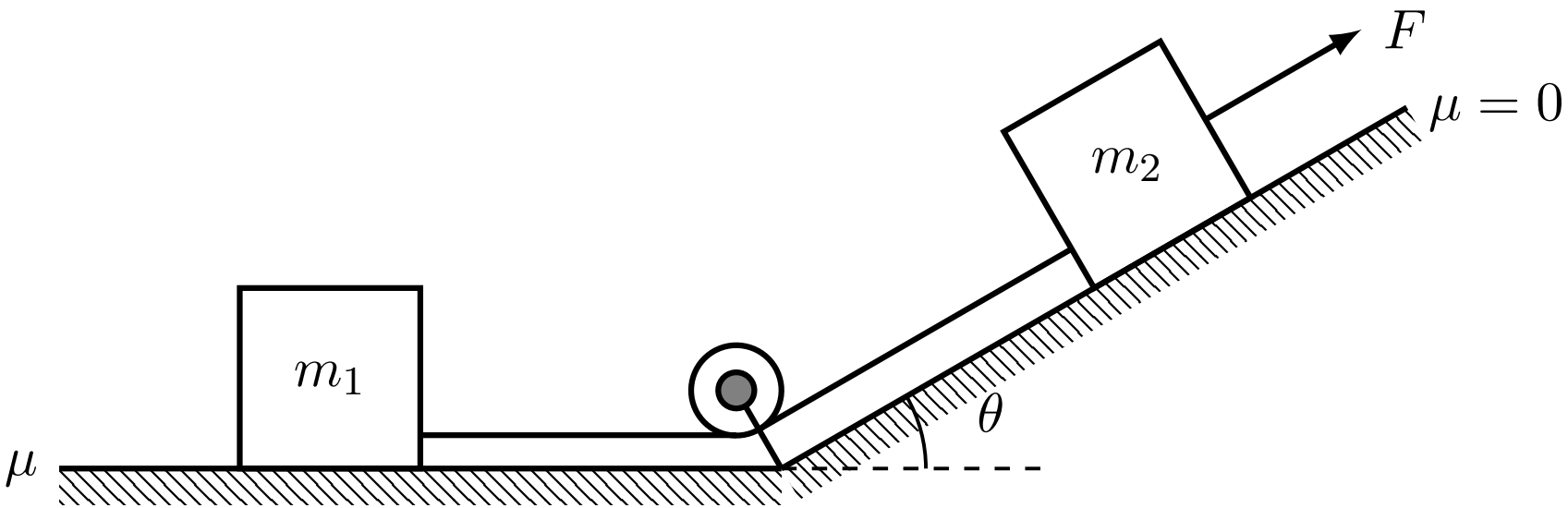
$$\begin{cases} T = m_1 a \\ F - m_2 g \sin\theta - T = m_2 a \end{cases}$$

$$a = \frac{1}{m_1 + m_2}(F - m_2 g \sin\theta)$$

$$T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\left(\frac{F}{m_2} - g \sin\theta\right)$$

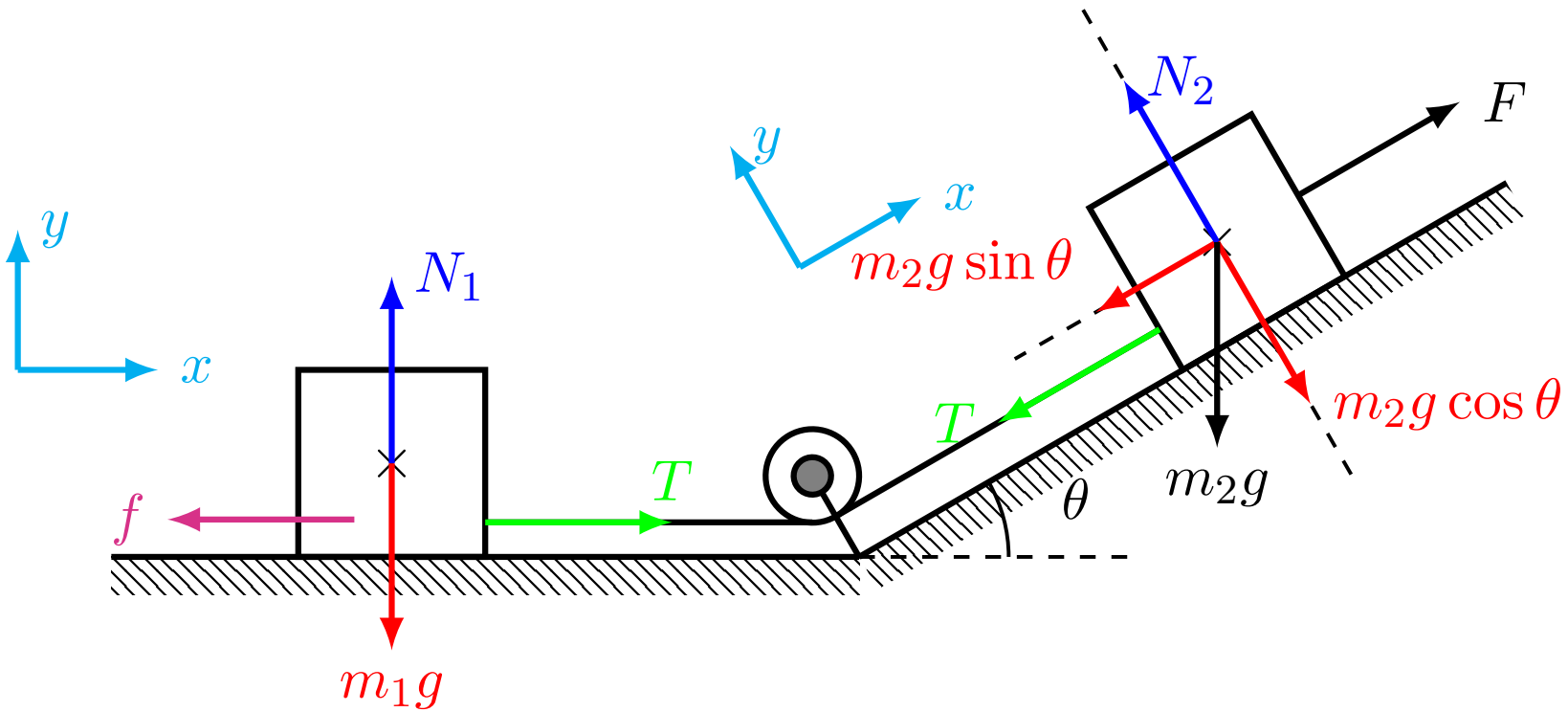
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم

قانون دوم نیوتن برای جرم m_1 :

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_1 a \Rightarrow T - f = m_1 a$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 = m_1 g$$

بزرگی نیرو اصطکاک لغزشی:

$$f = \mu N_1 = \mu m_1 g$$

قانون دوم نیوتن برای جرم m_2 :

در امتداد x:

$$\sum F_x = m_2 a \Rightarrow F - m_2 g \sin\theta - T = m_2 a$$

در امتداد y:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_2 = m_2 g \cos\theta$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم
قانون دوم نیوتن:

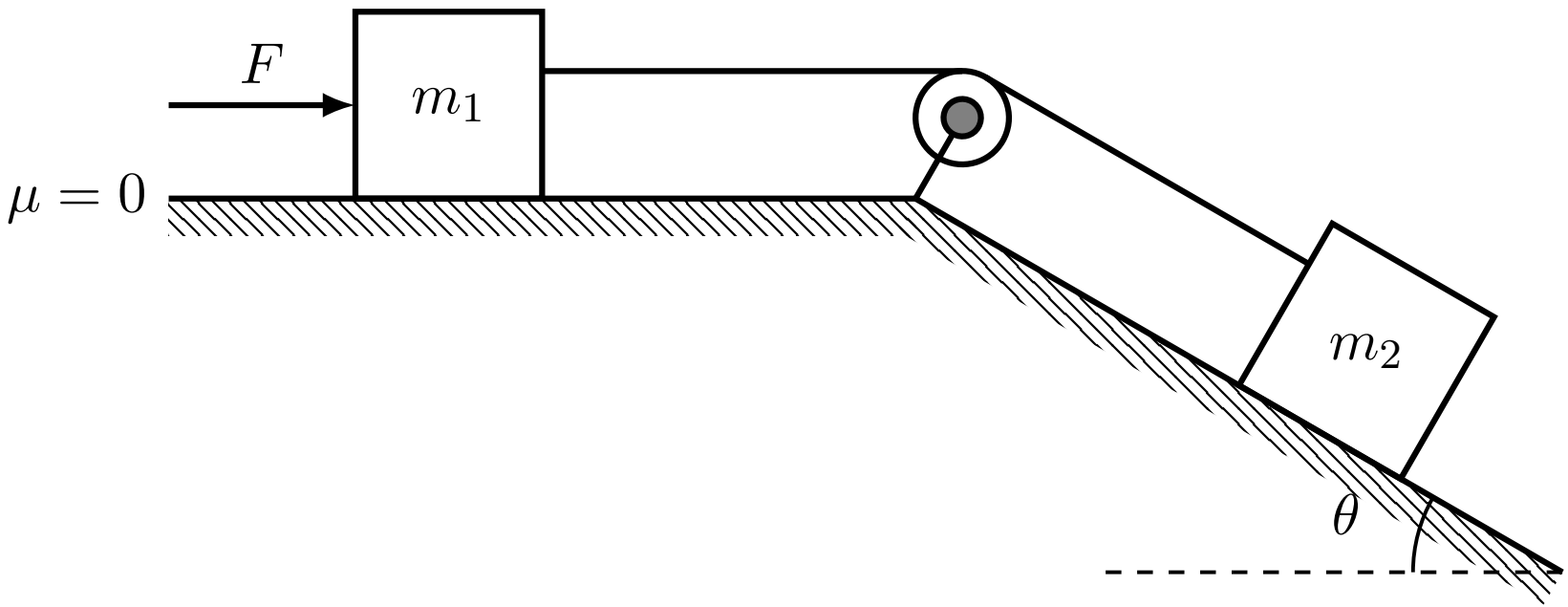
$$\begin{cases} T - \mu m_1 g = m_1 a \\ F - m_2 g \sin\theta - T = m_2 a \end{cases}$$

$$a = \frac{1}{m_1 + m_2}(F - m_2 g \sin\theta - \mu m_1 g)$$

$$T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\left(\frac{F}{m_2} - g\sin\theta + \mu g\right)$$

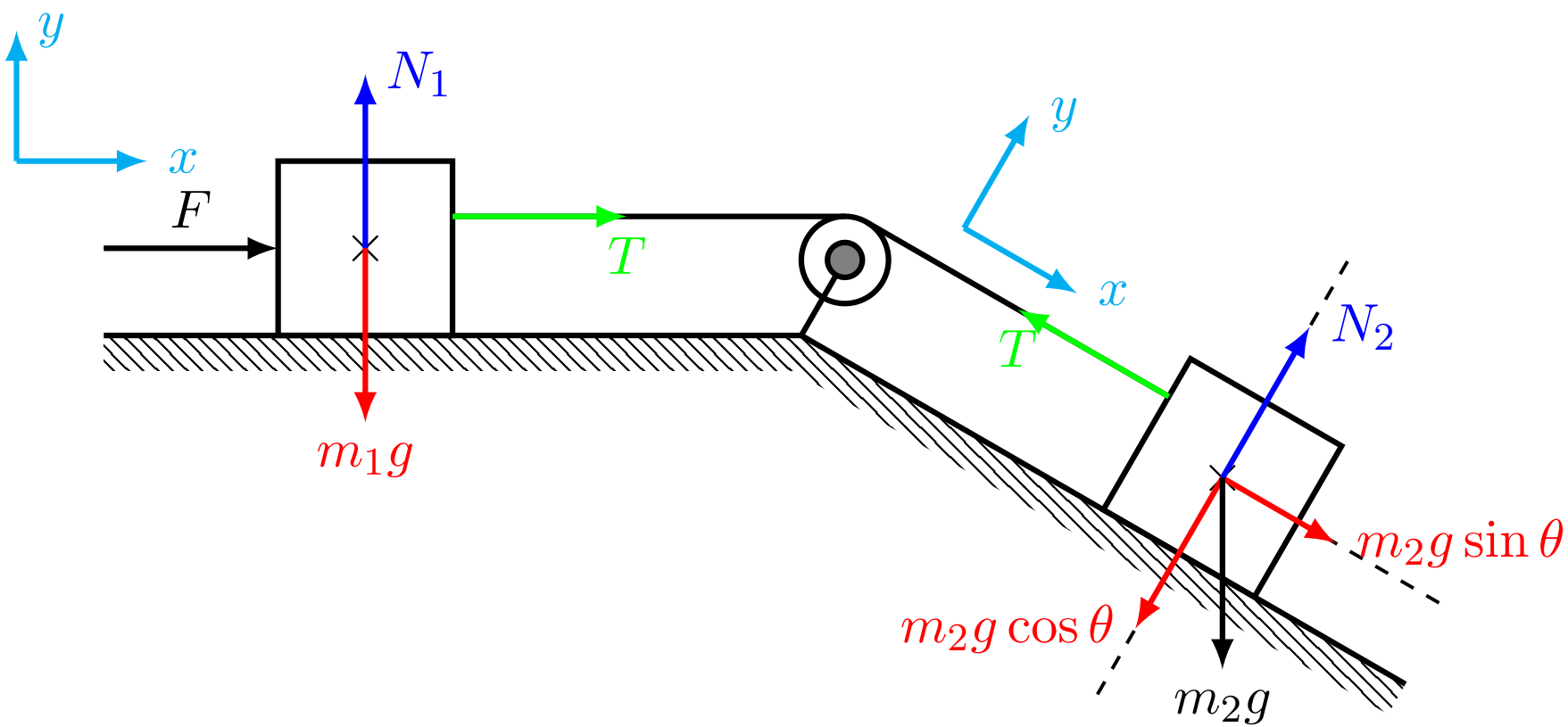
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم

قانون دوم نیوتن برای جرم m_1 :

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_1 a \Rightarrow F + T = m_1 a$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 = m_1 g$$

قانون دوم نیوتن برای جرم m_2 :

در امتداد x:

$$\sum F_x = m_2 a \Rightarrow m_2 g \sin\theta - T = m_2 a$$

در امتداد y:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_2 = m_2 g \cos\theta$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم
قانون دوم نیوتن:

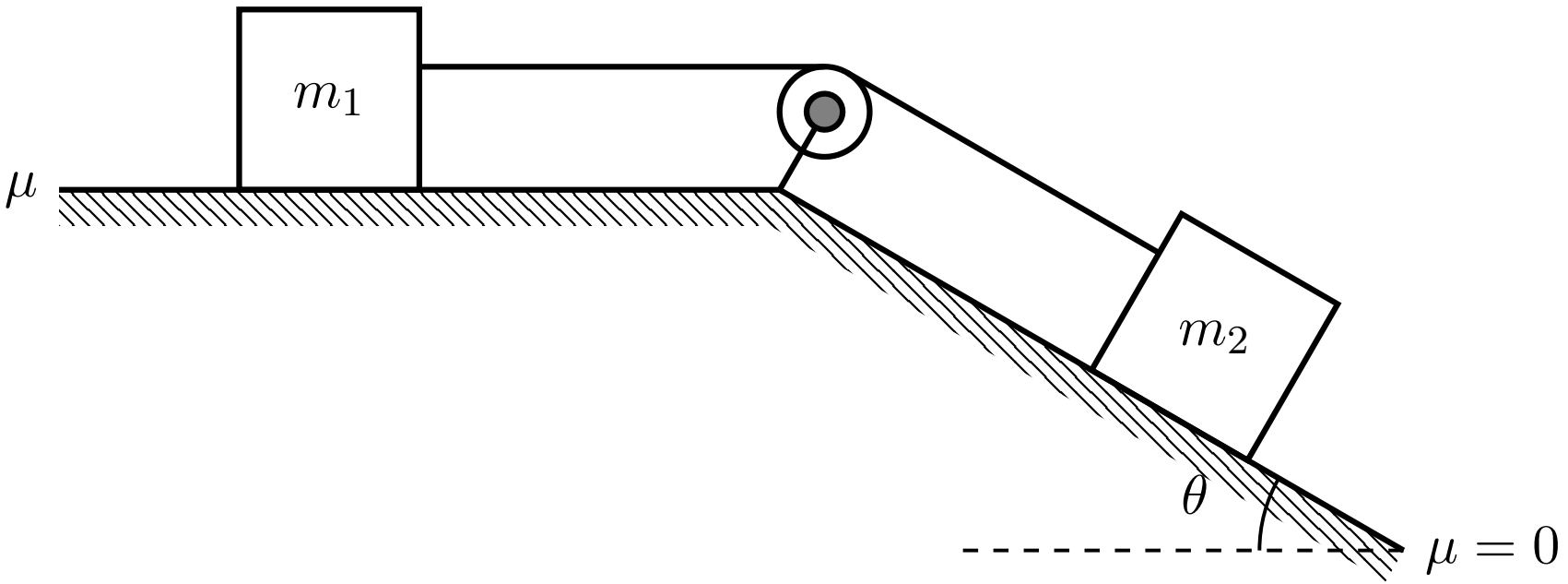
$$\begin{cases} F + T = m_1 a \\ m_2 g \sin\theta - T = m_2 a \end{cases}$$

$$a = \frac{1}{m_1 + m_2}(F + m_2 g \sin\theta)$$

$$T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\left(g \sin\theta - \frac{F}{m_1}\right)$$

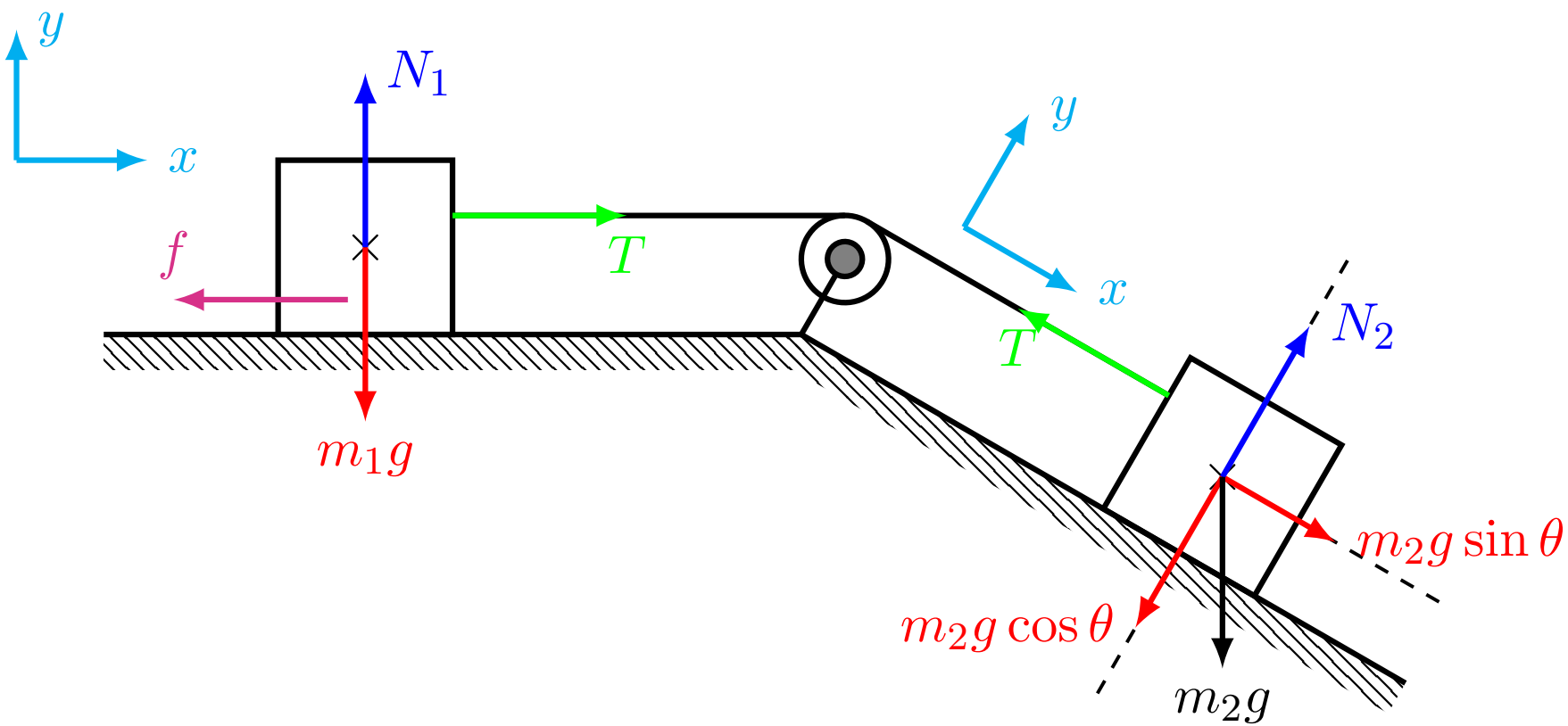
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم

قانون دوم نیوتن برای جرم m_1 :

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_1 a \Rightarrow T - f = m_1 a$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 = m_1 g$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی:

$$f = \mu N_1 = \mu m_1 g$$

قانون دوم نیوتن برای جرم m_2 :

در امتداد x:

$$\sum F_x = m_2 a \Rightarrow m_2 g \sin\theta - T = m_2 a$$

در امتداد y:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_2 = m_2 g \cos\theta$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم
قانون دوم نیوتن:

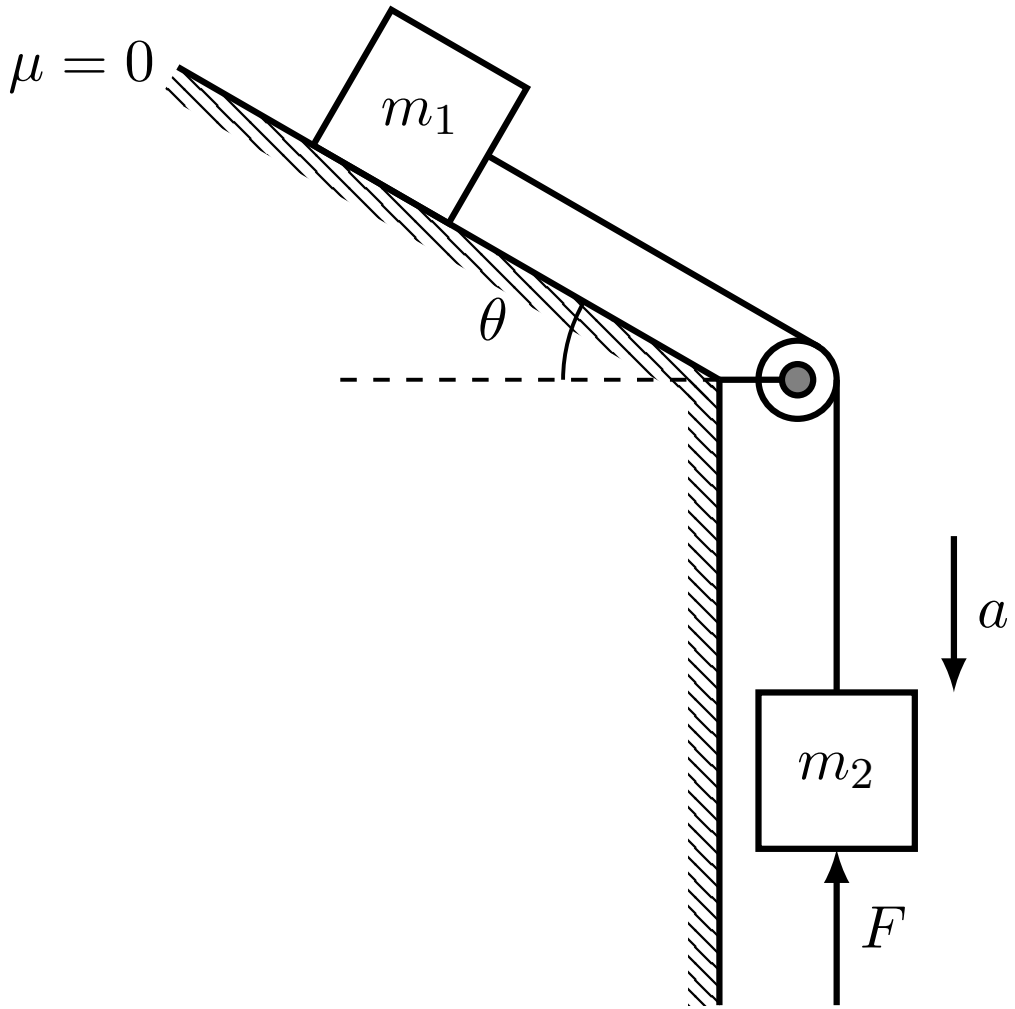
$$\begin{cases} T - \mu m_1 g = m_1 a \\ m_2 g \sin\theta - T = m_2 a \end{cases}$$

$$a = \frac{1}{m_1 + m_2}(m_2 g \sin\theta - \mu m_1 g)$$

$$T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\left(g \sin\theta - \frac{F}{m_1}\right)$$

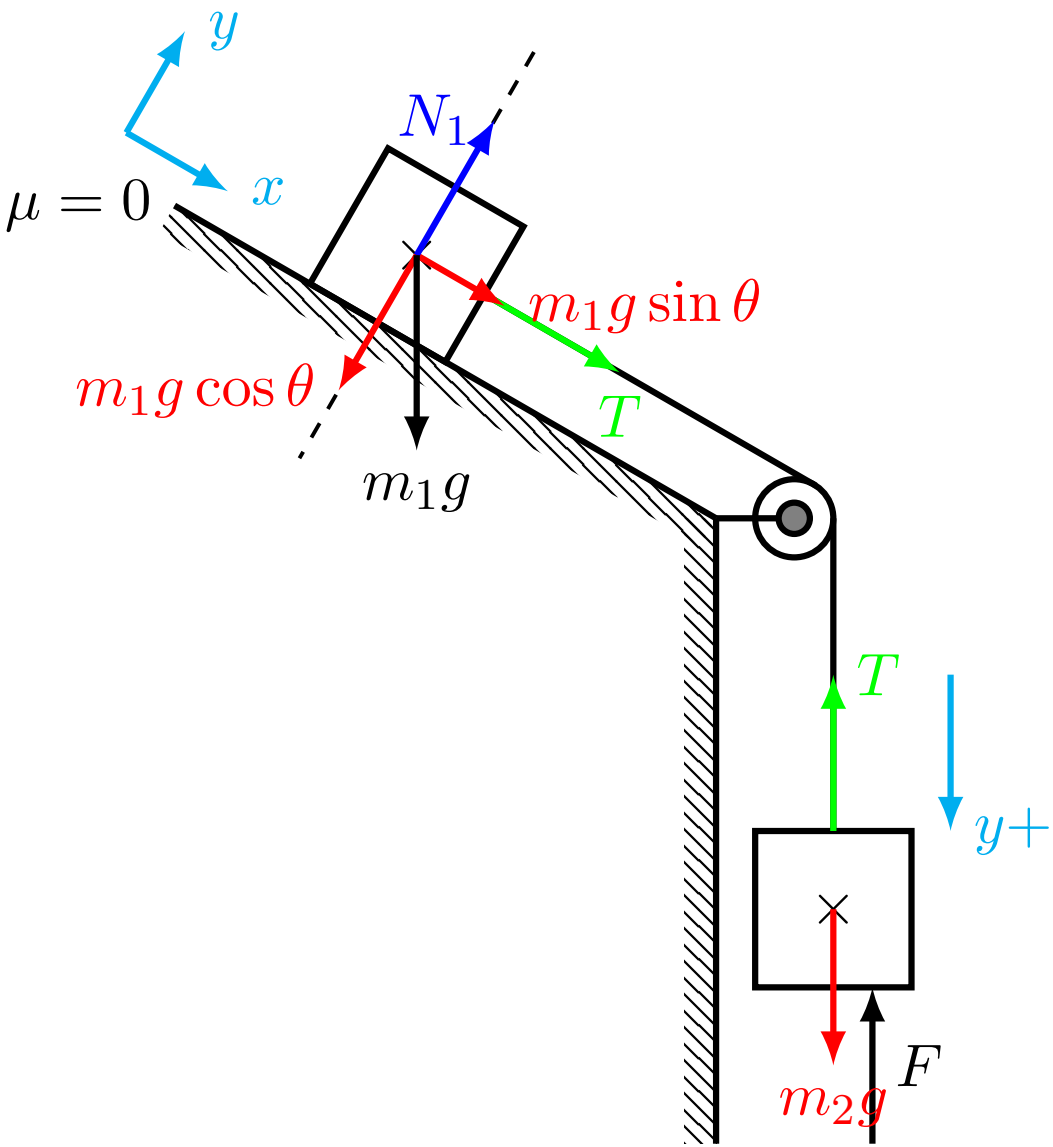
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم

قانون دوم نیوتن برای جرم m_1 :

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_1 a$$

$$m_1 g \sin\theta + T = m_1 a$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N_1 - m_1 g \sin\theta = 0 \Rightarrow N_1 = m_1 g \sin\theta$$

قانون دوم نیوتن برای جرم m_2 :

در امتداد $+y$:

$$\sum F_y = m_2 a$$

$$m_2 g - T - F = m_2 a$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم
قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} m_1 g \sin\theta + T = m_1 a \\ m_2 g - T - F = m_2 a \end{cases}$$

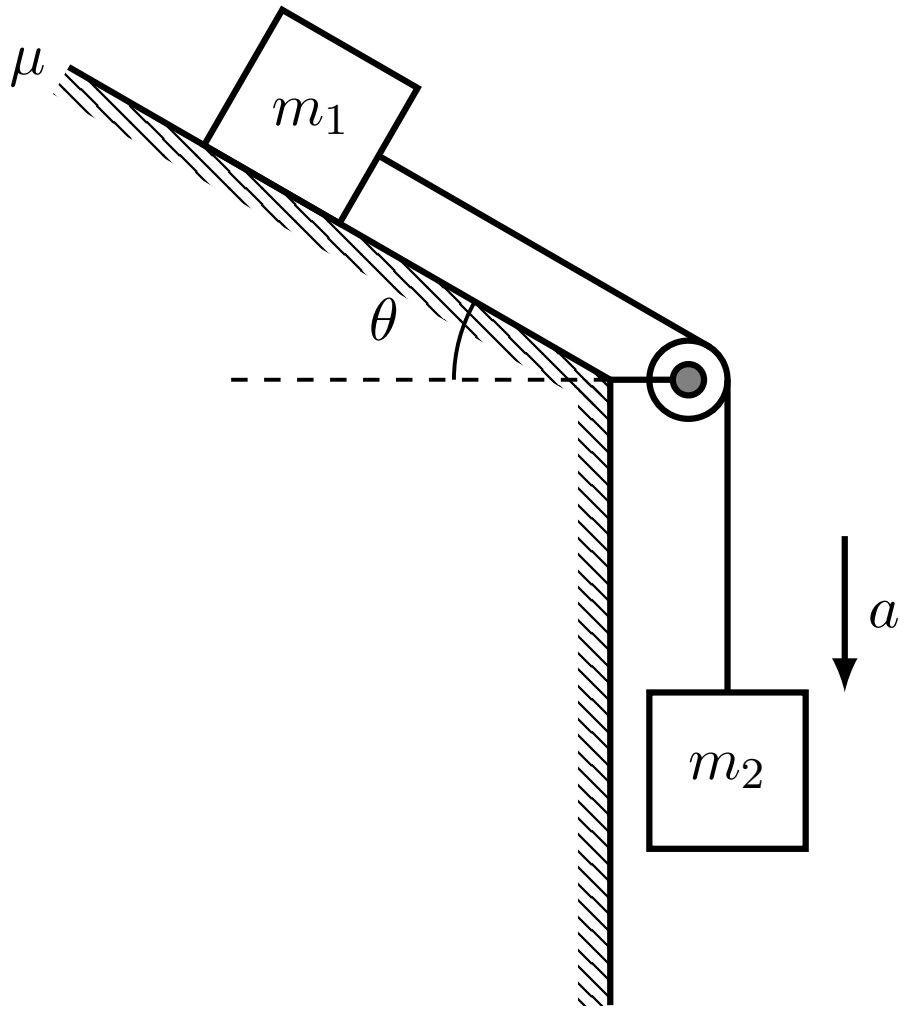
$$a = \frac{1}{m_1 + m_2}(m_1 g \sin\theta + m_2 g - F)$$

$$T = \frac{1}{m_1 + m_2}(-m_1 m_2 g \sin\theta + m_1 m_2 g - m_1 F)$$

$$T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\left(-g \sin\theta + g - \frac{F}{m_2}\right)$$

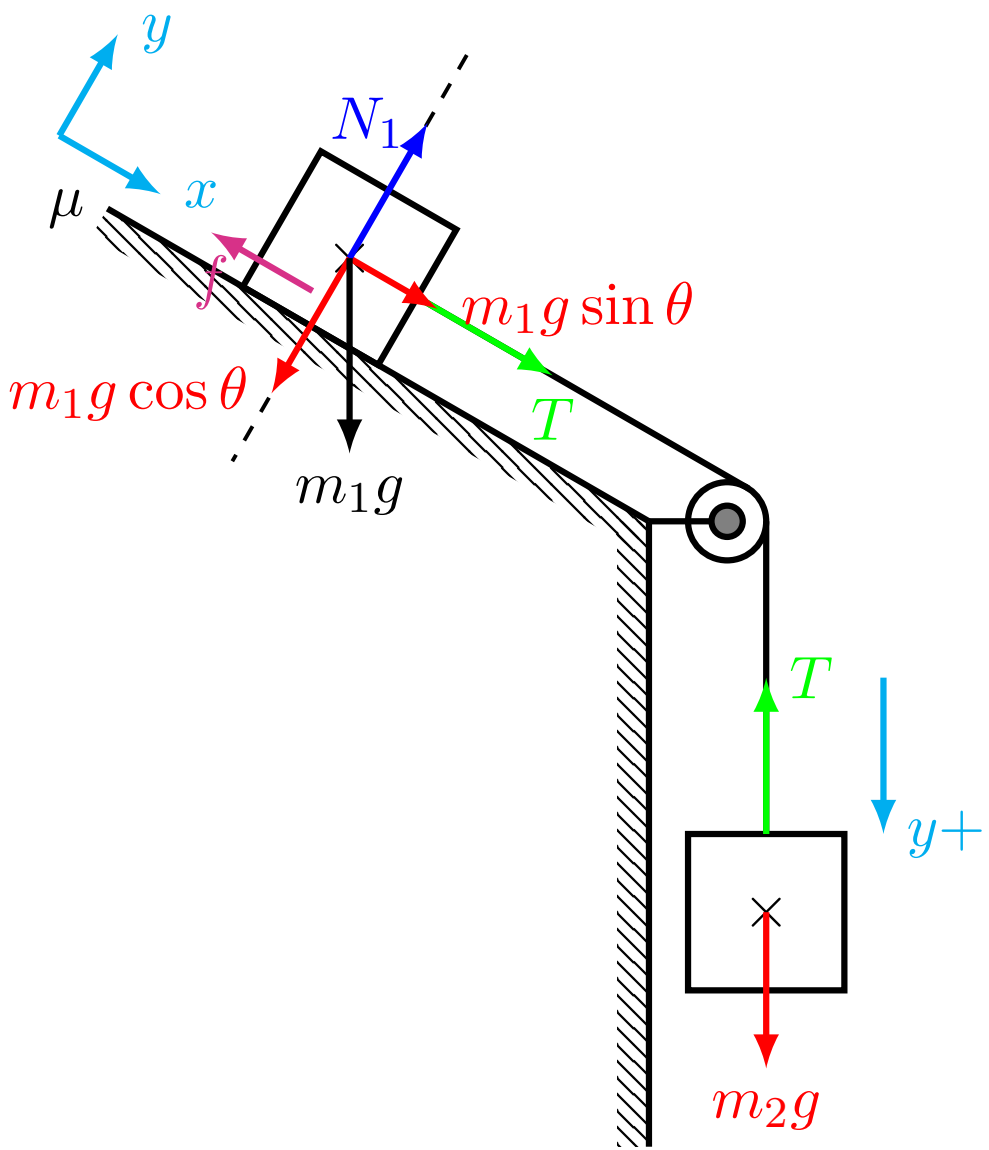
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم

قانون دوم نیوتن برای جرم m_1 :

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_1 a$$

$$m_1 g \sin\theta + T - f = m_1 a$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N_1 - m_1 g \sin\theta = 0 \Rightarrow N_1 = m_1 g \sin\theta$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی

$$f = \mu N_1 = \mu m_1 g \cos\theta$$

قانون دوم نیوتن برای جرم m_2 :

در امتداد $+y$:

$$\sum F_y = m_2 a$$

$$m_2 g - T = m_2 a$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم
قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} m_1 g \sin\theta + T - \mu m_1 g \cos\theta = m_1 a \\ m_2 g - T = m_2 a \end{cases}$$

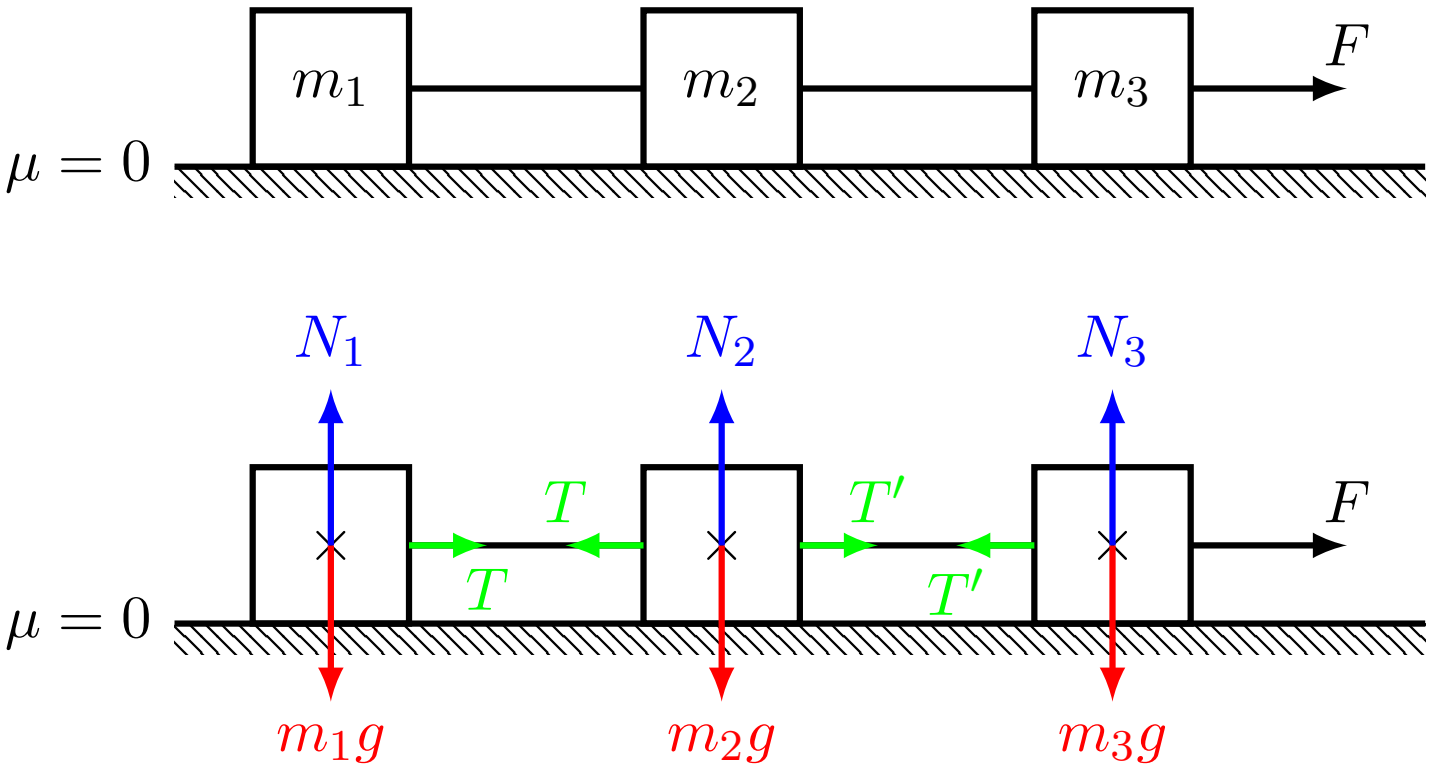
$$a = \frac{1}{m_1 + m_2}(m_1 g \sin\theta + m_2 g - \mu m_1 g \cos\theta)$$

$$T = \frac{1}{m_1 + m_2}(-m_1 m_2 g \sin\theta + m_1 m_2 g + m_1 m_2 g \mu \cos\theta)$$

$$T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}(-g \sin\theta + g + g\mu \cos\theta)$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و هفتم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم

قانون دوم نیوتن برای جرم m_1 :

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_1 a \Rightarrow T = m_1 a$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 - m_1 g = 0 \Rightarrow N_1 = m_1 g$$

قانون دوم نیوتن برای جرم m_2 :

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_2 a \Rightarrow T' - T = m_2 a$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_2 - m_2 g = 0 \Rightarrow N_2 = m_2 g$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم

قانون دوم نیوتن برای جرم m_3 :

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_3 a \Rightarrow F - T' = m_3 a$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_3 - m_3 g = 0 \Rightarrow N_3 = m_3 g$$

قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} T = m_1 a \\ T' - T = m_2 a \\ F - T' = m_3 a \end{cases}$$

$$a = \frac{1}{M} F, \qquad M = m_1 + m_2 + m_3$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم
قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} T = m_1 a \\ T' - T = m_2 a \\ F - T' = m_3 a \end{cases}$$

$$M = m_1 + m_2 + m_3$$

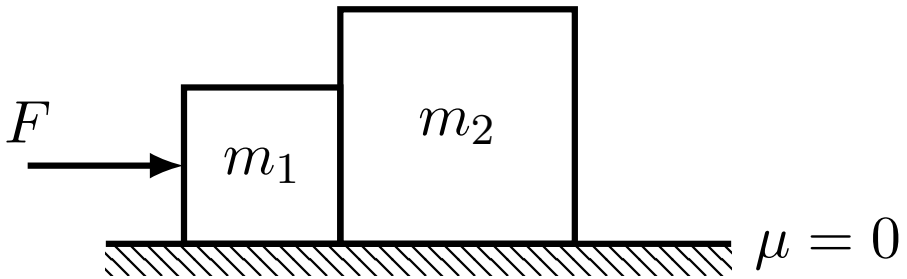
$$a = \frac{1}{M} F$$

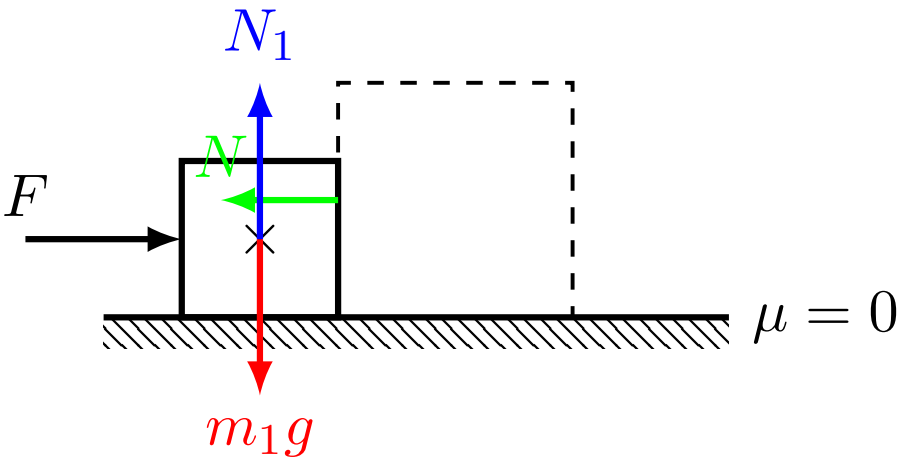
$$T = \frac{m_1}{M} F$$

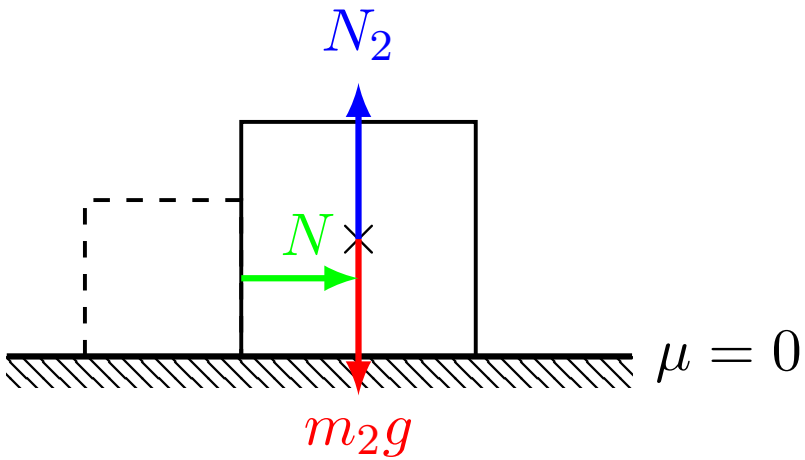
$$T' = F - \frac{m_3}{M} F = \frac{m_1 + m_2}{M} F$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و هشتم







کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و هشتم

قانون دوم نیوتن برای جرم m_1 :

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_1 a \Rightarrow F - N = m_1 a$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 = m_1 g$$

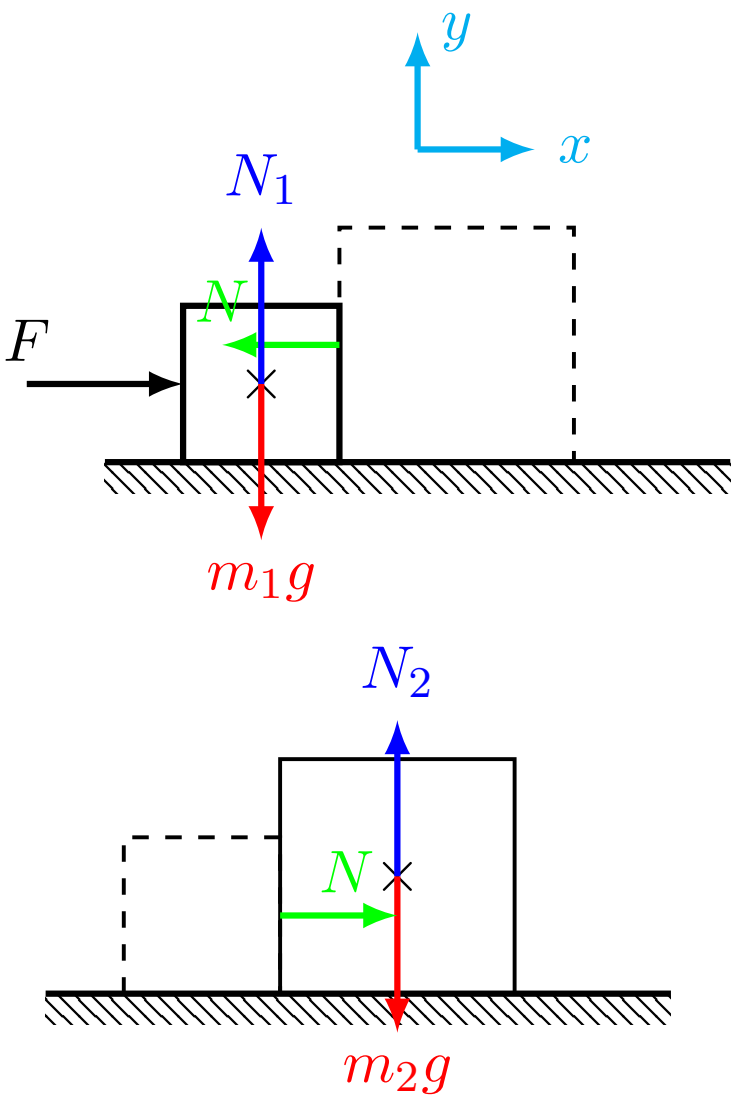
قانون دوم نیوتن برای جرم m_2 :

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_2 a \Rightarrow N = m_2 a$$

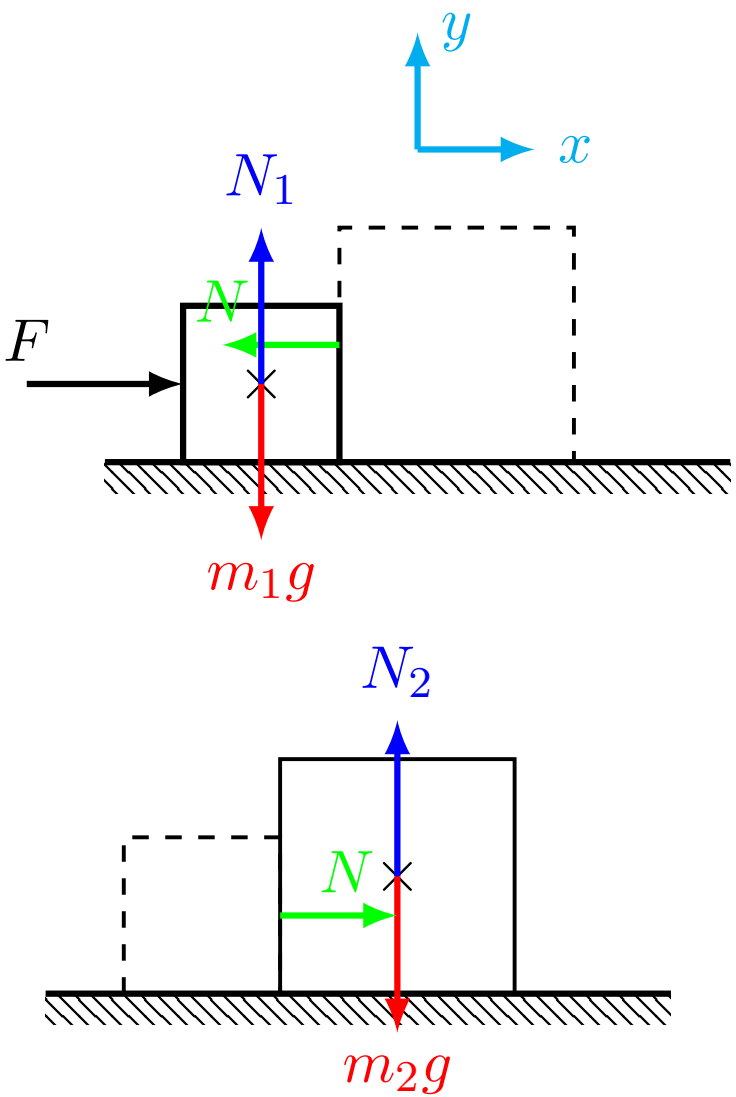
در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_2 = m_2 g$$



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و هشتم



قانون دوم نیوتن:

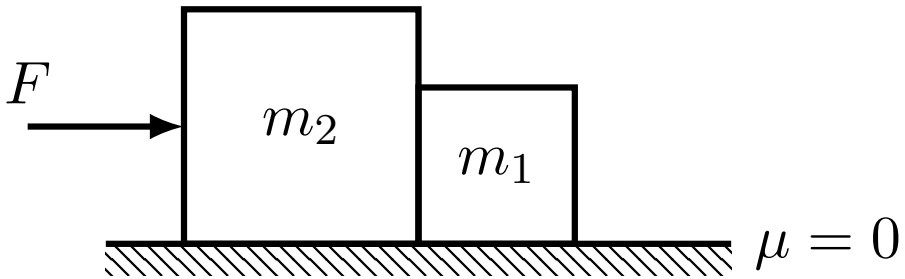
$$\begin{cases} F - N = m_1 a \\ N = m_2 a \end{cases}$$

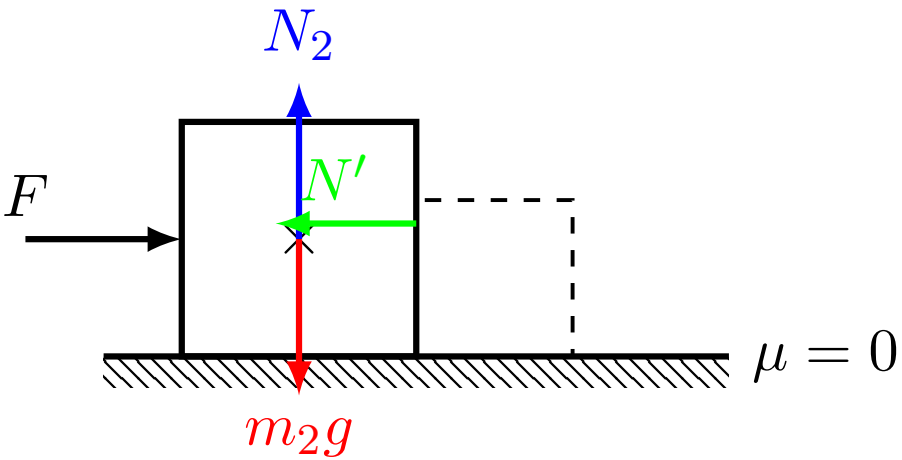
$$a = \frac{1}{m_1 + m_2} F$$

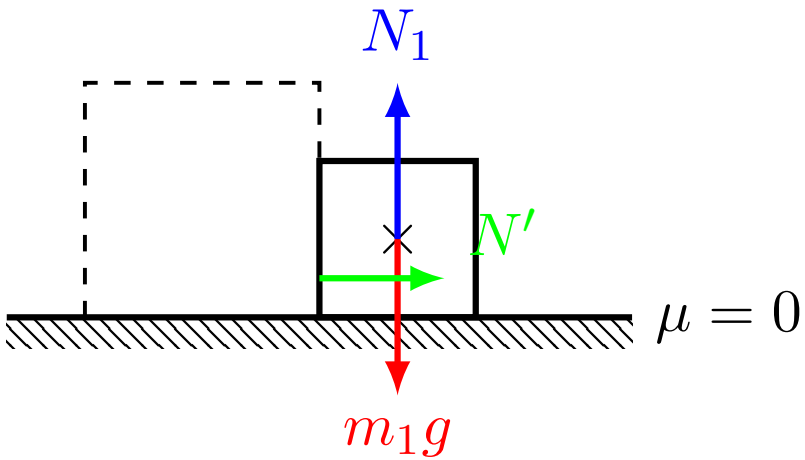
$$N = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و نهم







کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و هشتم

قانون دوم نیوتن برای جرم m_2 :

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_2 a \Rightarrow F - N' = m_2 a$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_2 = m_2 g$$

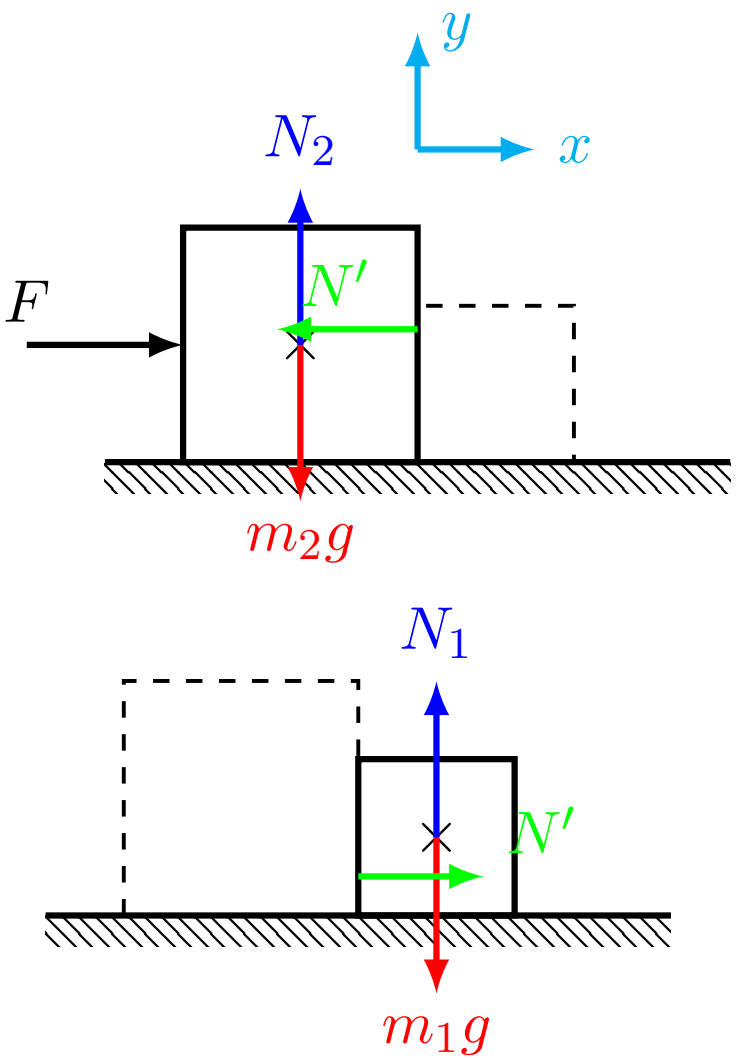
قانون دوم نیوتن برای جرم m_1 :

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_2 a \Rightarrow N' = m_1 a$$

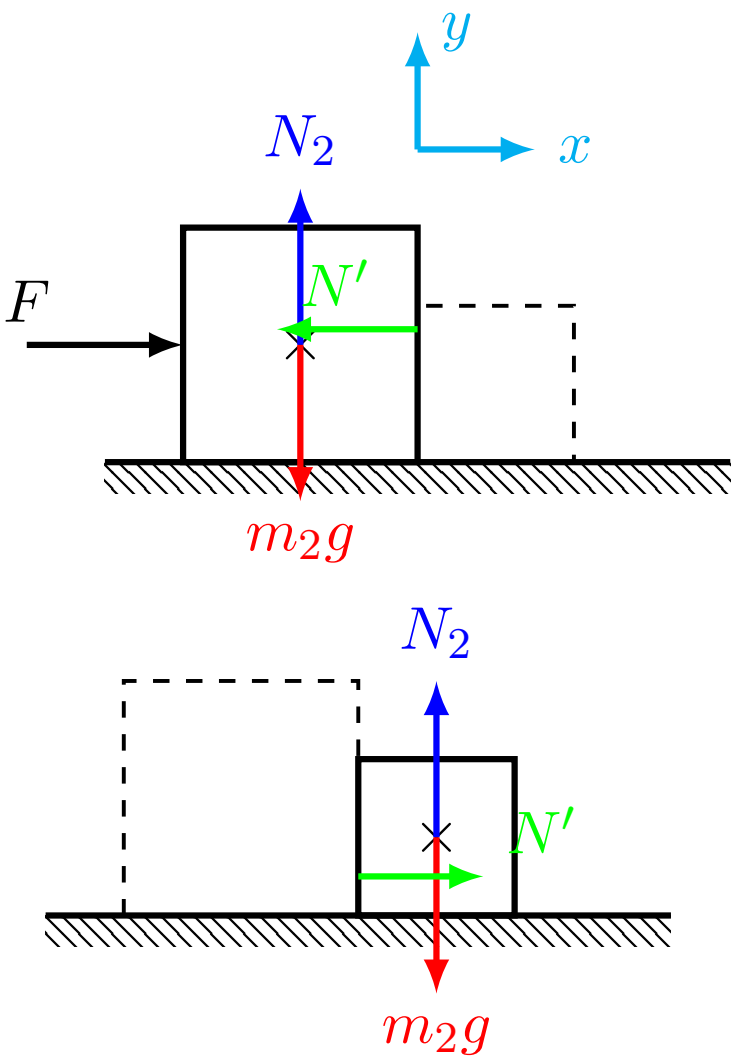
در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 = m_1 g$$



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و هشتم



قانون دوم نیوتن:

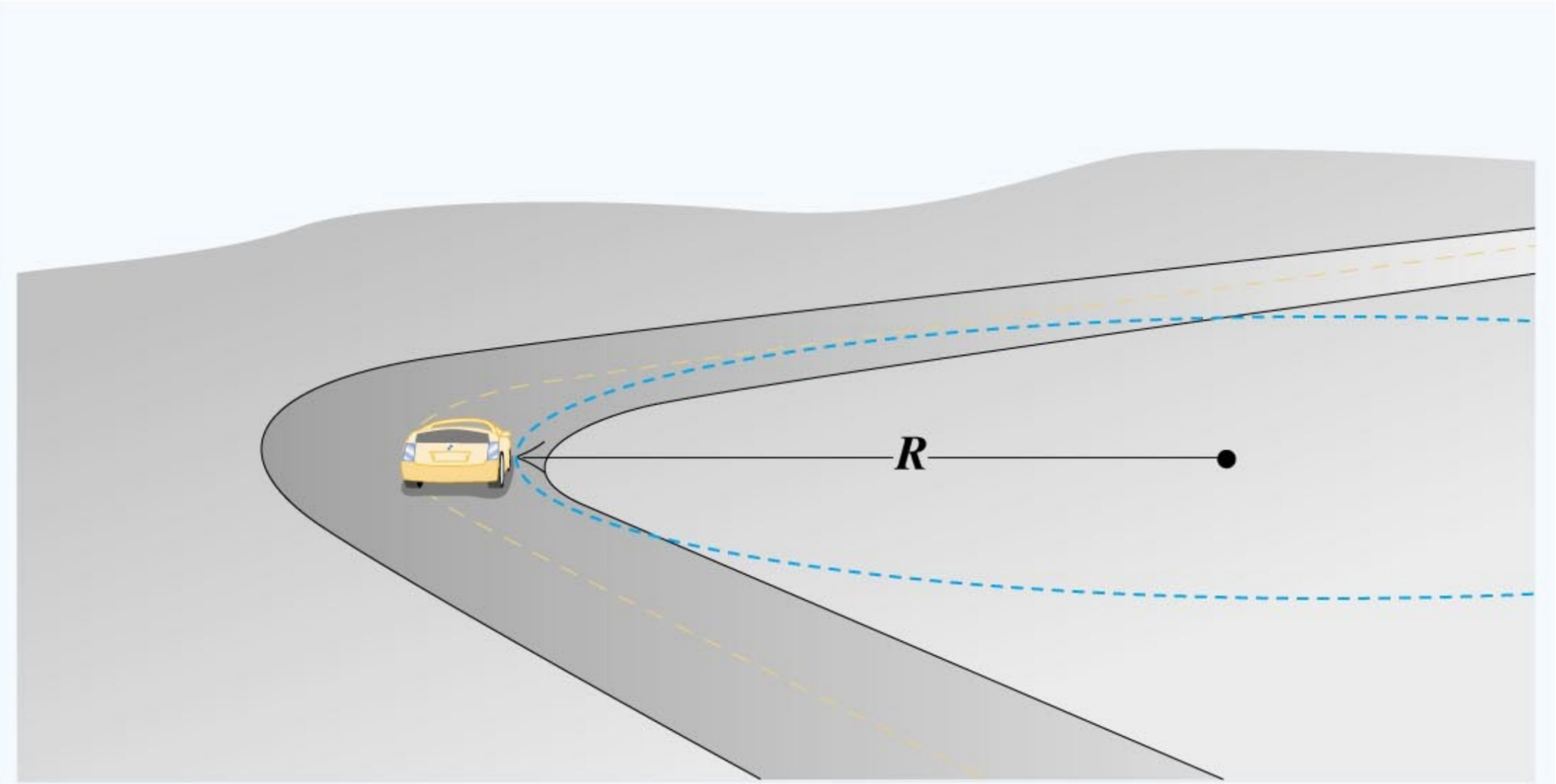
$$\begin{cases} F - N' = m_2 a \\ N' = m_1 a \end{cases}$$

$$a = \frac{1}{m_1 + m_2} F$$

$$N' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} F$$

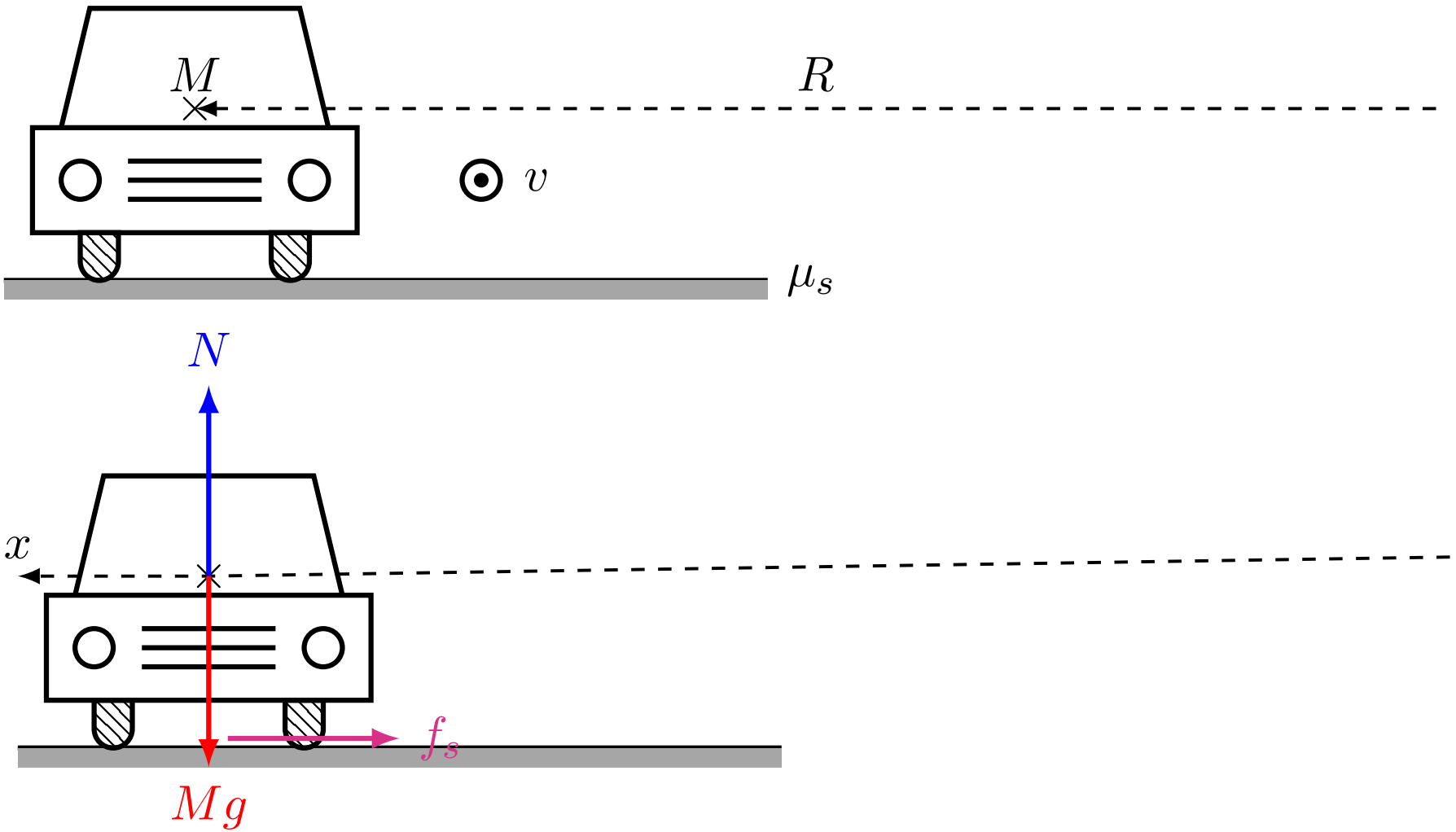
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله سی‌ام



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله سی‌ام



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله سی‌ام

برایند نیروها در امتداد شعاعی (یا محور x):

$$\sum F_r = Ma_r \Rightarrow -f_s = -M\frac{v^2}{R}$$

نیروی اصطکاک ایستایی:

$$f_s \leq \mu_s N$$

بدین‌ترتیب

$$\frac{Mv^2}{R} \leq \mu_s N$$

برایند نیروها در امتدا محور y:

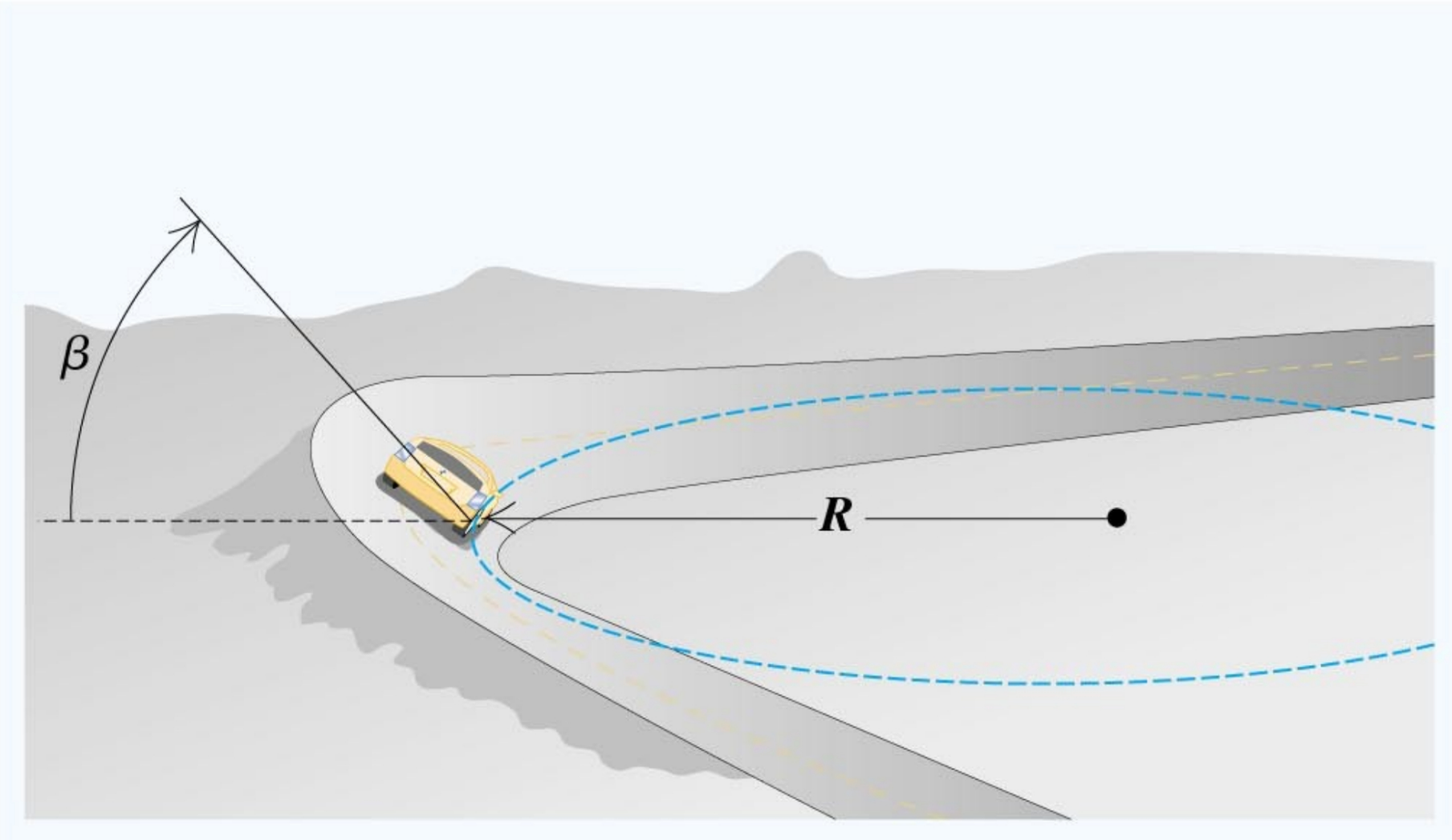
$$N - Mg = 0 \Rightarrow N = Mg$$

شرط ماندن اتومبیل در سرپیچی به شعاع R:

$$\frac{Mv^2}{R} \leq \mu_s Mg \quad \text{یا} \quad \frac{v^2}{Rg} \leq \mu_s \quad \text{یا} \quad v \leq \sqrt{\mu_s Rg}$$

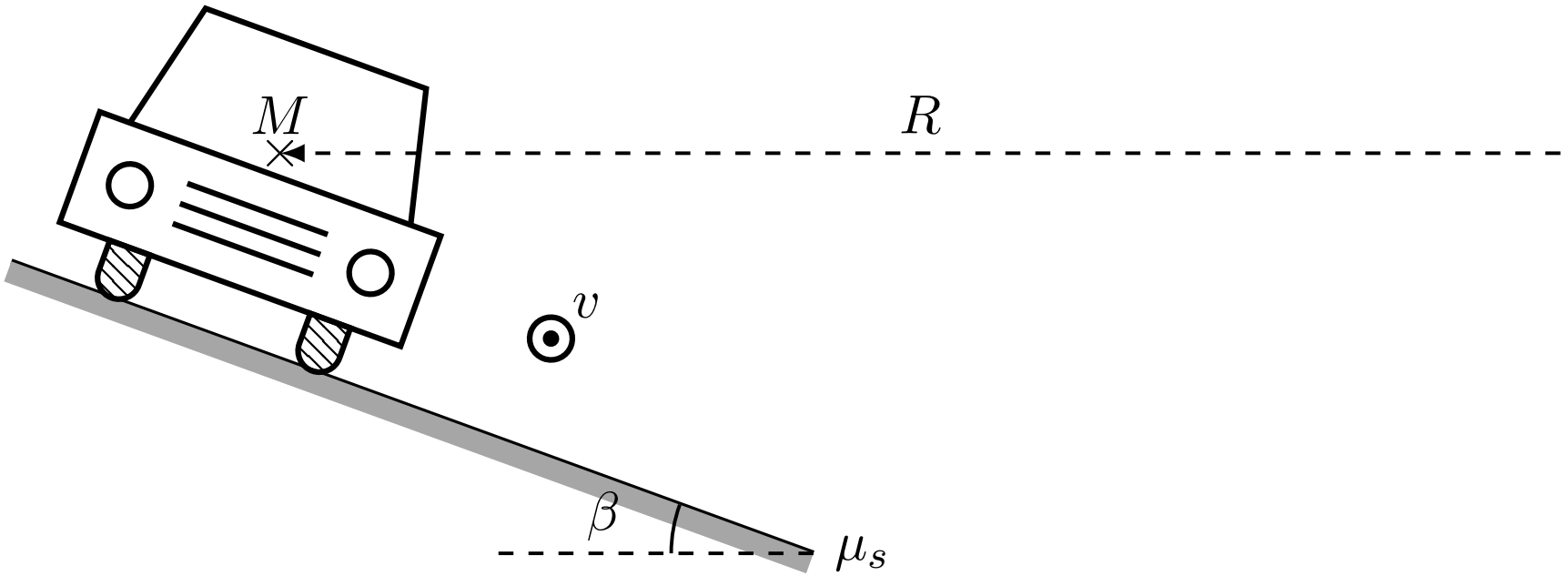
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله سی و یکم



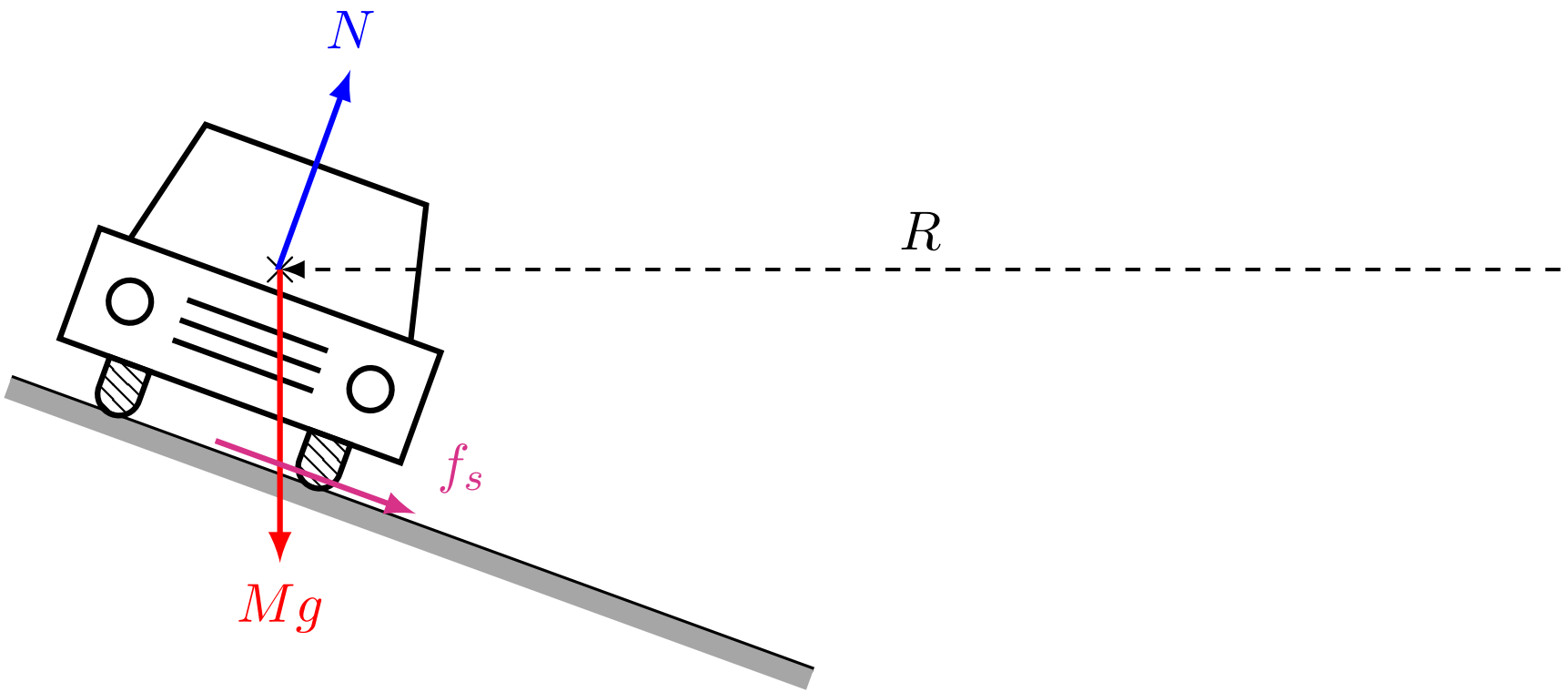
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله سی و یکم



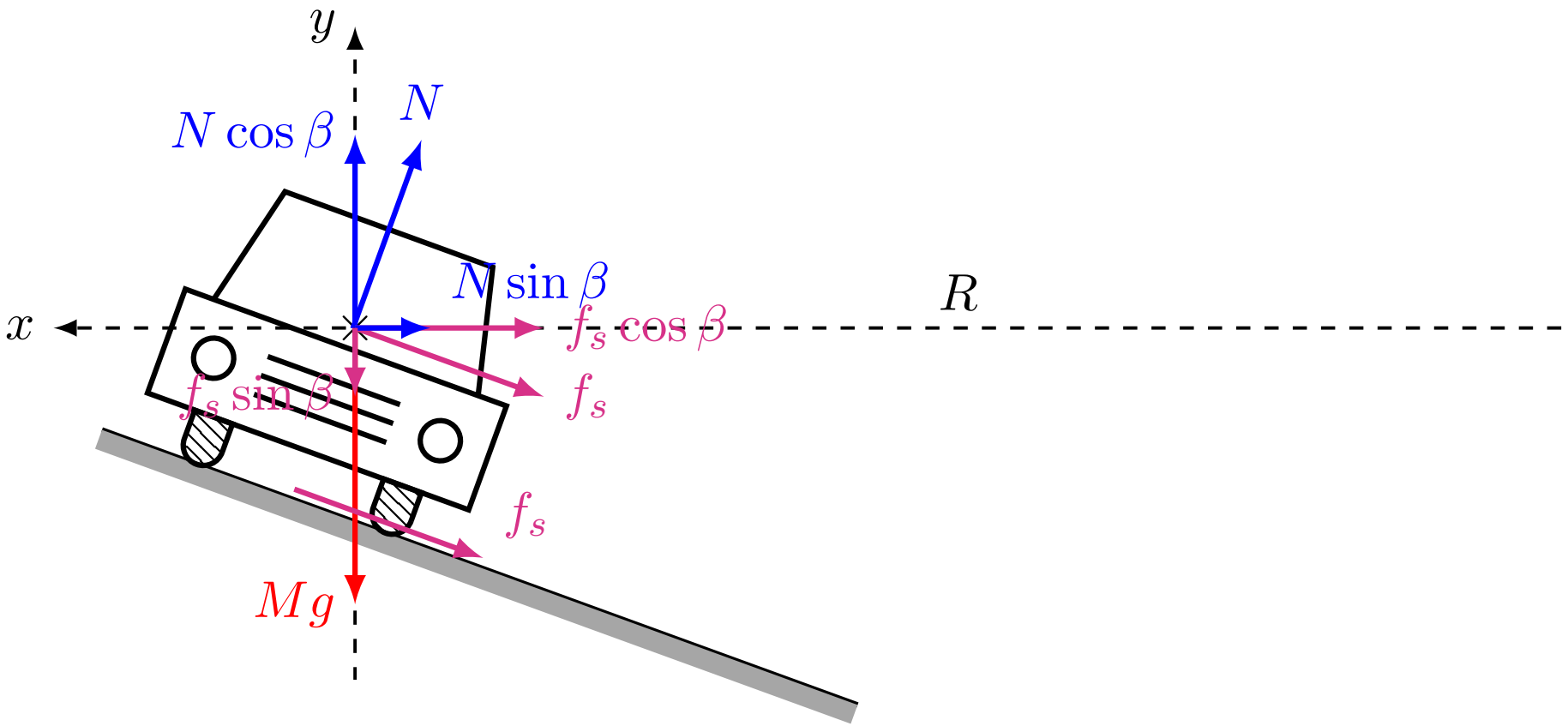
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله سی و یکم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله سی و یکم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله سی‌ام

برایند نیروها در امتداد شعاعی (یا محور x):

$$\sum F_r = Ma_r \Rightarrow -f_s \cos\beta - N \sin\beta = -M\frac{v^2}{R}$$

نیروی اصطکاک ایستایی:

$$f_s \leq \mu_s N$$

برایند نیروها در امتدا محور y:

$$N\cos\beta - f_s \sin\beta - Mg = 0$$

بنابراین

$$\begin{cases} N\sin\beta + f_s\cos\beta = Mv^2/R \\ N\cos\beta - f_s\sin\beta = Mg \end{cases}$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله سی‌ام
قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} N\sin\beta + f_s\cos\beta = Mv^2/R \\ N\cos\beta - f_s\sin\beta = Mg \end{cases}$$

نیروی اصطکاک ایستایی و عکس‌العمل سطح:

$$\begin{cases} N = (Mv^2/R)\sin\beta + Mg\cos\beta \\ f_s = (Mv^2/R)\cos\beta - Mg\sin\beta \end{cases}$$

رابطه نیروی اصطکاک ایستایی و عکس‌العمل سطح:

$$f_s \le \mu_s N$$

$$[(Mv^2/R)\cos\beta - Mg\sin\beta] \le \mu_s[(Mv^2/R)\sin\beta + Mg\cos\beta]$$

$$(Mv^2/R)[\cos\beta - \mu_s\sin\beta] \le Mg[\sin\beta + \mu_s\cos\beta]$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله سی‌ام
رابطه نیروی اصطکاک ایستایی و عکس‌العمل سطح:

$$f_s \leq \mu_s N$$
$$(Mv^2/R)[\cos\beta - \mu_s \sin\beta] \leq Mg[\sin\beta + \mu_s \cos\beta]$$

$$\frac{v^2}{Rg} \leq \frac{\sin\beta + \mu_s \cos\beta}{\cos\beta - \mu_s \sin\beta}$$

یا

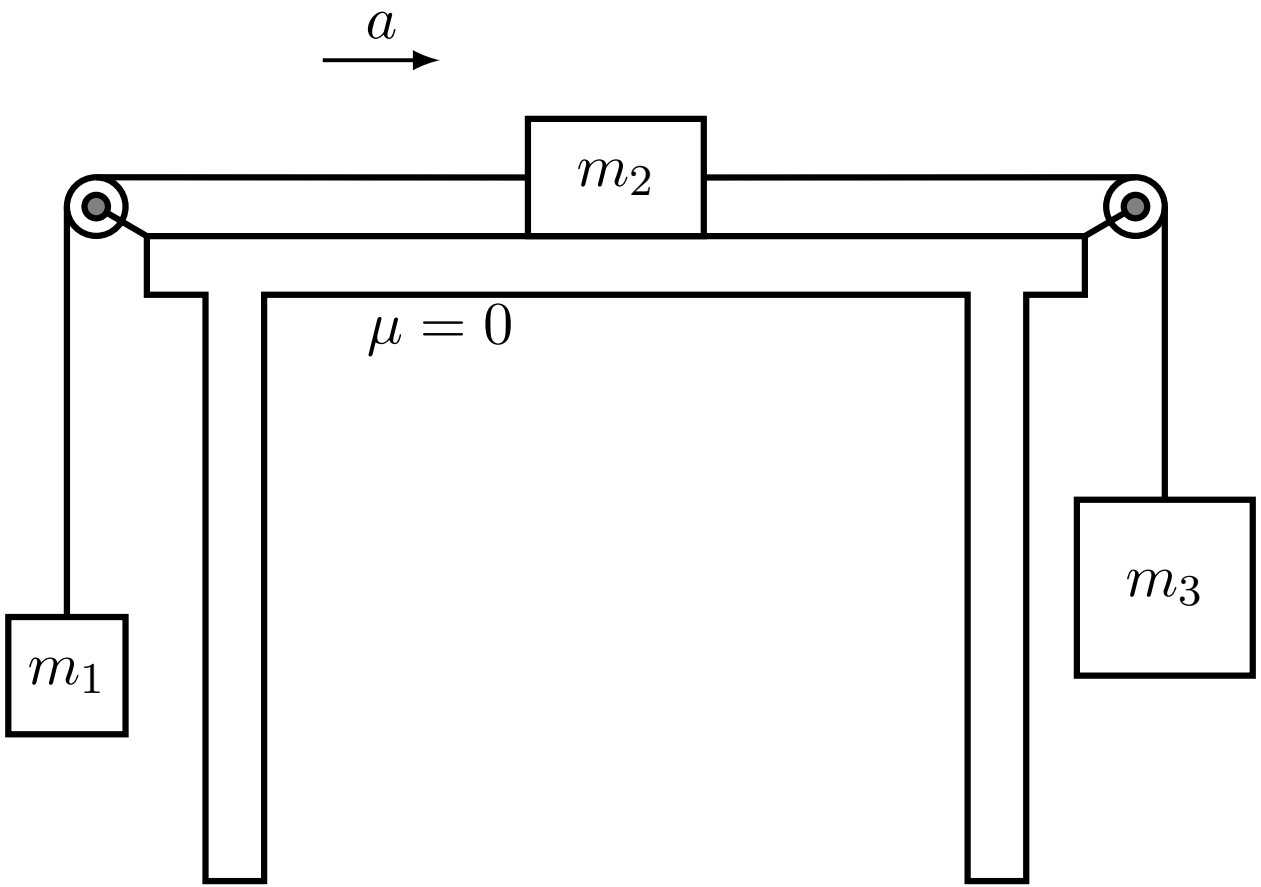
$$v \leq \sqrt{Rg\left(\frac{\sin\beta + \mu_s \cos\beta}{\cos\beta - \mu_s \sin\beta}\right)}$$

آستانه لغزش ماشین در امتداد عرضی جاده:

$$v_{max} = \sqrt{Rg\left(\frac{\sin\beta + \mu_s \cos\beta}{\cos\beta - \mu_s \sin\beta}\right)}$$

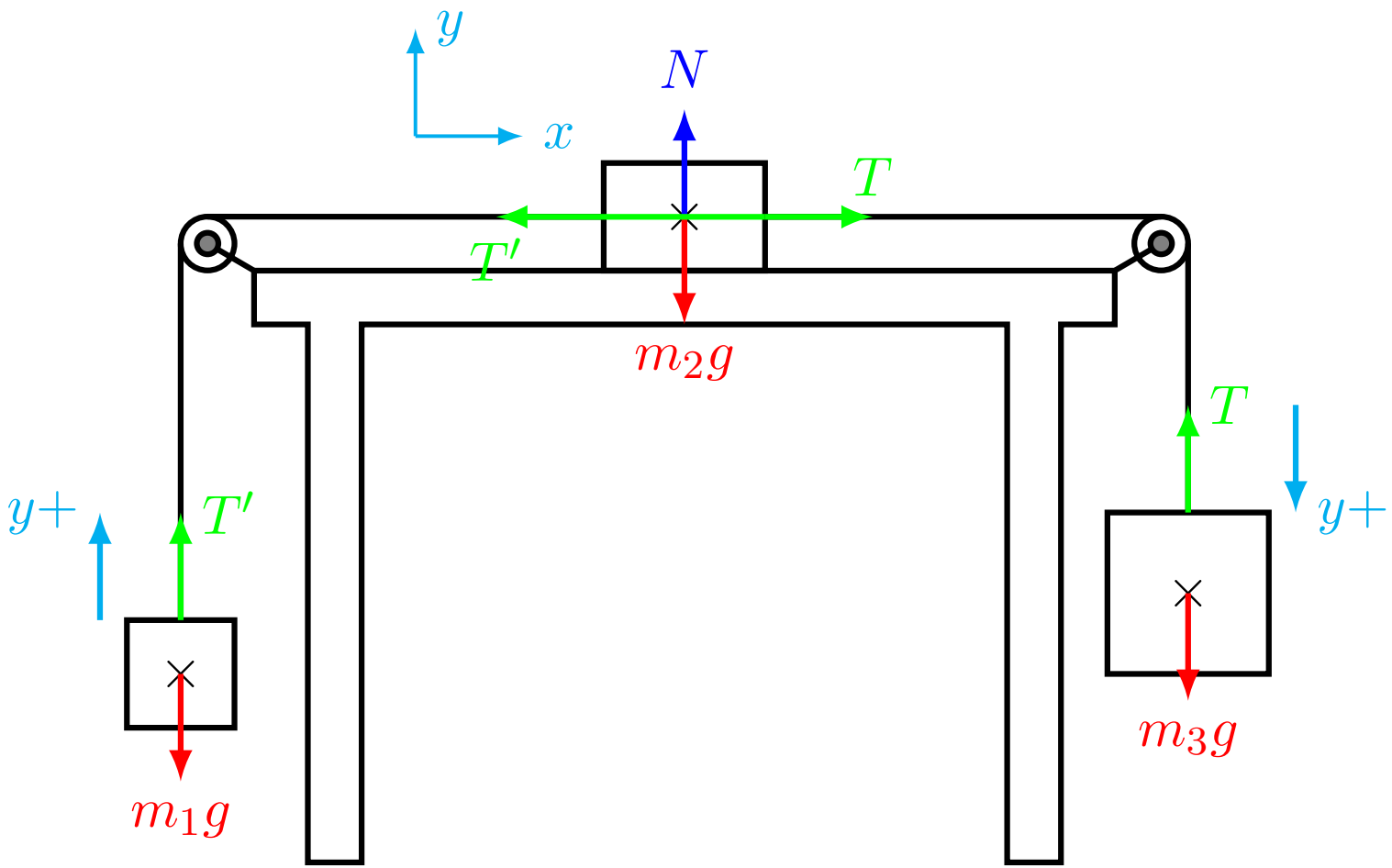
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله سی و دوم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله سی و دوم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم

قانون دوم نیوتن برای جرم m_1 :

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = m_1 a \Rightarrow T' - m_1 g = m_1 a$$

قانون دوم نیوتن برای جرم m_2 :

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_2 a \Rightarrow T - T' = m_2 a$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - m_2 g = 0 \Rightarrow N = m_2 g$$

قانون دوم نیوتن برای جرم m_3 :

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = m_3 a \Rightarrow m_3 g - T = m_3 a$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم
قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} T' - m_1 g = m_1 a \\ T - T' = m_2 a \\ m_3 g - T = m_3 a \end{cases}$$

$$M = m_1 + m_2 + m_3$$

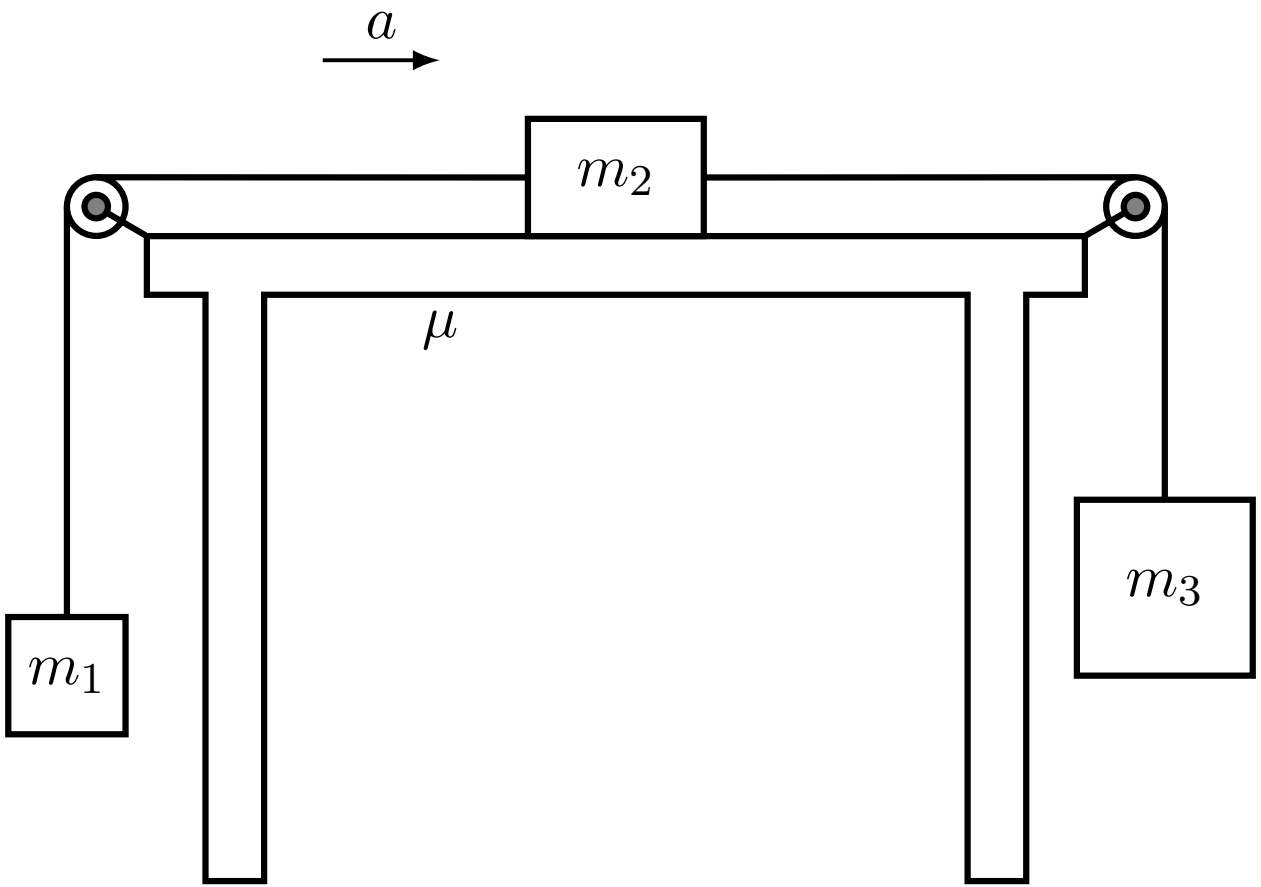
$$a = \frac{1}{M}(m_3 g - m_1 g)$$

$$T' = \frac{m_1}{M}(m_2 g + 2m_3 g)$$

$$T = \frac{m_3}{M}(2m_1 g + m_2 g)$$

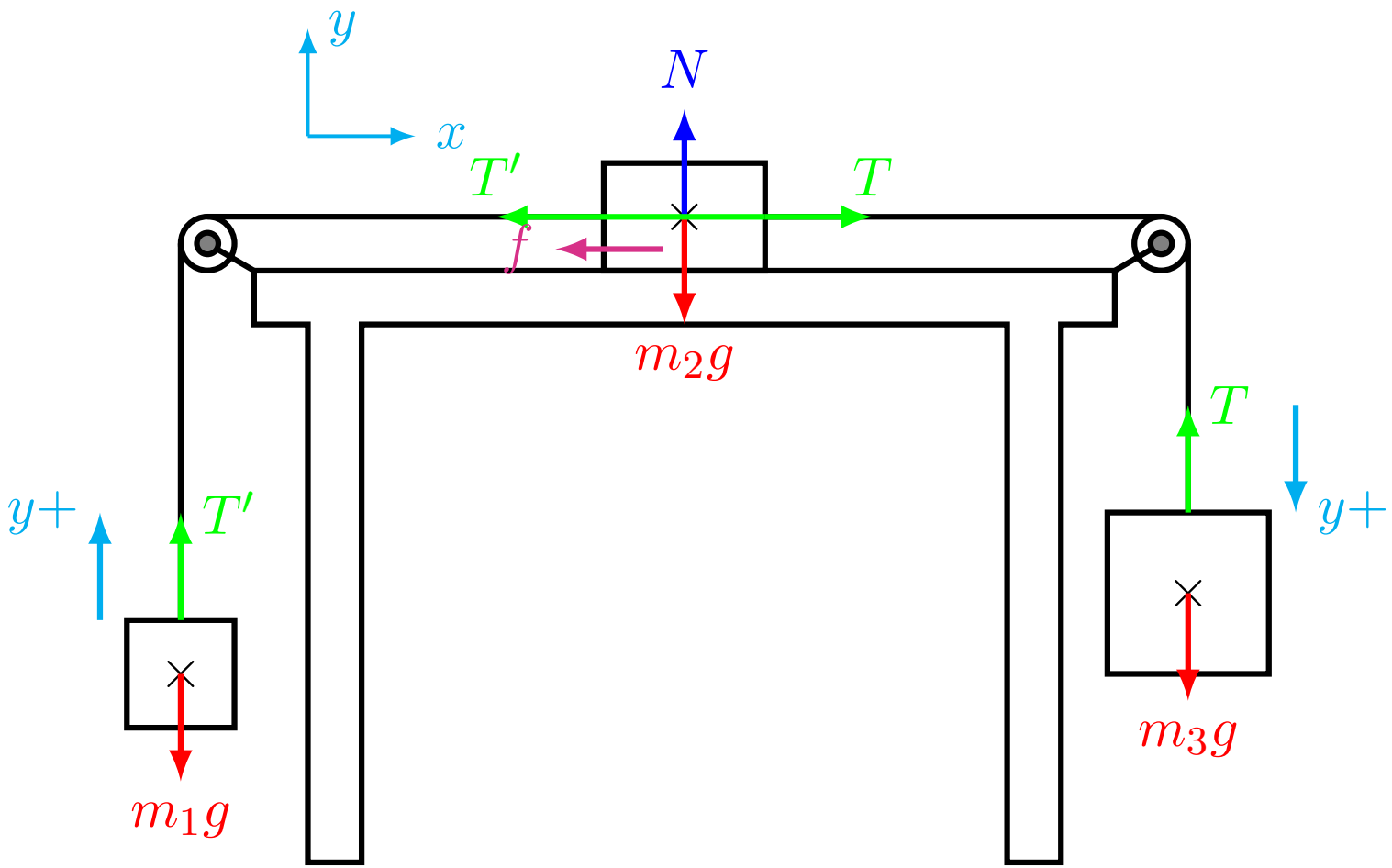
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله سی و سوم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله سی و سوم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم

قانون دوم نیوتن برای جرم m_1 :

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = m_1 a \Rightarrow T' - m_1 g = m_1 a$$

قانون دوم نیوتن برای جرم m_2 :

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_2 a \Rightarrow T - T' - f = m_2 a$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - m_2 g = 0 \Rightarrow N = m_2 g$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی:

$$f = \mu N = \mu m_2 g$$

بنابراین

$$T - T' - \mu m_2 g = m_2 a$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و ششم
قانون دوم نیوتن برای جرم m_3 :
در امتداد محور y:

$$\sum F_y = m_3 a \Rightarrow m_3 g - T = m_3 a$$

قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} T' - m_1 g = m_1 a \\ T - T' - \mu m_2 g = m_2 a \\ m_3 g - T = m_3 a \end{cases}$$

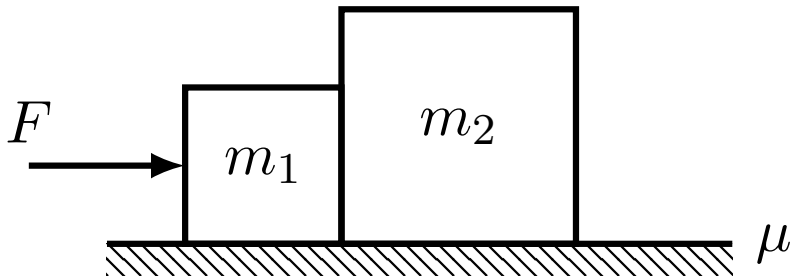
$$M = m_1 + m_2 + m_3$$

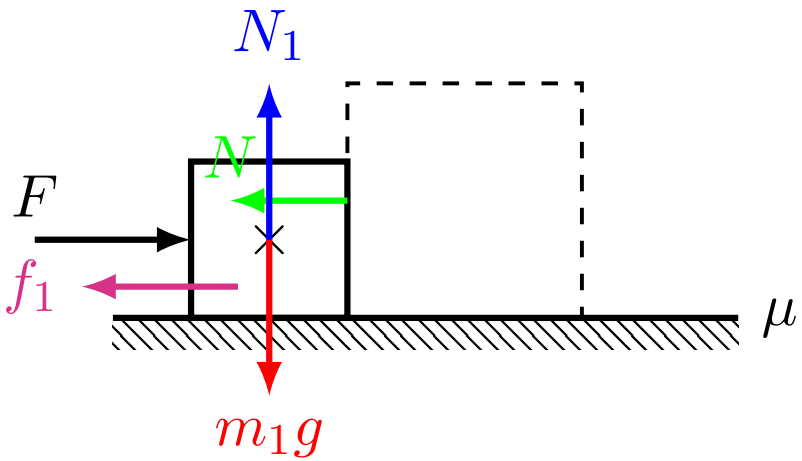
$$a = \frac{1}{M}(m_3 g - m_1 g - \mu m_2 g)$$

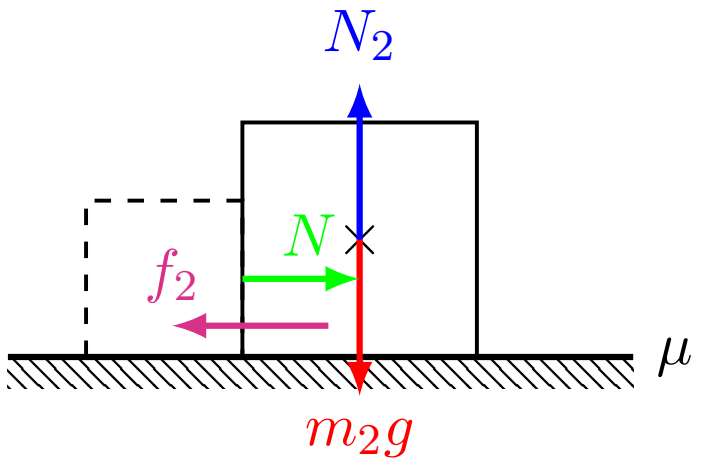
$$T' = \frac{m_1}{M}[(1-\mu)m_2 g + 2m_3 g], \qquad T = \frac{m_3}{M}[2m_1 g + (1-\mu)m_2 g]$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و هشتم

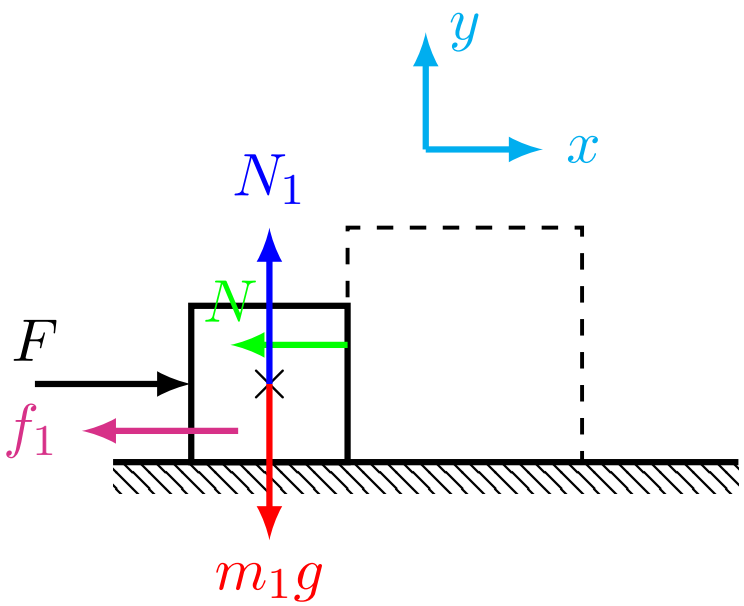






کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و هشتم



قانون دوم نیوتن برای جرم m_1 :
در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_1 a$$

$$F - N - f_1 = m_1 a$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N_1 = m_1 g$$

بنابراین

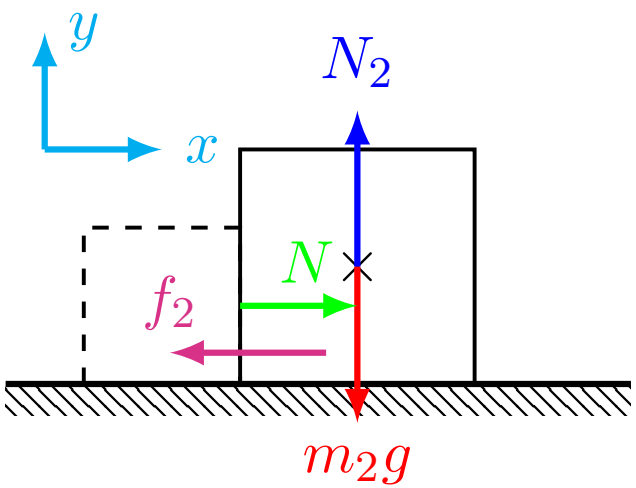
$$F - N - \mu m_1 g = m_1 a$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی:

$$f_1 = \mu N_1 = \mu m_1 g$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و هشتم



قانون دوم نیوتن برای جرم m_2 :
در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_2 a$$

$$N - f_2 = m_2 a$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N_2 = m_2 g$$

بنابراین

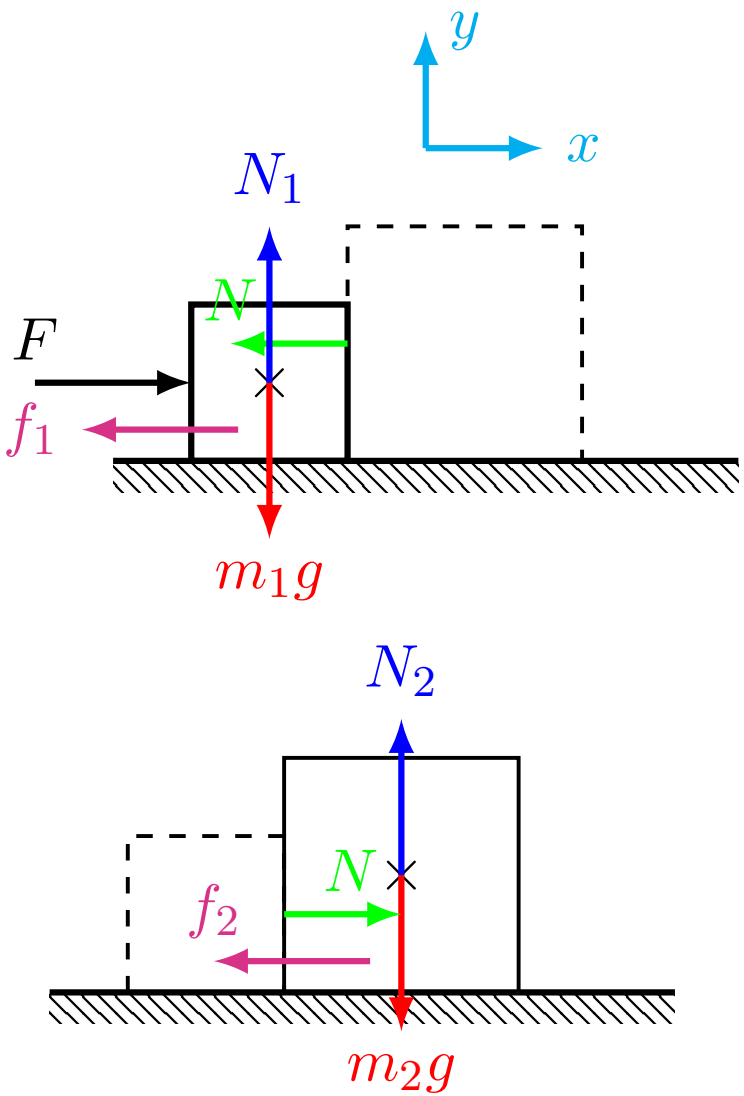
$$N - \mu m_2 g = m_2 a$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی:

$$f_2 = \mu N_2 = \mu m_2 g$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و هشتم



قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} F - N - \mu m_1 g = m_1 a \\ N - \mu m_2 g = m_2 a \end{cases}$$

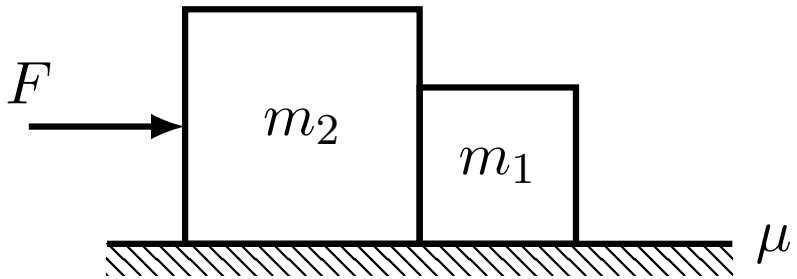
$$a = \frac{1}{m_1 + m_2}[F - \mu(m_1 + m_2)g]$$

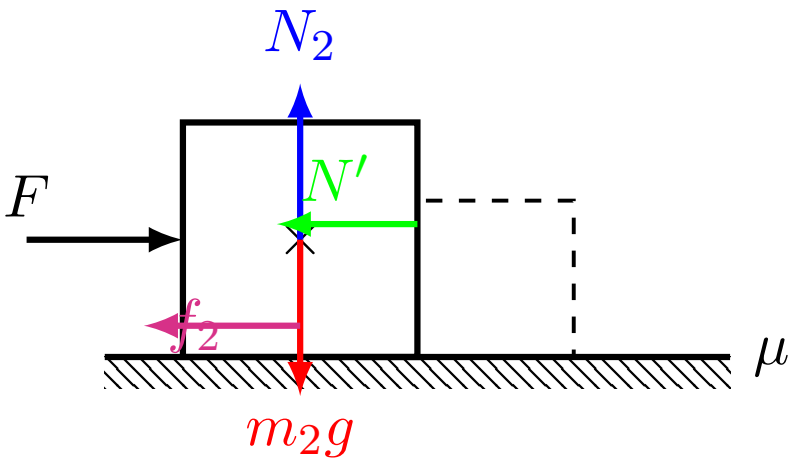
$$N = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F$$

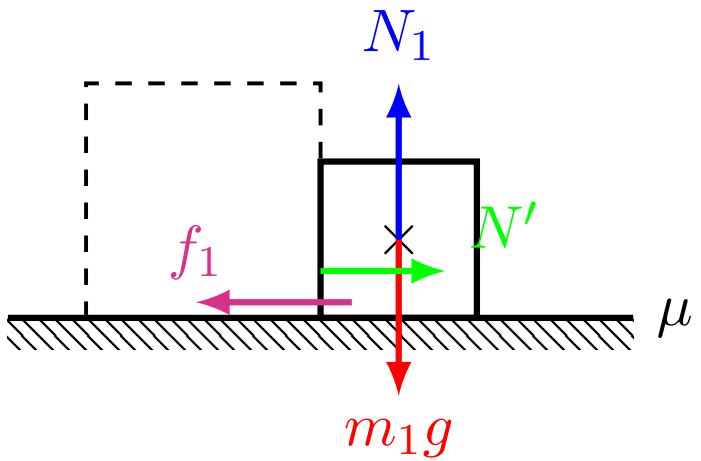
نیروی واکنش بین دو جسم مستقل از اصطکاک است.

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و نهم

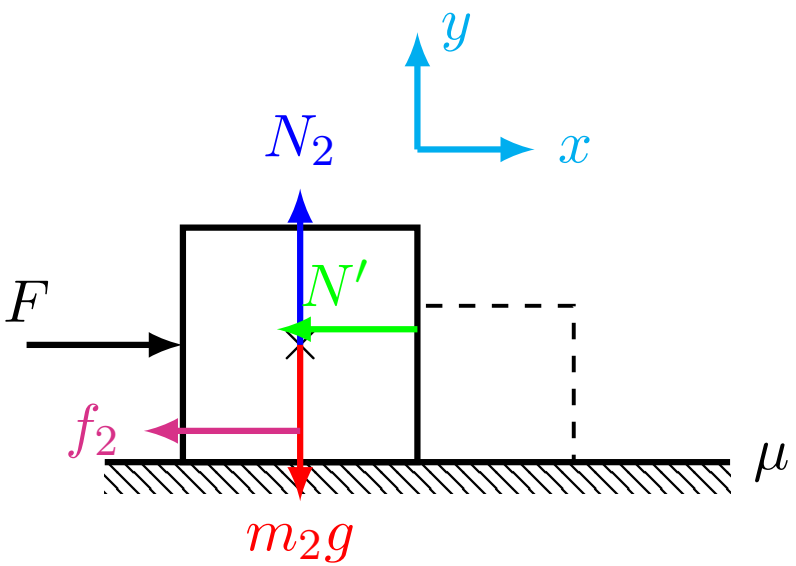






کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و هشتم



قانون دوم نیوتن برای جرم m_2 :
در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_2 a$$

$$F - N' - f_2 = m_2 a$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N_2 = m_2 g$$

بنابراین

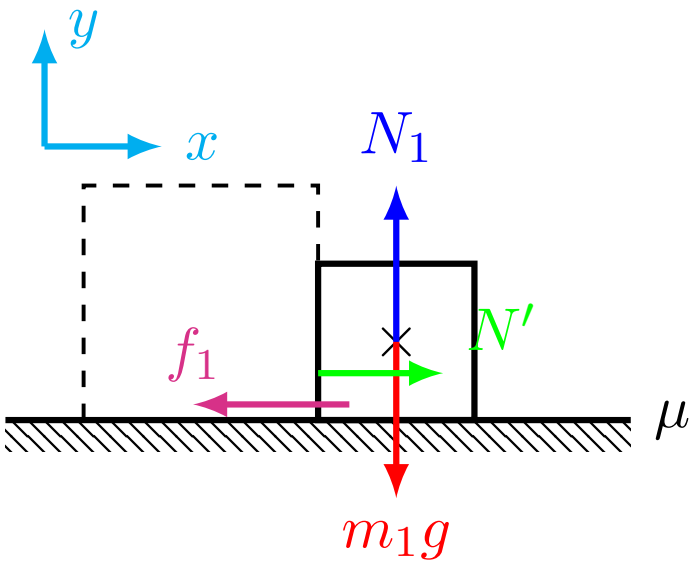
$$F - N' - \mu m_2 g = m_2 a$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی:

$$f_2 = \mu N_2 = \mu m_2 g$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و هشتم



قانون دوم نیوتن برای جرم m_1 :
در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_1 a$$

$$N' - f_1 = m_1 a$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N_1 = m_1 g$$

بنابراین

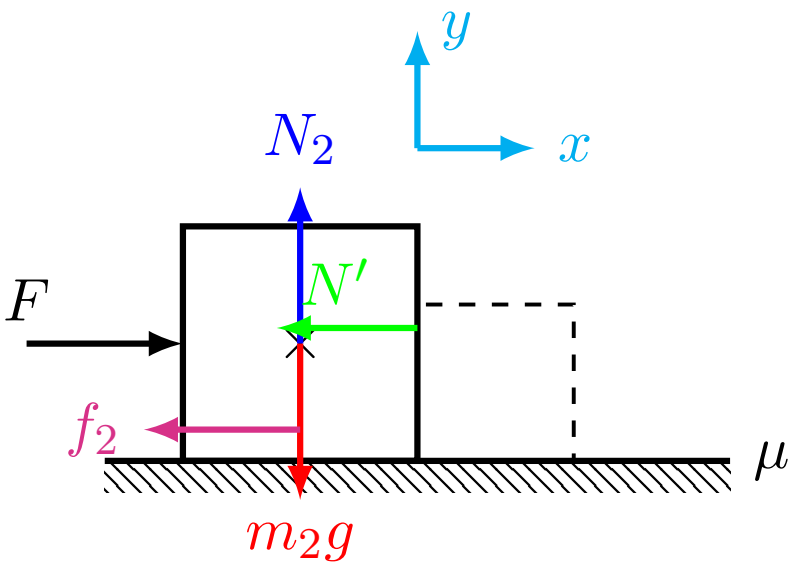
$$N' - \mu m_1 g = m_1 a$$

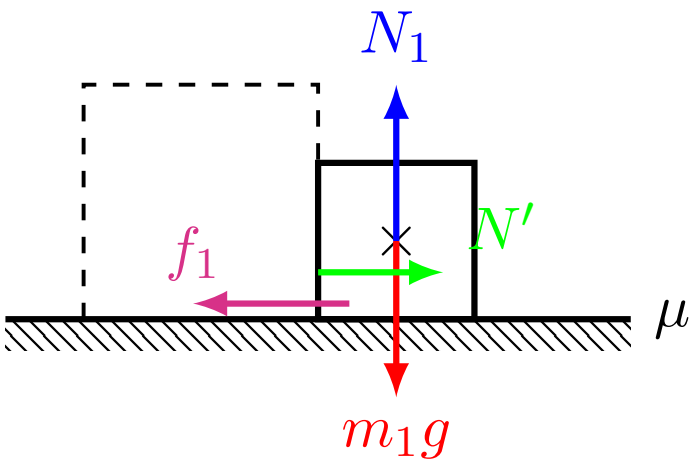
بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی:

$$f_1 = \mu N_1 = \mu m_1 g$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و هشتم





قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} F - N' - \mu m_2 g = m_2 a \\ N' - \mu m_1 g = m_1 a \end{cases}$$

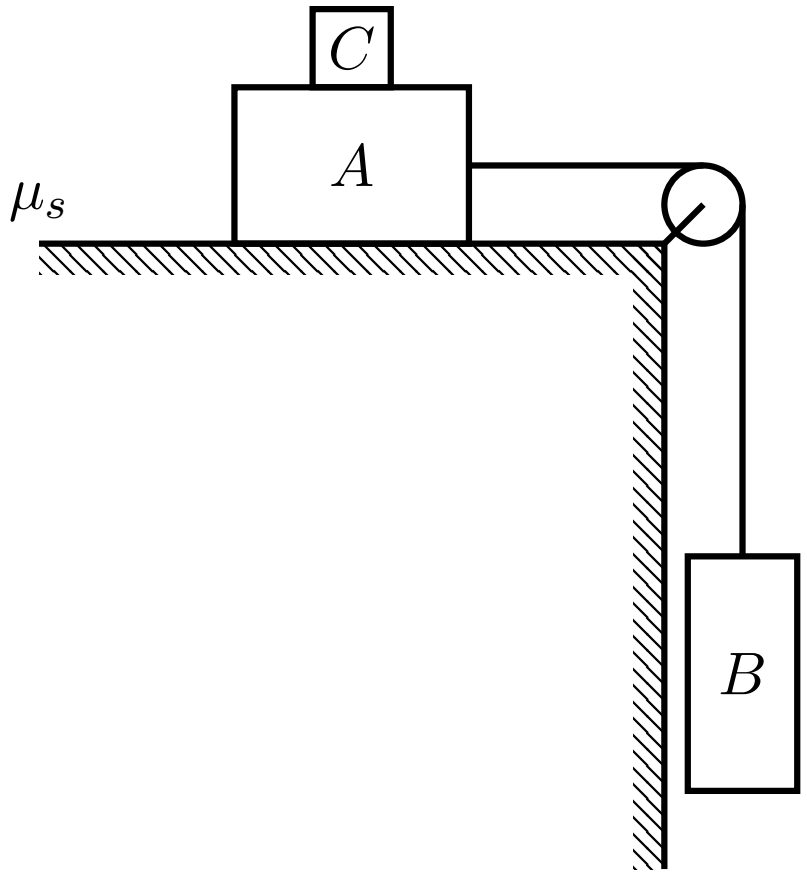
$$a = \frac{1}{m_1 + m_2}[F - \mu(m_1 + m_2)g]$$

$$N' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} F$$

نیروی واکنش بین دو جسم مستقل از اصطکاک است.

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

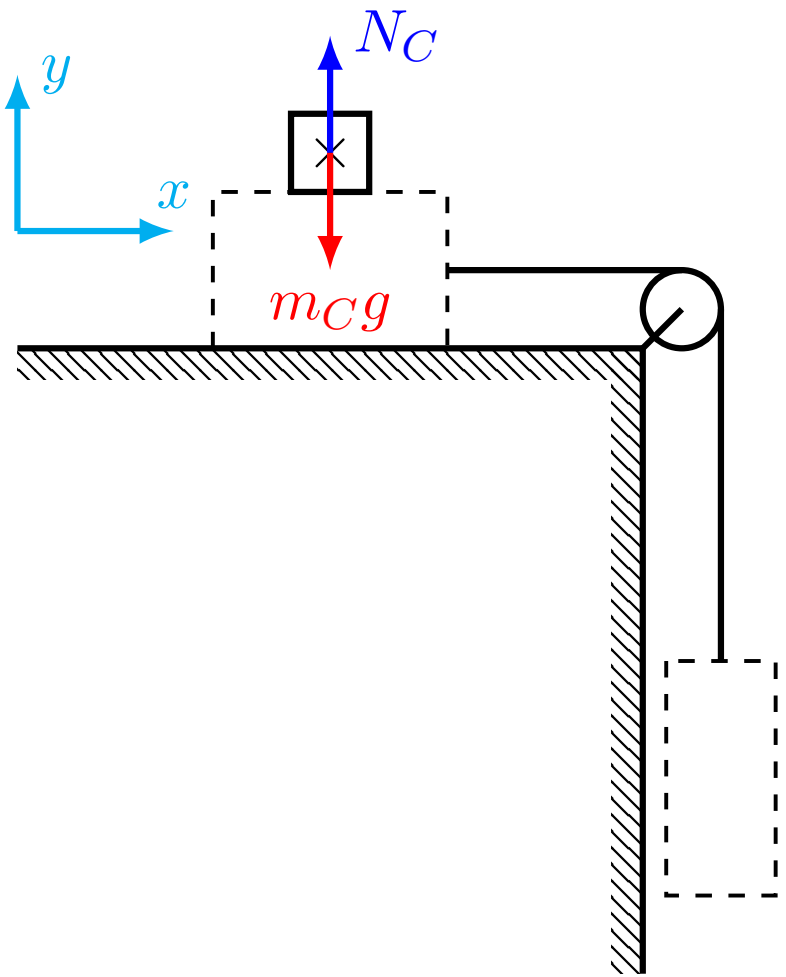
مسئله دهم



کمترین مقدار جرم جسم C چقدر باشد تا از لغزش دستگاه جلوگیری کند.

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله دهم



قانون دوم نیوتن برای جرم m_C:

در امتداد محور y:

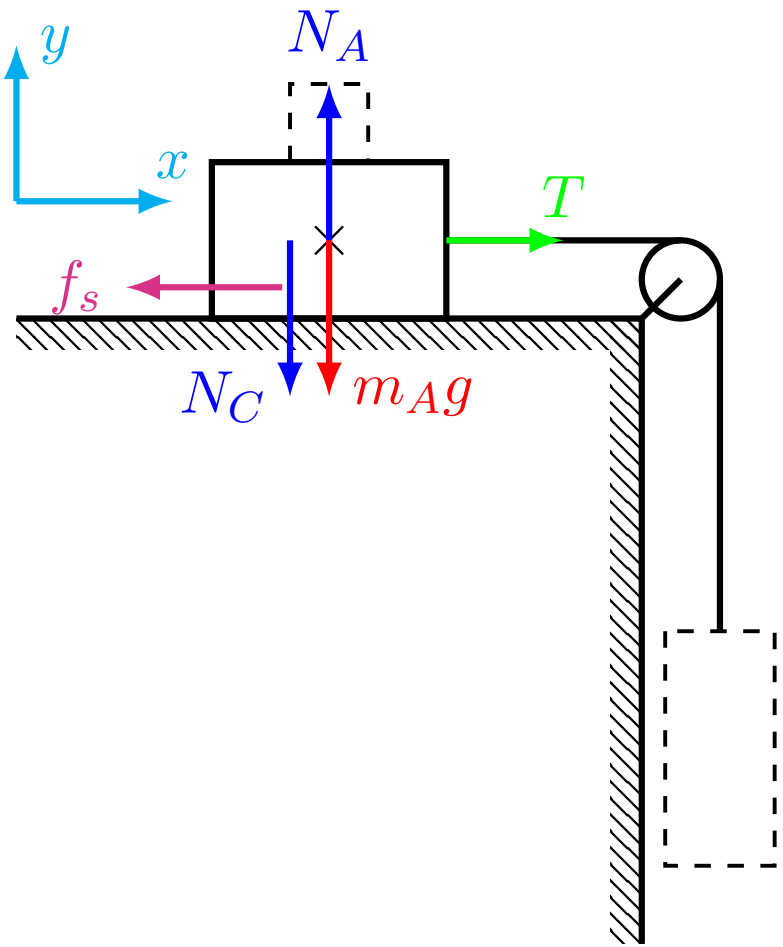
$$\sum F_y = 0$$

$$N_C - m_C g = 0$$

$$N_C = m_C g$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله دهم



قانون دوم نیوتن برای جرم m_A:

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N_A - N_C - m_A g = 0$$

$$N_A = N_C + m_A g = (m_A + m_C)g$$

در امتداد محور x:

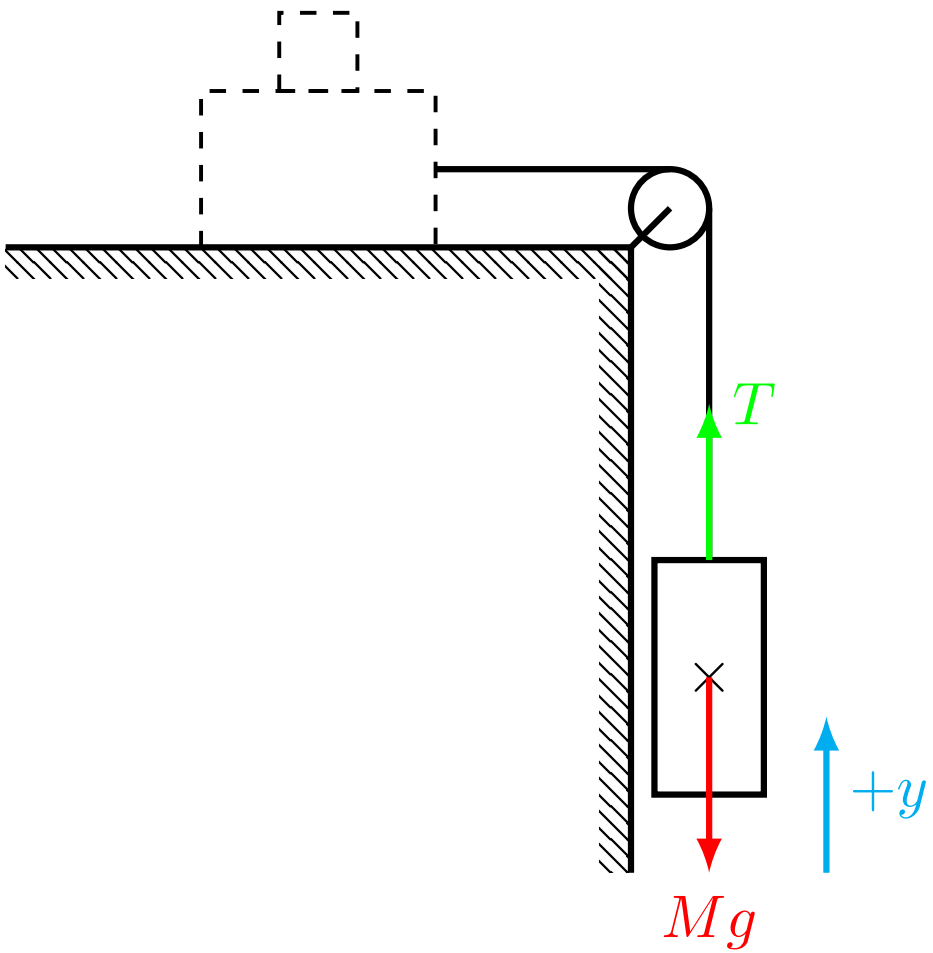
$$\sum F_x = 0$$

$$T - fs = 0 \Rightarrow f_s = T$$

$$f_s \leq \mu_s N_A \Rightarrow T \leq \mu_s (m_A + m_C)g$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله دهم



قانون دوم نیوتن برای جرم m_C:
در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$T - m_B g = 0 \Rightarrow T = m_B g$$

در نتیجه

$$m_B g \leq \mu_s (m_A + m_C) g$$

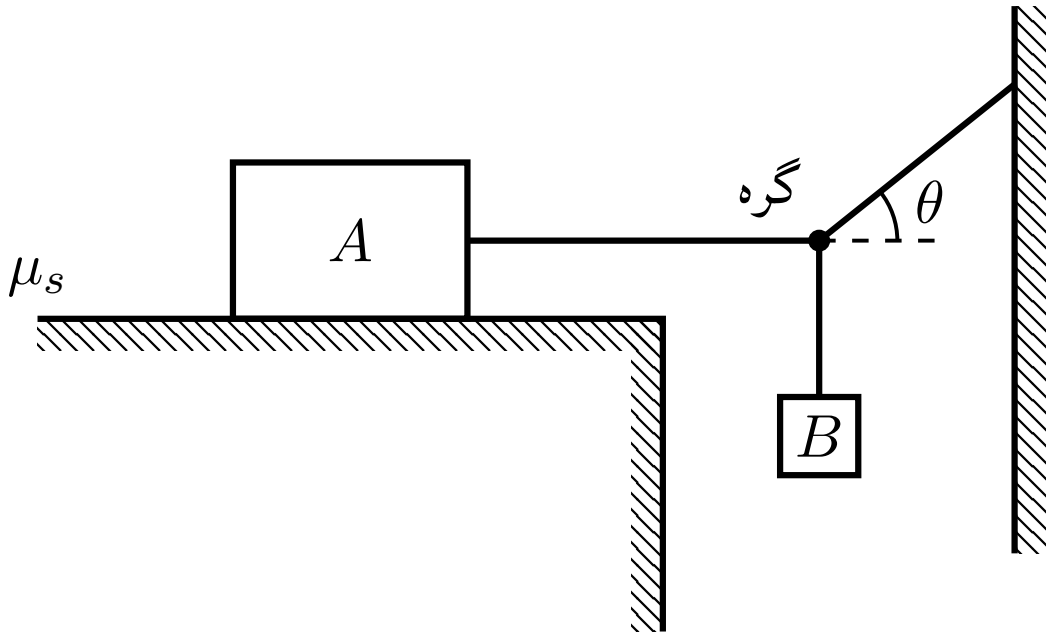
$$\frac{m_B}{\mu_s} - m_A \leq m_C$$

کمترین مقدار m_C:

$$(m_C)_{min} = \frac{m_B}{\mu_s} - m_A$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

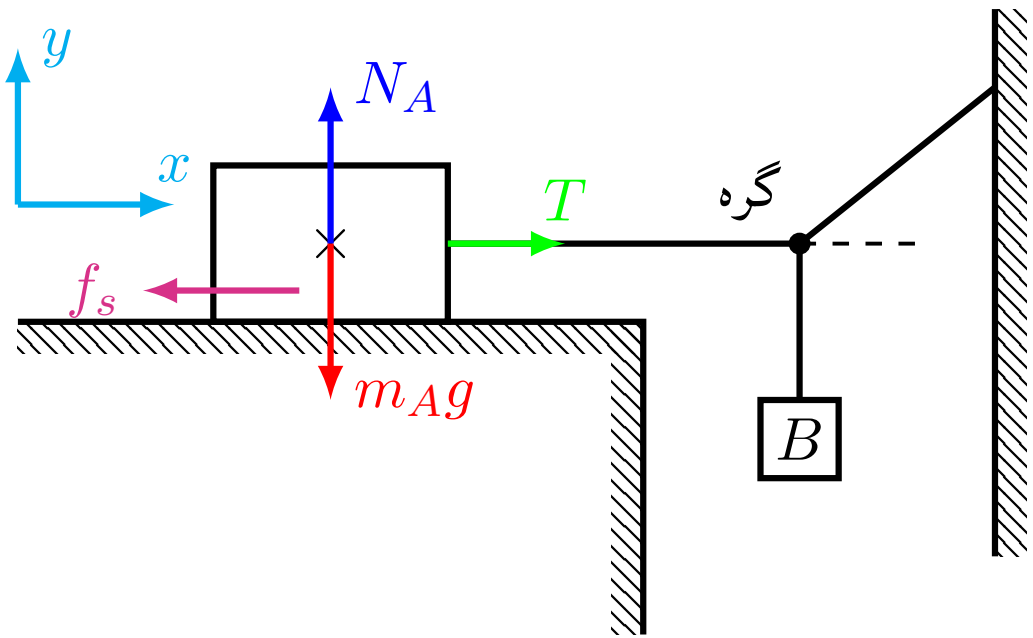
مسئله دهم



بیشینه جرم جسم B چقدر باشد تا از لغزش دستگاه جلوگیری کند.

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله دهم



برایند نیروها بر روی جرم m_A:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T - f_s = 0$$

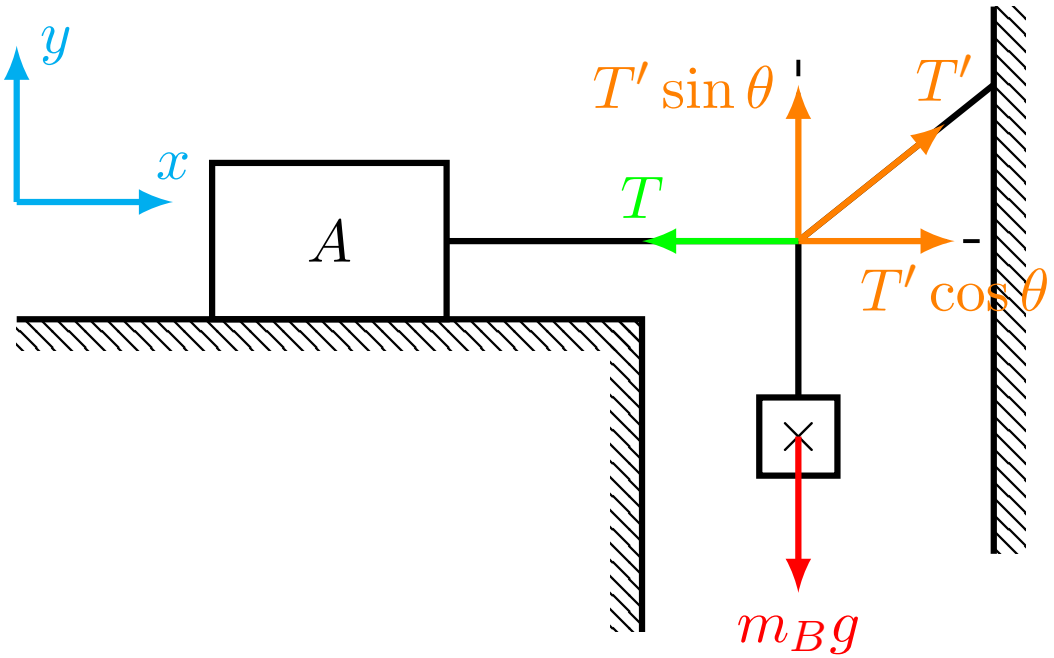
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_A - m_A g = 0$$

بزرگی نیروی اصطکاک ایستایی

$$f_s \leq \mu_s N_A \quad \text{یا} \quad T \leq \mu_s m_A g$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله دهم



برایند نیروها بر روی گره:

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T' \cos\theta - T = 0 \\ T' \sin\theta - m_B g = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{T}{m_B g} = \cot\theta$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله دهم برایند نیروها

$$f_s \leq \mu_s N_A \quad \text{یا} \quad T \leq \mu_s m_A g$$

$$\frac{T}{m_B g} = \cot\theta \Rightarrow T = m_B g \cot\theta$$

بنابراین

$$m_B g \cot\theta \leq \mu_s m_A g$$

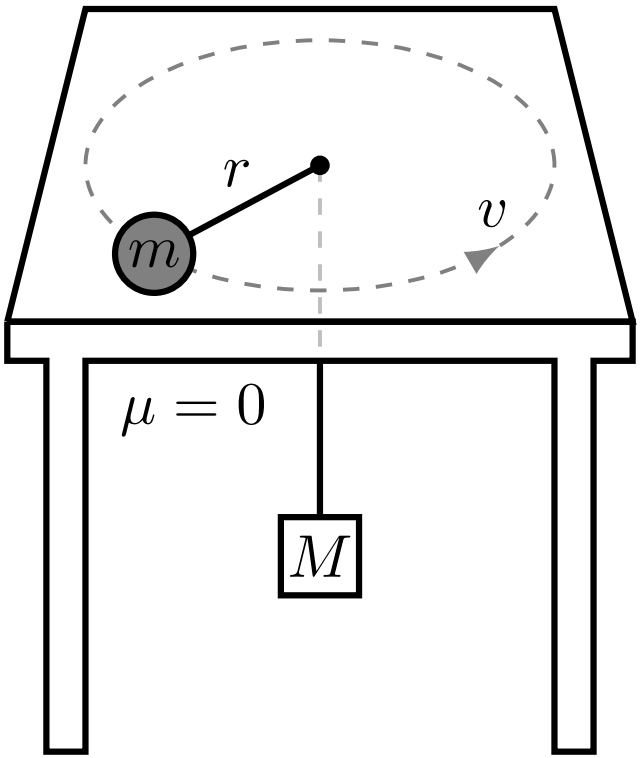
$$m_B \leq \mu_s m_A \tan\theta$$

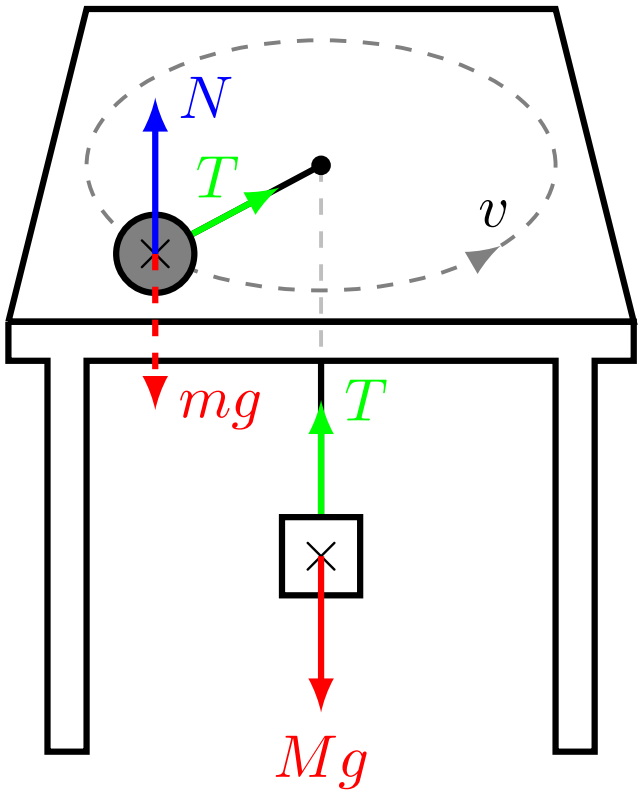
بیشترین مقداری که جرم m_B می‌تواند داشته باشد،

$$(m_B)_{max} = \mu_s m_A \tan\theta$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله دهم

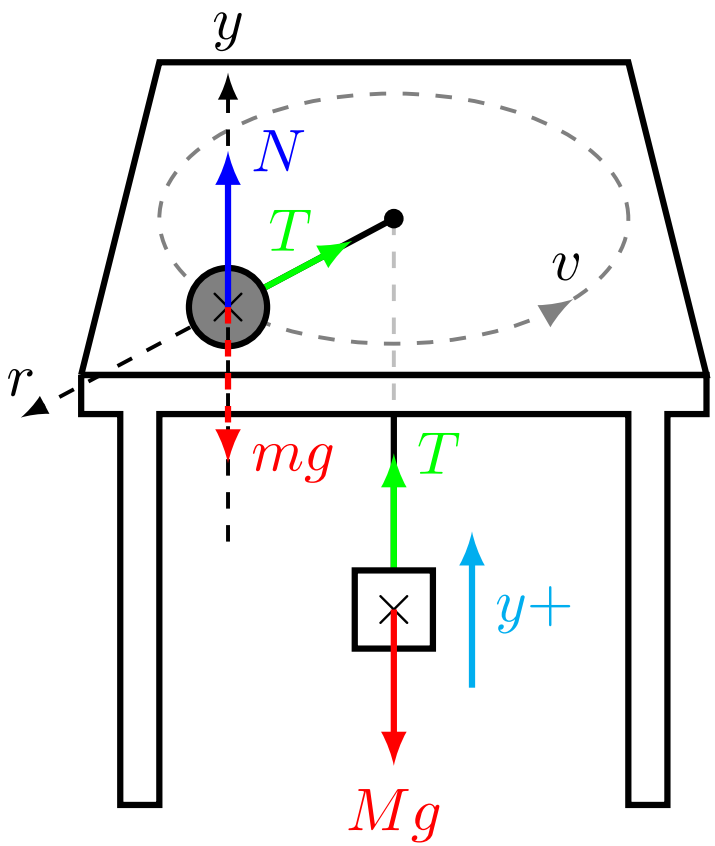




سرعت جرم m چقدر باشد تا جرم M ساکن بماند.

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله دهم



برایند نیروهای وارد بر جرم m:
در امتداد شعاعی r:

$$\sum F_r = ma_r$$

$$-T = -m\frac{v^2}{r} \Rightarrow T = m\frac{v^2}{r}$$

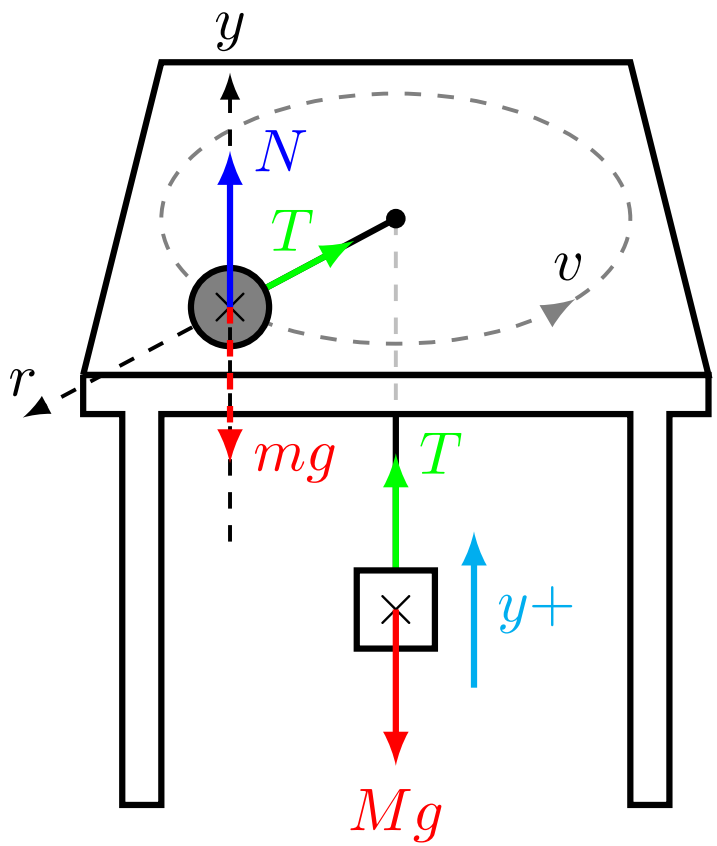
در امتداد y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله دهم



برایند نیروی وارد بر جرم M:
در امتداد y:

$$\sum F_y = 0$$

$$T - Mg = 0 \Rightarrow T = Mg$$

بنابراین

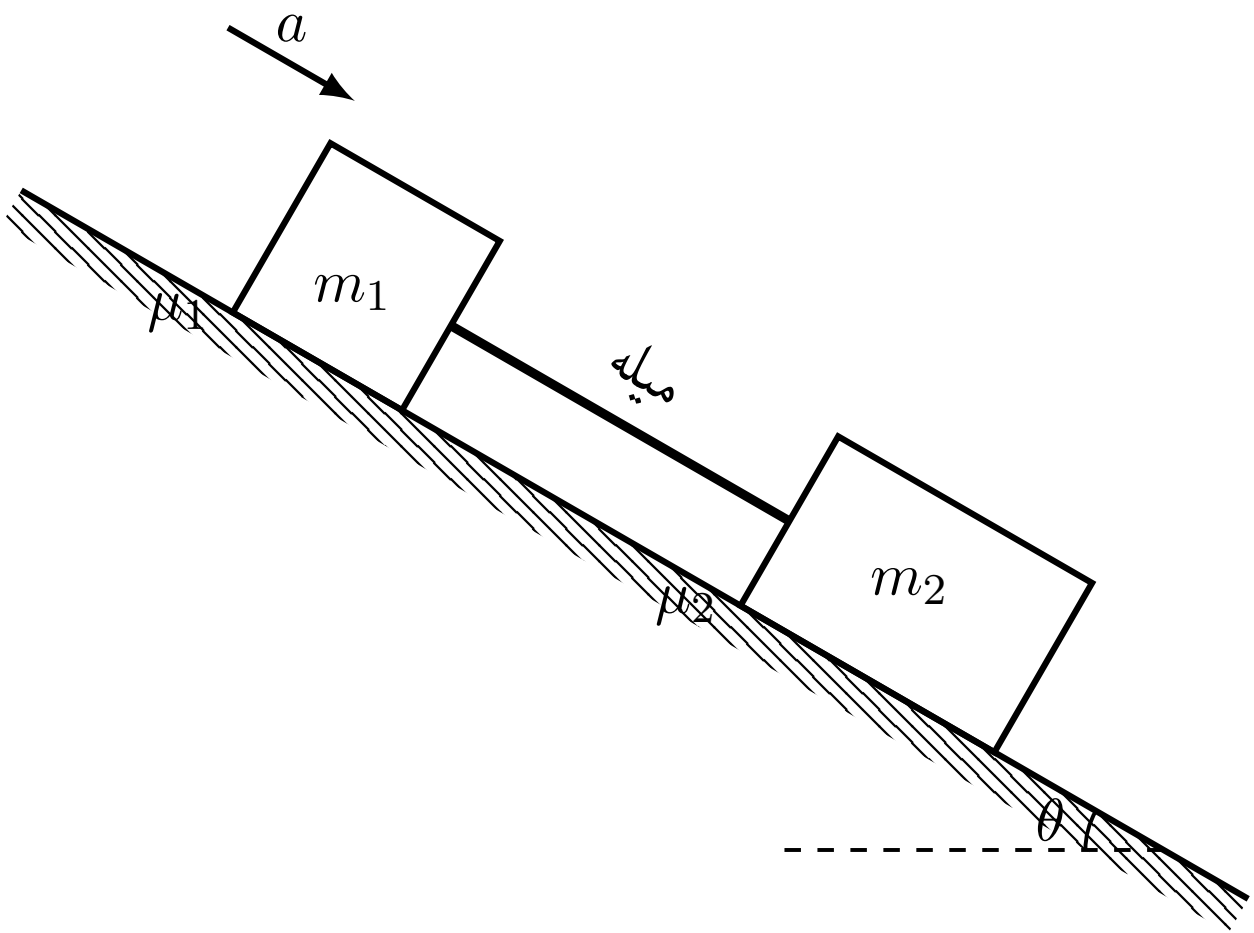
$$\begin{cases} T = m\frac{v^2}{r} \\ T = Mg \end{cases} \Rightarrow Mg = m\frac{v^2}{r}$$

و

$$v = \sqrt{\frac{M}{m} rg}$$

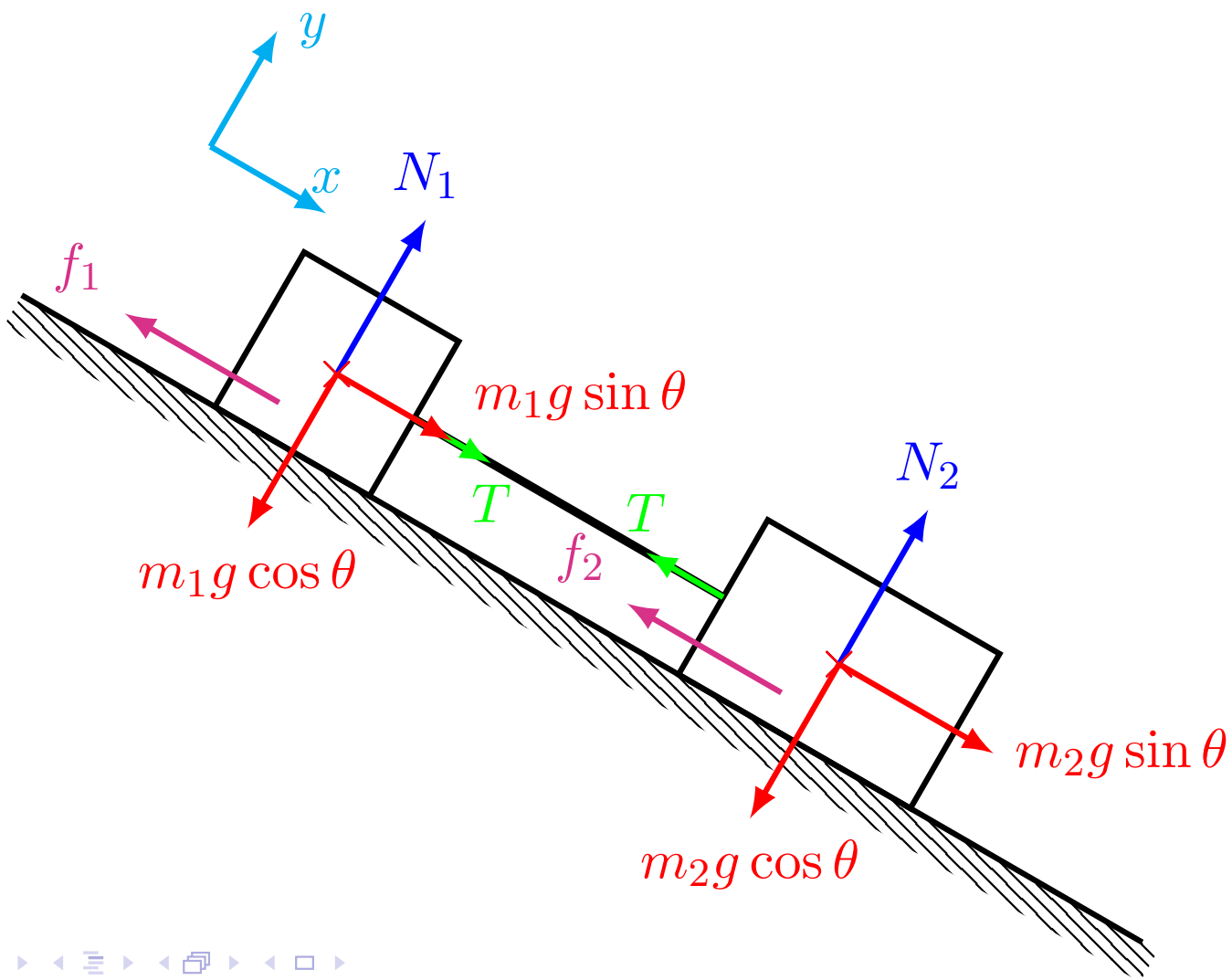
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم

قانون دوم نیوتن برای جرم m_1:

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_1 a$$

$$m_1 g \sin\theta + T - f_1 = m_1 a$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی:

$$f_1 = \mu_1 N_1$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N_1 - m_1 g \cos\theta = 0$$

$$N_1 = m_1 g \cos\theta$$

بنابراین

$$m_1 g \sin\theta + T - \mu_1 m_1 g \cos\theta = m_1 a$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم

قانون دوم نیوتن برای جرم m_2:

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_2 a$$

$$m_2 g \sin\theta - T - f_2 = m_1 a$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی:

$$f_2 = \mu_2 N_2$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N_2 - m_2 g \cos\theta = 0$$

$$N_2 = m_2 g \cos\theta$$

بنابراین

$$m_2 g \sin\theta - T - \mu_2 m_2 g \cos\theta = m_2 a$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم

قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} m_1 g \sin\theta + T - \mu_1 m_1 g \cos\theta = m_1 a \\ m_2 g \sin\theta - T - \mu_2 m_2 g \cos\theta = m_2 a \end{cases}$$

$$a = g \sin\theta - \left(\frac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}{m_1 + m_2} \right) g \cos\theta$$

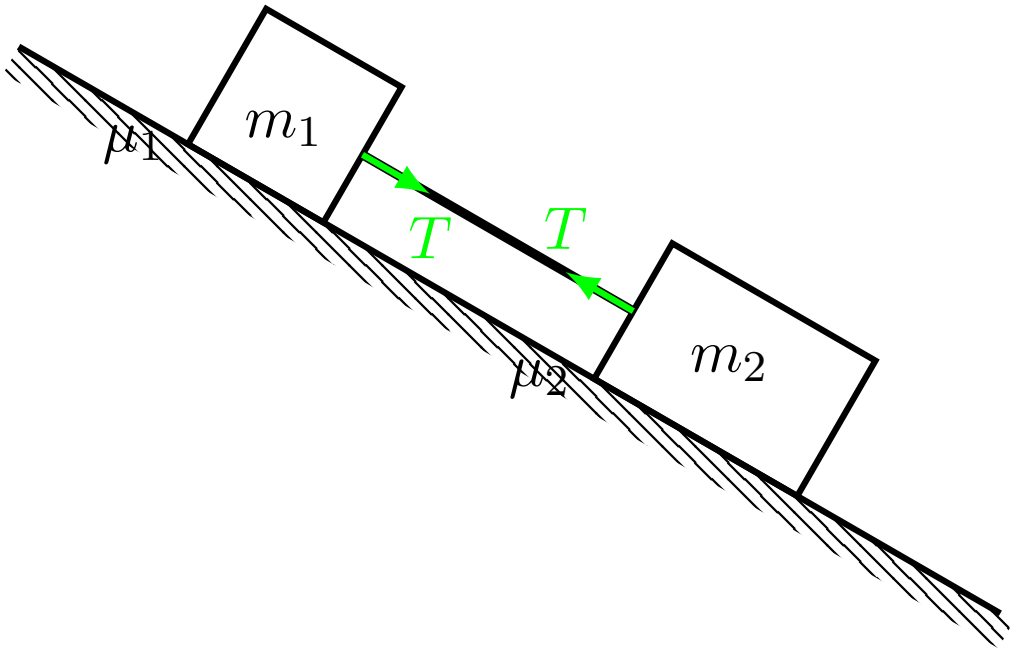
$$T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (\mu_1 - \mu_2) g \cos\theta$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم

تحلیل ۱: اگر $\mu_1 > \mu_2$

$$T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}(\mu_1 - \mu_2) g \cos\theta > 0$$



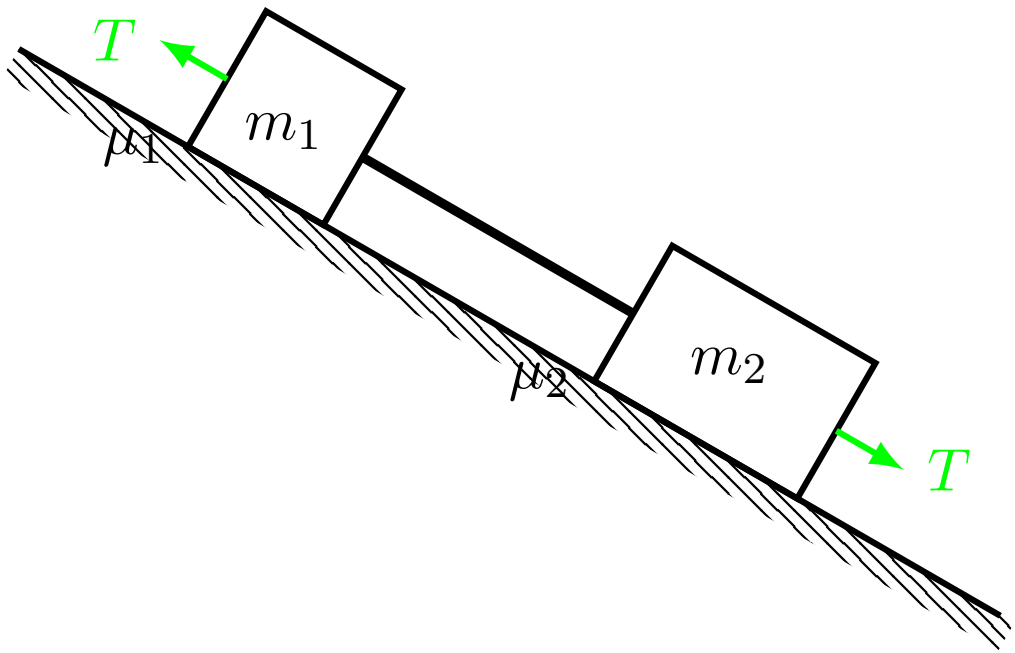
میله بین دو جسم تحت کشش قرار دارد.

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم

تحلیل ۲: اگر $\mu_1 < \mu_2$

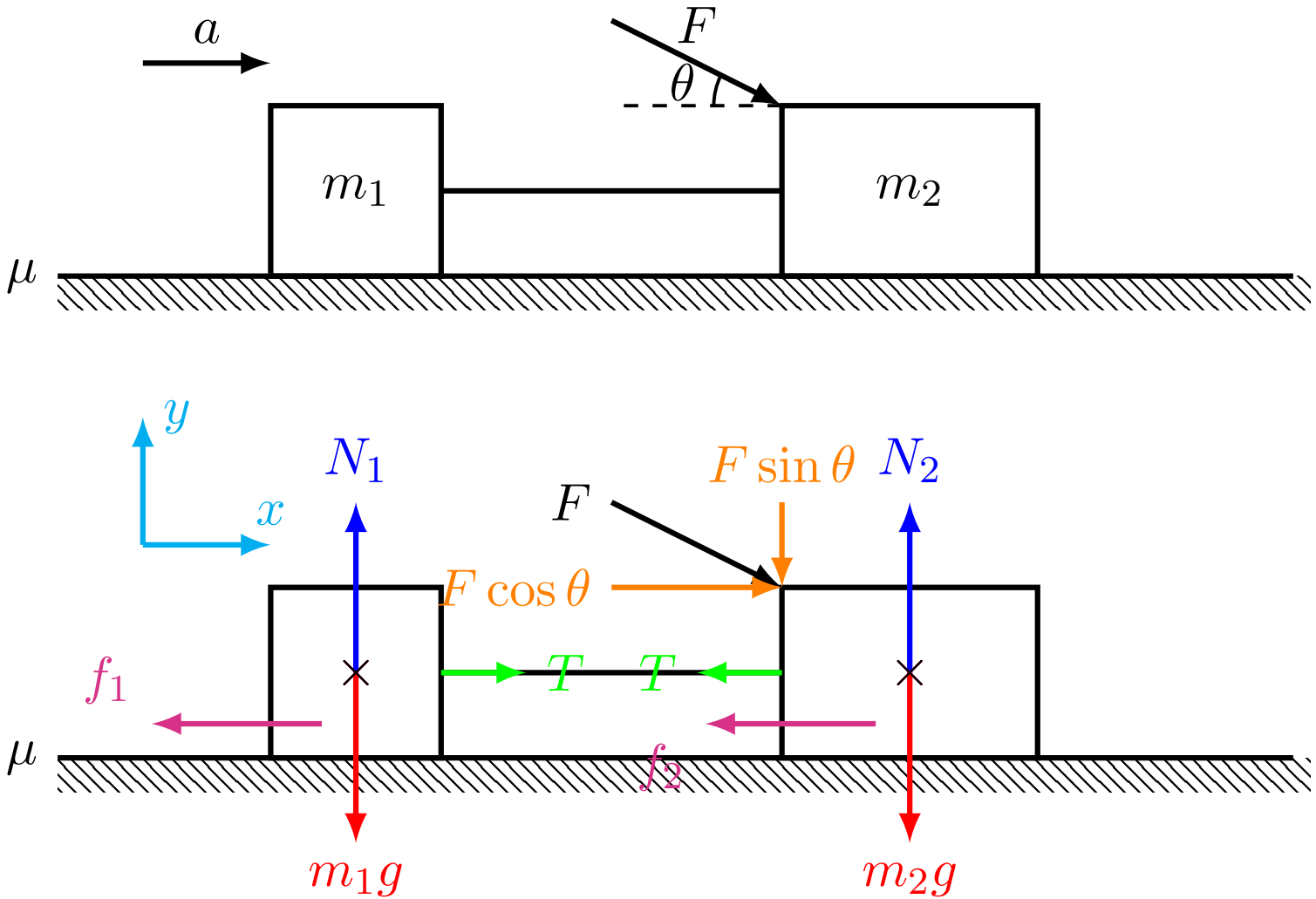
$$T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}(\mu_1 - \mu_2) g \cos\theta < 0$$



میله بین دو جسم تحت تراکم قرار دارد.

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم

قانون دوم نیوتن برای جرم m_1:

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_1 a$$

$$T - f_1 = m_1 a$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی:

$$f_1 = \mu N_1$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N_1 - m_1 g = 0$$

$$N_1 = m_1 g$$

بنابراین

$$T - \mu m_1 g = m_1 a$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم

قانون دوم نیوتن برای جرم m_2:

در امتداد محور x:

$$\sum F_x = m_2 a$$

$$F\cos\theta - T - f_2 = m_2 a$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی:

$$f_2 = \mu N_2$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N_2 - m_2 g - F\sin\theta = 0$$

$$N_2 = m_2 g + F\sin\theta$$

بنابراین

$$F\cos\theta - T - \mu(m_2 g + F\sin\theta) = m_2 a$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم

قانون دوم نیوتن:

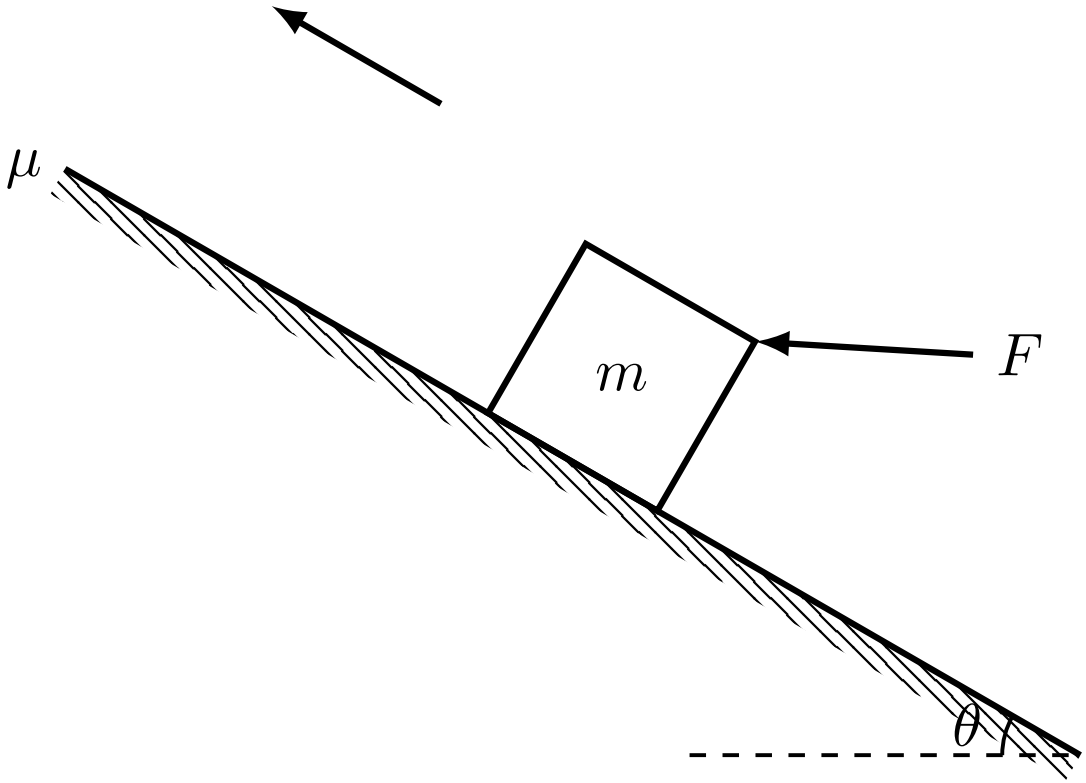
$$\begin{cases} T - \mu m_1 g = m_1 a \\ F\cos\theta - T - \mu(m_2 g + F\sin\theta) = m_2 a \end{cases}$$

$$a = \frac{1}{m_1 + m_2}[F\cos\theta - \mu(m_1 g + m_2 g + F\sin\theta)]$$

$$T = \frac{m_1}{m_1 + m_2}[F\cos\theta + \mu F\sin\theta]$$

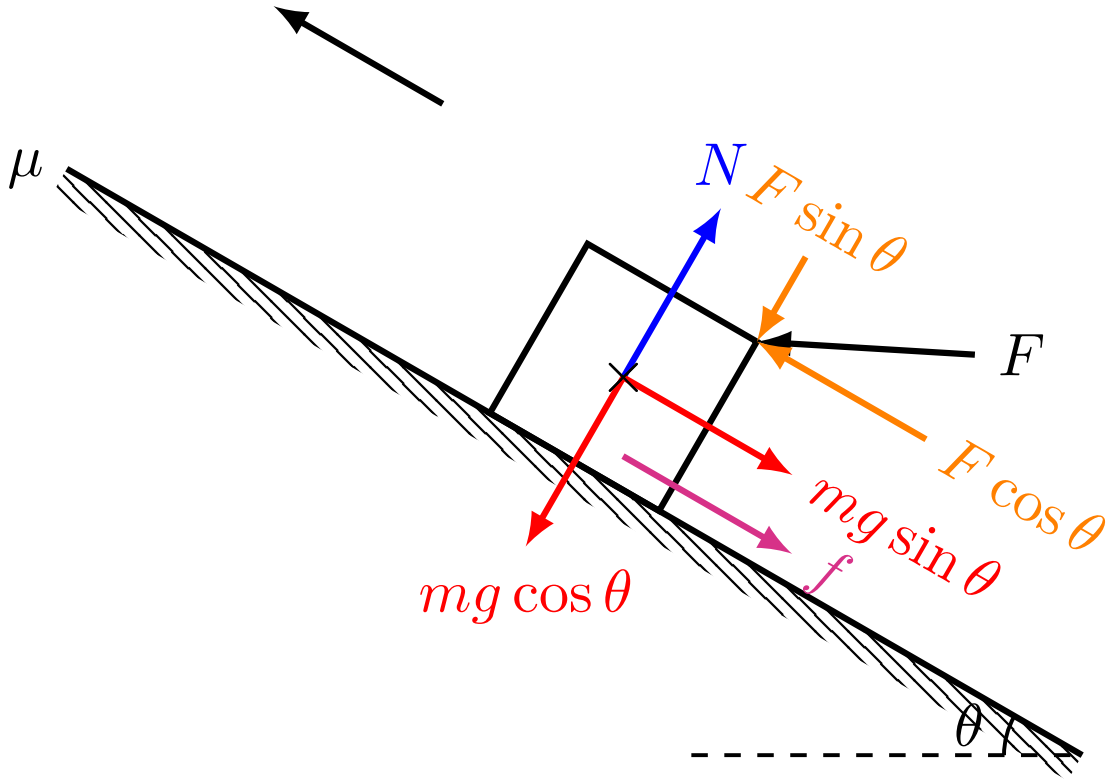
کاربردهای ساده قوانین نیوتن

سطح شیبدار (Inclined Plane)-مسئله هفتم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

سطح شیبدار (Inclined Plane)-مسئله هفتم



کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم

قانون دوم نیوتن:
در امتداد محور x:

$$\sum F_x = ma$$

$$F\cos\theta - mg\sin\theta - f = ma$$

بزرگی نیروی اصطکاک لغزشی:

$$f = \mu N$$

در امتداد محور y:

$$\sum F_y = 0$$

$$N - F\sin\theta - mg\cos\theta = 0$$

$$N = F\sin\theta + mg\cos\theta$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم

قانون دوم نیوتن:

$$F\cos\theta - mg\sin\theta - f = ma$$

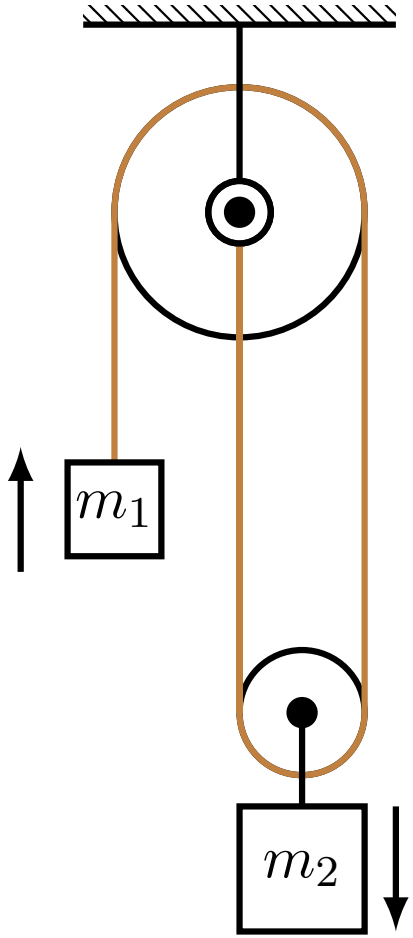
$$N = F\sin\theta + mg\cos\theta$$

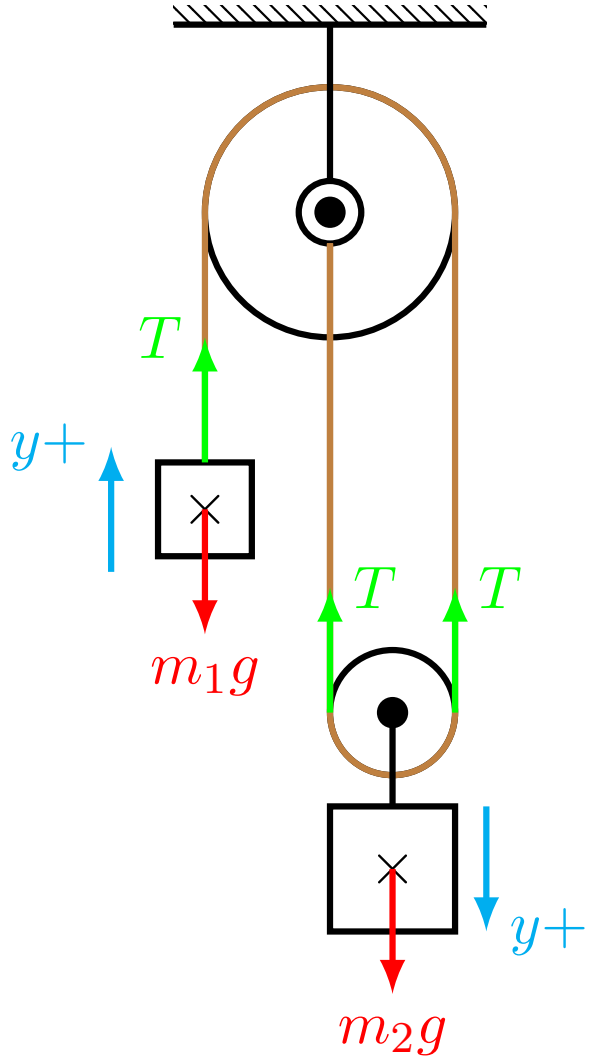
بنابراین

$$a = \frac{F}{m}(\cos\theta - \mu\sin\theta) - g(\sin\theta + \mu\cos\theta)$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم





کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم

قانون دوم نیوتن برای جرم m_1:
در امتداد محور y:

$$\sum F_y = m_1 a_1$$
$$T - m_1 g = m_1 a_1$$

قانون دوم نیوتن برای جرم m_2:
در امتداد محور y:

$$\sum F_y = m_2 a_2$$
$$m_2 g - 2T = m_2 a_2$$

شتاب جرم m_1 با کشش T دو برابر شتاب جرم m_2 با کشش $2T$ است. یعنی

$$a_1 = 2a_2$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم

قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} T - m_1 g = m_1 a_1 \\ m_2 g - 2T = m_2 a_2 \\ a_1 = 2a_2 \end{cases}$$

بنابراین

$$\begin{cases} T - m_1 g = 2m_1 a_2 \\ m_2 g - 2T = m_2 a_2 \end{cases}$$

$$a_2 = \frac{1}{4m_1 + m_2}(m_2 g - 2m_1 g)$$

$$a_1 = \frac{2}{4m_1 + m_2}(m_2 g - 2m_1 g)$$

کاربردهای ساده قوانین نیوتن

مسئله بیستم و پنجم

قانون دوم نیوتن:

$$\begin{cases} T - m_1 g = 2m_1 a_2 \\ m_2 g - 2T = m_2 a_2 \end{cases}$$

$$a_2 = \frac{1}{4m_1 + m_2}(m_2 g - 2m_1 g)$$

$$a_1 = \frac{2}{4m_1 + m_2}(m_2 g - 2m_1 g)$$

$$T = \frac{3m_1 m_2}{4m_1 + m_2} g$$