# فیزیک ۱
## حرکت در امتداد خط راست

محمدرضا مظفری

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

مهر ۱۴۰۰

# حرکت در راستای خط مستقیم

- **حرکت یک بعدی:**

در اینجا حرکتی را بررسی می‌کنیم که جسم در راستای خط مستقیم حرکت می‌کند. به چنین حرکتی، حرکت یک بعدی گفته می‌شود.

- **سینماتیک**

طبقه‌بندی و مقایسه‌ی حرکت‌ها با یکدیگر سینماتیک نامیده می‌شود.

- **ویژگی‌های حرکت در راستای خط مستقیم**
  - حرکت فقط در راستای یک خط مستقیم است. خط مستقیم می‌تواند خطی افقی، قائم یا شیبدار باشد.
  - در اینجا عامل حرکت (یعنی نیرو) بررسی نمی‌شود و فقط خود حرکت و تغییرات آن مثل مکان، جابجایی، سرعت، شتاب و غیره بحث می‌شود.
  - در اینجا اجسام بصورت ذرات نقطه‌ای بررسی می‌شوند. یک استوانه‌ی غلتان را نمی‌توان بعنوان یک ذره‌ی نقطه‌ای در نظر گرفت.

# مکان

- **مکان:**

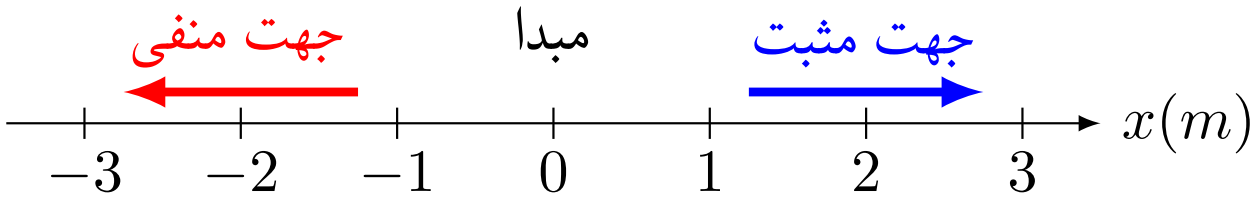
تعیین موقعیت جسم نسبت به یک نقطه مرجع را مکان می‌نامند.

- **نقطه مرجع**

اغلب مبدا یا نقطه‌ی صفر راستای خط مستقیم تحت بررسی (مانند محور $x$ یا محور $y$) می‌باشد.

- **جهت مثبت و منفی**

مکان مانند یک بردار است. در صورتی که نسبت به مبدا در جهت مثبت محور باشد، مقداری مثبت دارد و در صورتی که نسبت به مبدا در جهت منفی محور باشد، مقداری منفی دارد



# جابجایی

- **جابجایی:**

تغییر مکان از مکان $x_1$ به مکان $x_2$ را جابجایی $\Delta x$ می‌گویند،

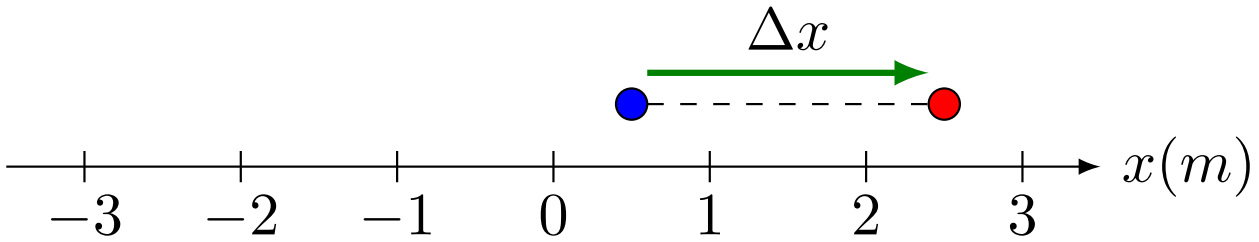
$$\Delta x = x_2 - x_1$$

- **بردار جابجایی:**

جابجایی یک بردار است و بردار کمیتی است که با یک جهت و بزرگی مشخص می‌شود.

$$x_1 = 0.5m, \quad x_2 = 2.5m$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 2.5 - 0.5 = 2m, \quad \text{بزرگی} = 2, \quad \text{جهت} = \text{مثبت}$$



# جابجایی

- **جابجایی:**

تغییر مکان از مکان $x_1$ به مکان $x_2$ را جابجایی $\Delta x$ می‌گویند،

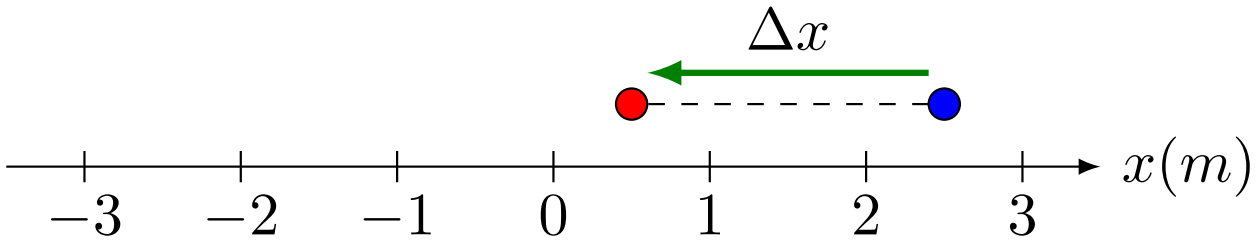
$$\Delta x = x_2 - x_1$$

- **بردار جابجایی:**

جابجایی یک بردار است و بردار کمیتی است که با یک جهت و بزرگی مشخص می‌شود.

$$x_1 = 2.5m, \quad x_2 = 0.5m$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 0.5 - 2.5 = -2m, \quad \text{بزرگی} = 2, \quad \text{جهت} = \text{منفی}$$



# جابجایی

- **جابجایی:**

تغییر مکان از مکان $x_1$ به مکان $x_2$ را جابجایی $\Delta x$ می‌گویند،

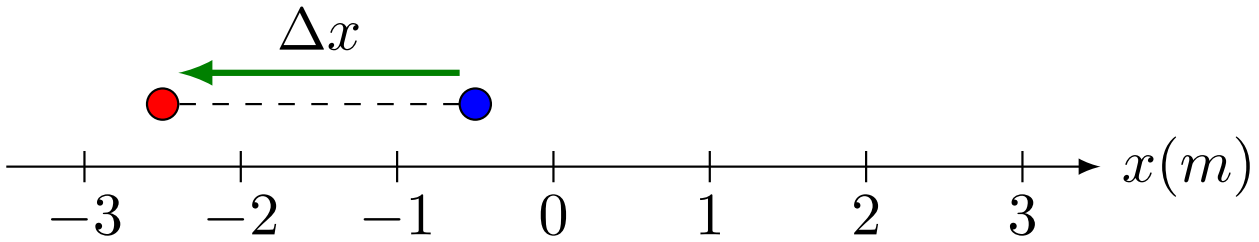
$$\Delta x = x_2 - x_1$$

- **بردار جابجایی:**

جابجایی یک بردار است و بردار کمیتی است که با یک جهت و بزرگی مشخص می‌شود.

$$x_1 = -0.5m, \quad x_2 = -2.5m$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -2.5 + 0.5 = -2m, \quad \text{بزرگی} = 2, \quad \text{جهت} = \text{منفی}$$



# جابجایی

- **جابجایی:**

تغییر مکان از مکان $x_1$ به مکان $x_2$ را جابجایی $\Delta x$ می‌گویند،

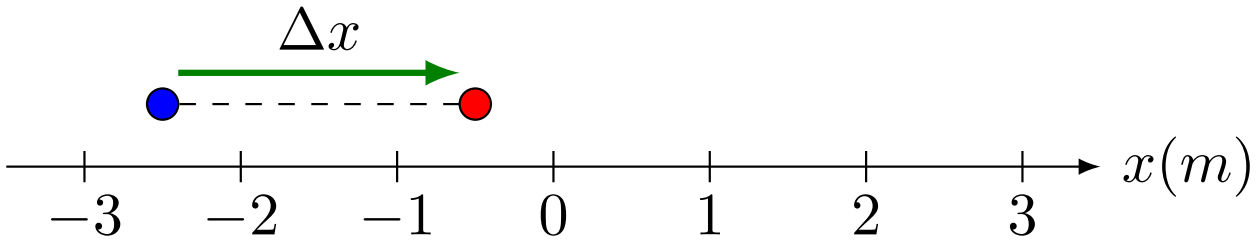
$$\Delta x = x_2 - x_1$$

- **بردار جابجایی:**

جابجایی یک بردار است و بردار کمیتی است که با یک جهت و بزرگی مشخص می‌شود.

$$x_1 = -2.5m, \quad x_2 = -0.5m$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -0.5 + 2.5 = 2m, \quad \text{بزرگی} = 2, \quad \text{جهت} = \text{مثبت}$$



# جابجایی

- **جابجایی:**

تغییر مکان از مکان $x_1$ به مکان $x_2$ را جابجایی $\Delta x$ می‌گویند،

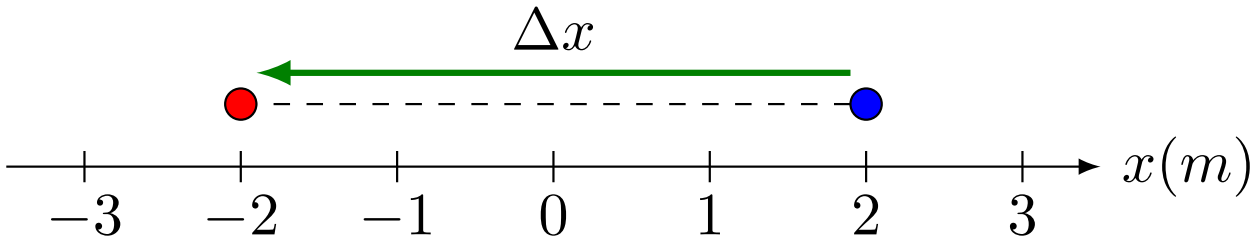
$$\Delta x = x_2 - x_1$$

- **بردار جابجایی:**

جابجایی یک بردار است و بردار کمیتی است که با یک جهت و بزرگی مشخص می‌شود.

$$x_1 = 2m, \quad x_2 = -2m$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -2 - 2 = -4m, \quad \text{بزرگی} = 4, \quad \text{جهت} = \text{منفی}$$



# جابجایی

- **جابجایی:**

تغییر مکان از مکان $x_1$ به مکان $x_2$ را جابجایی $\Delta x$ می‌گویند،

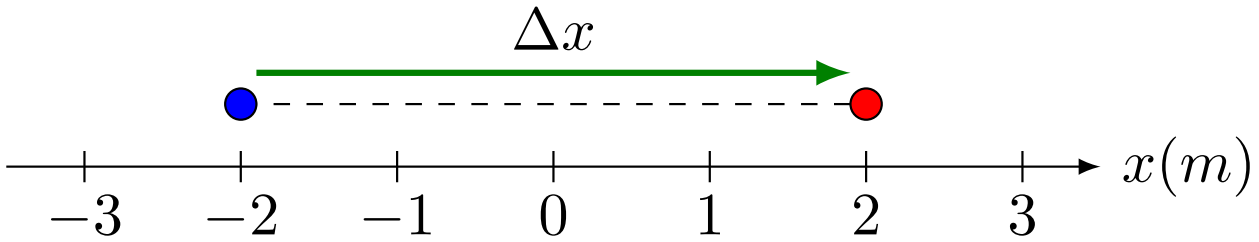
$$\Delta x = x_2 - x_1$$

- **بردار جابجایی:**

جابجایی یک بردار است و بردار کمیتی است که با یک جهت و بزرگی مشخص می‌شود.

$$x_1 = -2m, \quad x_2 = 2m$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 2 + 2 = 4m, \quad \text{بزرگی} = 4, \quad \text{جهت} = \text{مثبت}$$



# جابجایی

- **جابجایی:**

تغییر مکان از مکان $x_1$ به مکان $x_2$ را جابجایی $\Delta x$ می‌گویند،

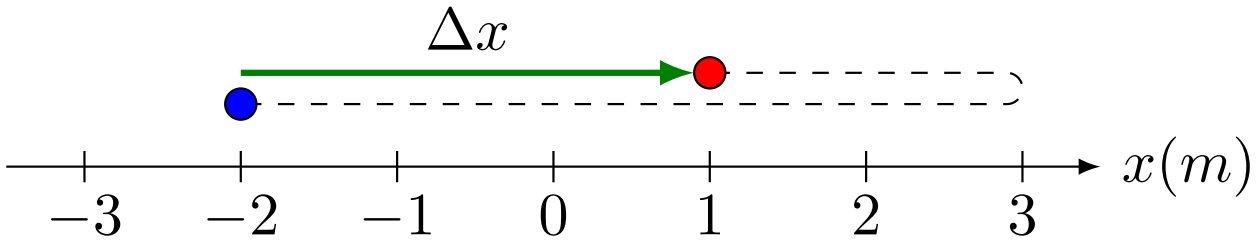
$$\Delta x = x_2 - x_1$$

- **بردار جابجایی:**

جابجایی یک بردار است و بردار کمیتی است که با یک جهت و بزرگی مشخص می‌شود.

$$x_1 = -2m, \quad x_2 = 1m$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 1 + 2 = 3m, \quad \text{بزرگی} = 3, \quad \text{جهت} = \text{مثبت}$$



# جابجایی

- **جابجایی:**

تغییر مکان از مکان $x_1$ به مکان $x_2$ را جابجایی $\Delta x$ می‌گویند،

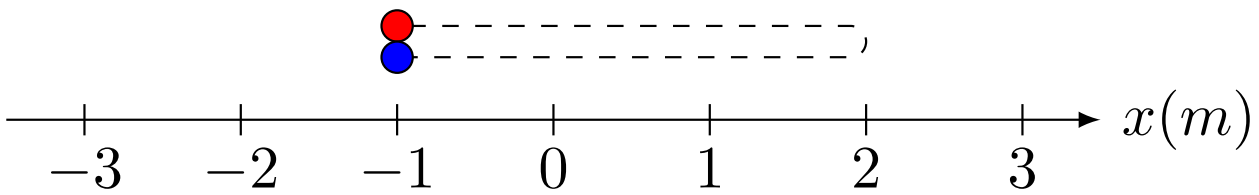
$$\Delta x = x_2 - x_1$$

- **بردار جابجایی:**

جابجایی یک بردار است و بردار کمیتی است که با یک جهت و بزرگی مشخص می‌شود.

$$x_1 = -1m, \quad x_2 = -1m$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -1 + 1 = 0, \quad \text{بزرگی} = 0$$



# مسافت

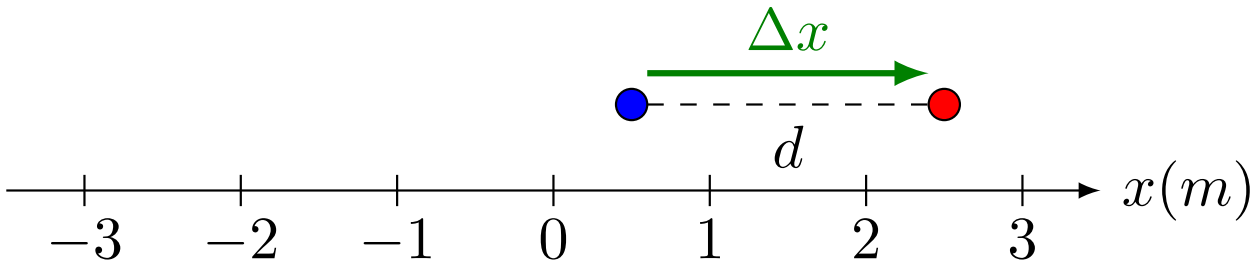
- **مسافت طی شده:**

طول کل مسیر طی شده توسط جسم را مسافت، $d$، می‌نامند.

$$x_1 = 0.5m, \quad x_2 = 2.5m$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 2.5 - 0.5 = 2m, \quad \text{بزرگی} = 2, \quad \text{جهت} = \text{مثبت}$$

$$d = |\text{طول مسیر}| = 2m$$



# مسافت

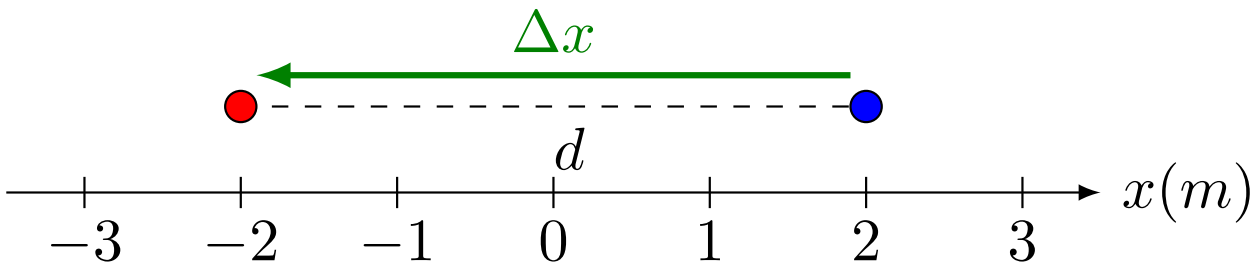
- **مسافت طی شده:**

طول کل مسیر طی شده توسط جسم را مسافت، $d$، می‌نامند.

$$x_1 = 2m, \quad x_2 = -2m$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -2 - 2 = -4m, \quad \text{بزرگی} = 4, \quad \text{جهت} = \text{منفی}$$

$$d = |\text{طول مسیر}| = 4m$$



# مسافت

**مسافت طی شده:**

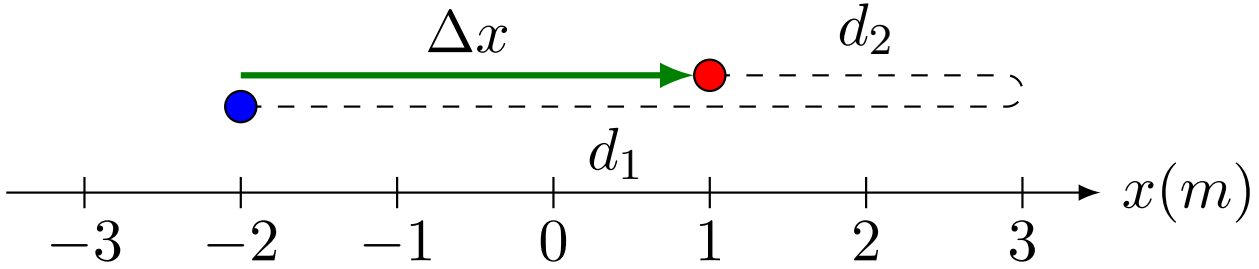
طول کل مسیر طی شده توسط جسم را مسافت، $d$، می‌نامند.

$$x_1 = -2m, \quad x_2 = 1m$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 1 + 2 = 3m, \quad \text{بزرگی} = 3, \quad \text{جهت} = \text{مثبت}$$

$$d_1 = |\text{طول مسیر رفت}| = 5m, \quad d_2 = |\text{طول مسیر برگشت}| = 2m$$

$$d = d_1 + d_2 = 7m$$



# جابجایی

- **مسافت طی شده:**

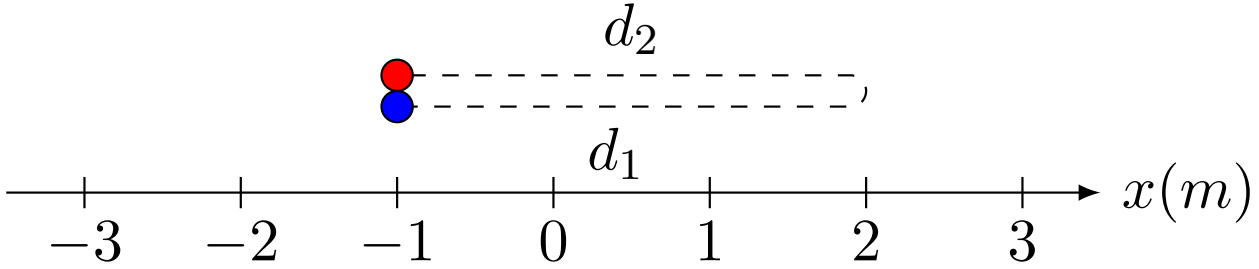
طول کل مسیر طی شده توسط جسم را مسافت، $d$، می‌نامند.

$$x_1 = -1m, \quad x_2 = -1m$$

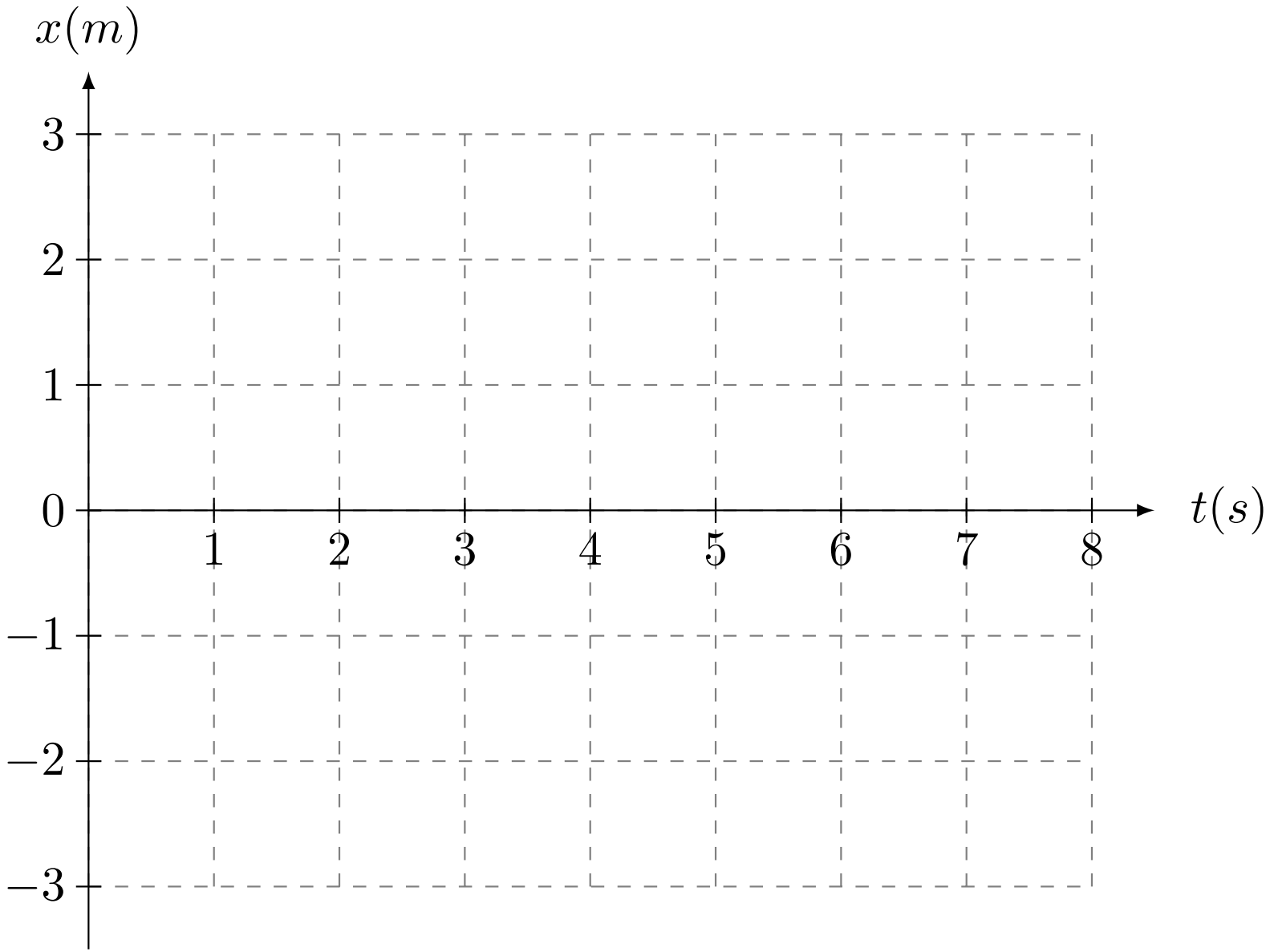
$$\Delta x = x_2 - x_1 = -1 + 1 = 0, \quad \text{بزرگی} = 0$$

$$d_1 = |\text{طول مسیر رفت}| = 3m, \quad d_2 = |\text{طول مسیر برگشت}| = 3m$$

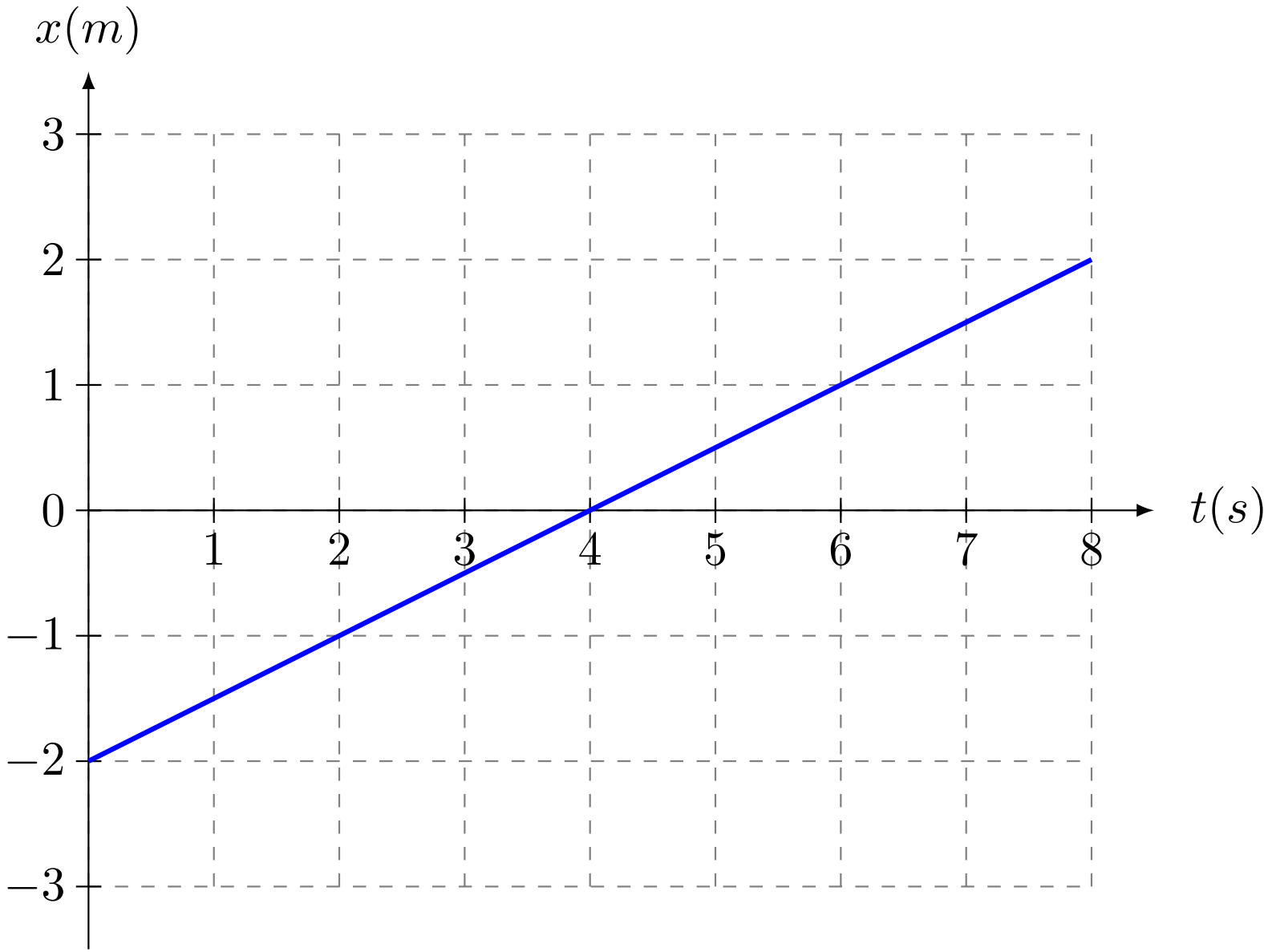
$$d = d_1 + d_2 = 6m$$



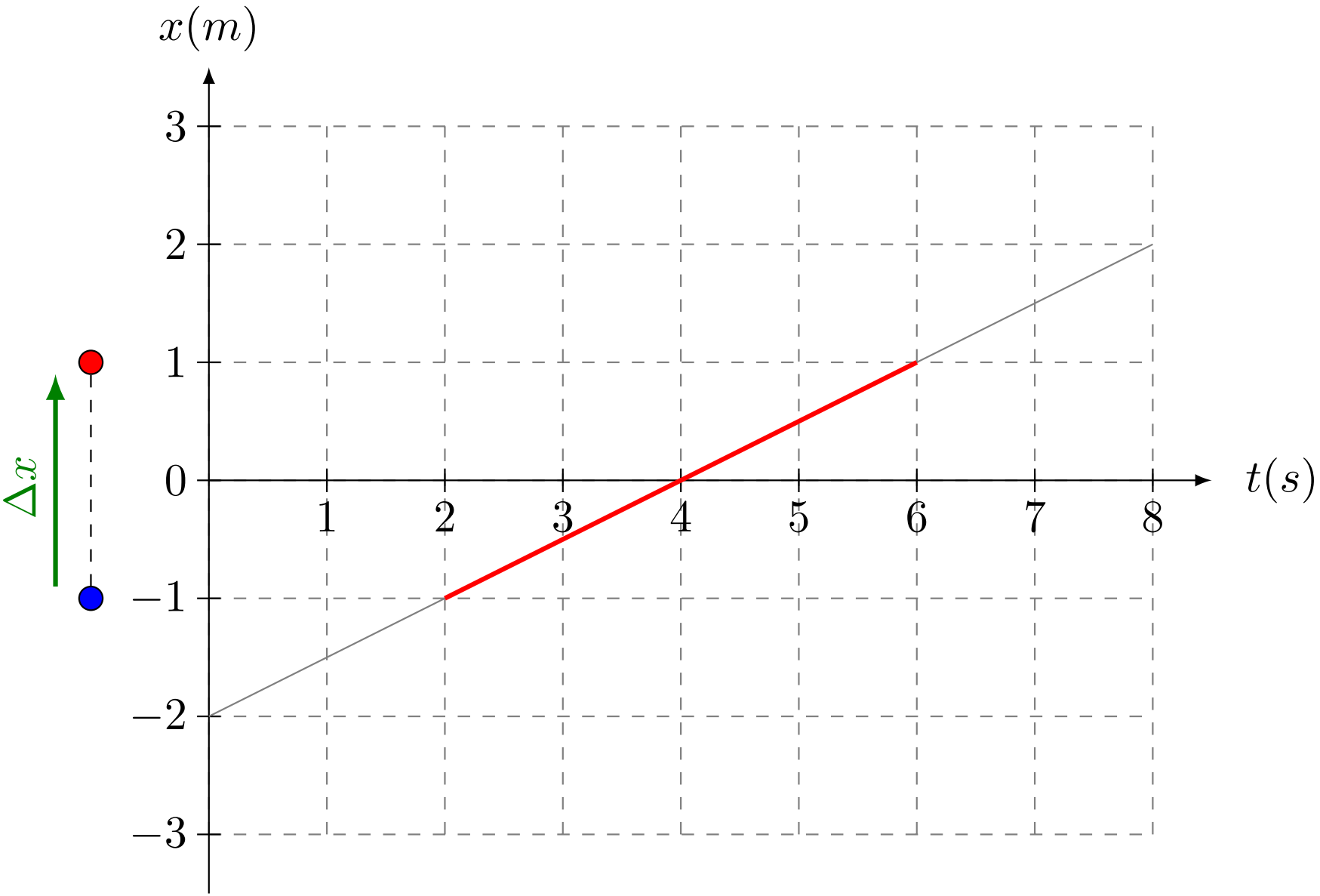
# نمودار مکان-زمان



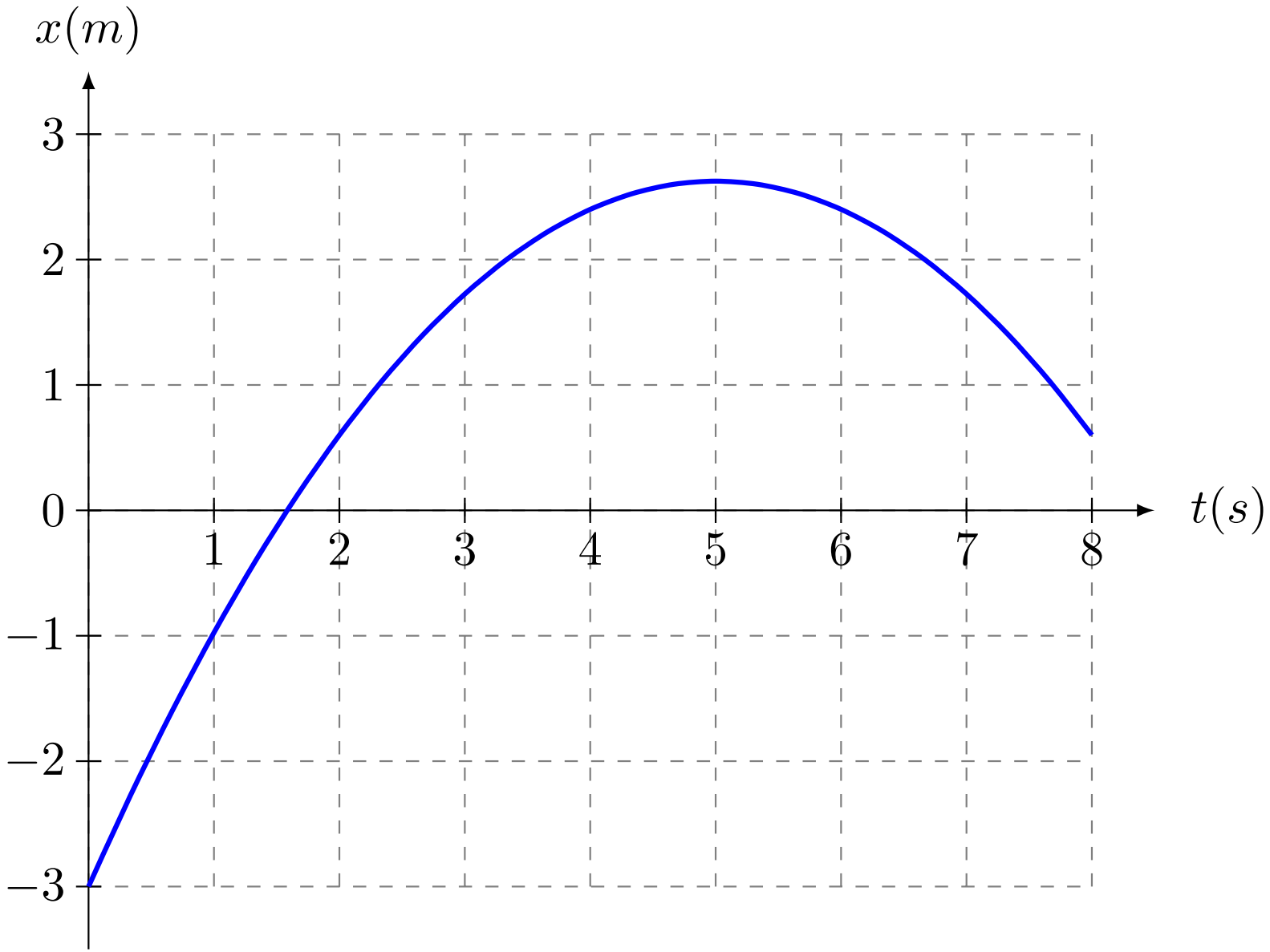
# نمودار مکان-زمان



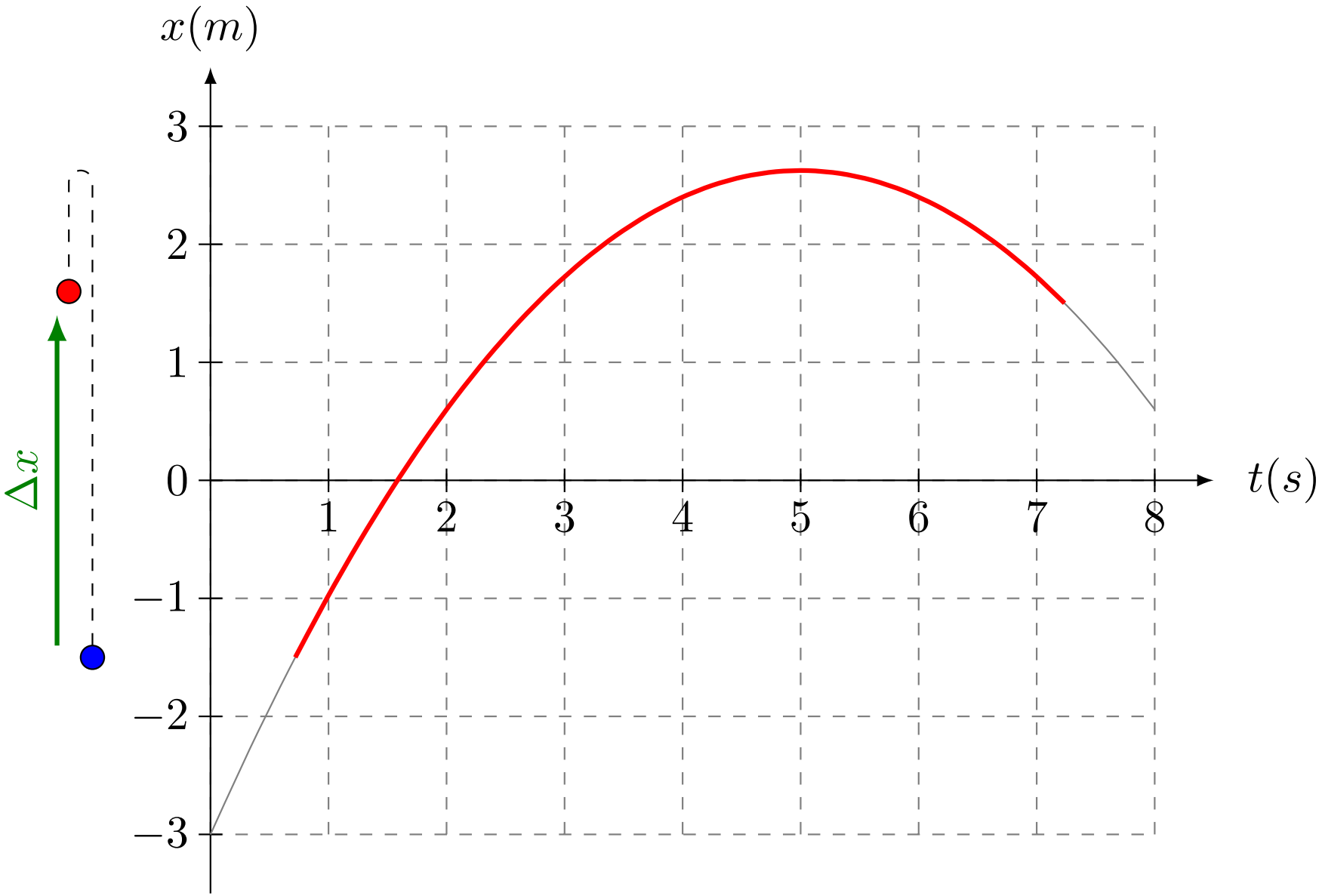
# نمودار مکان-زمان



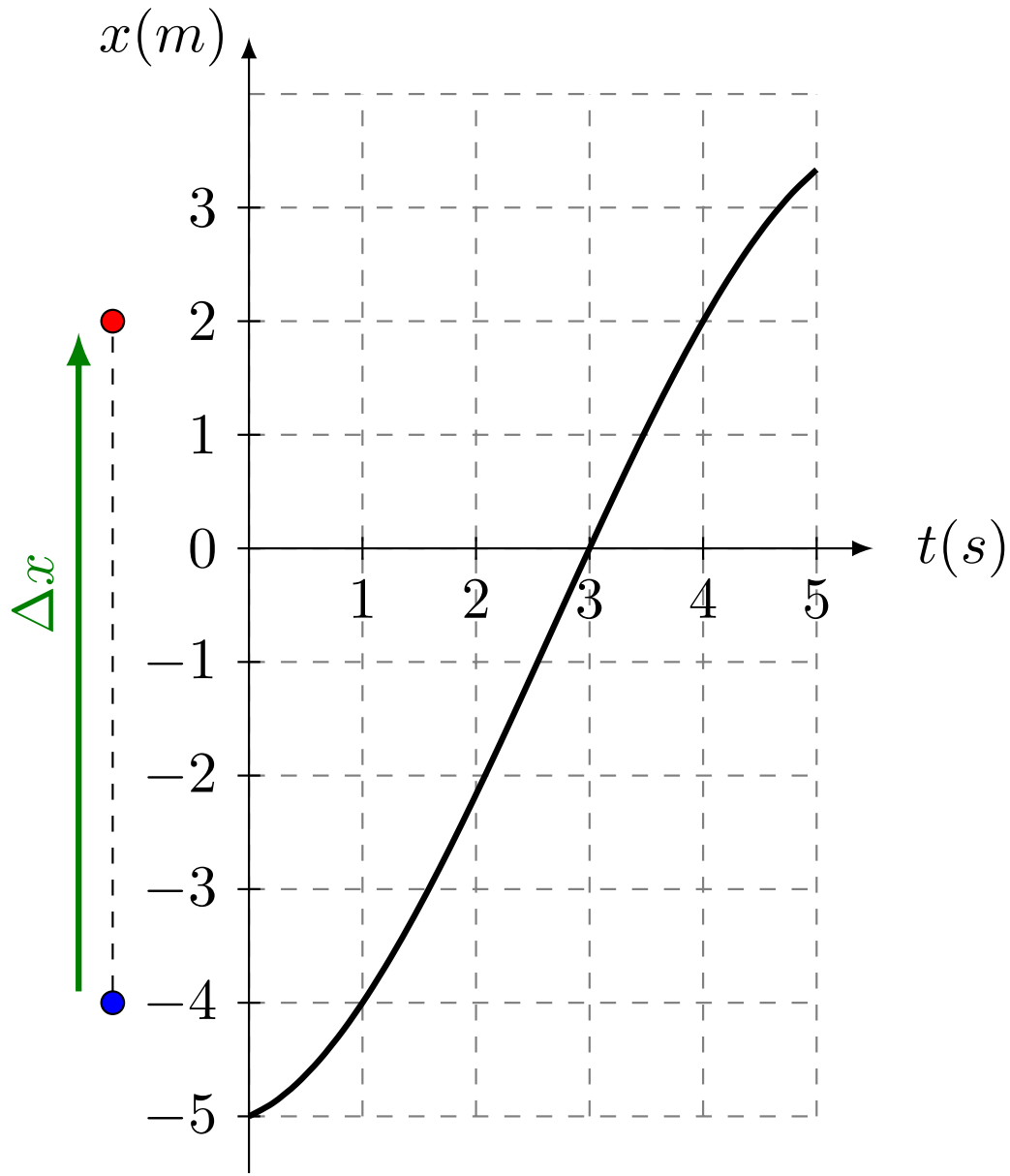
# نمودار مکان-زمان



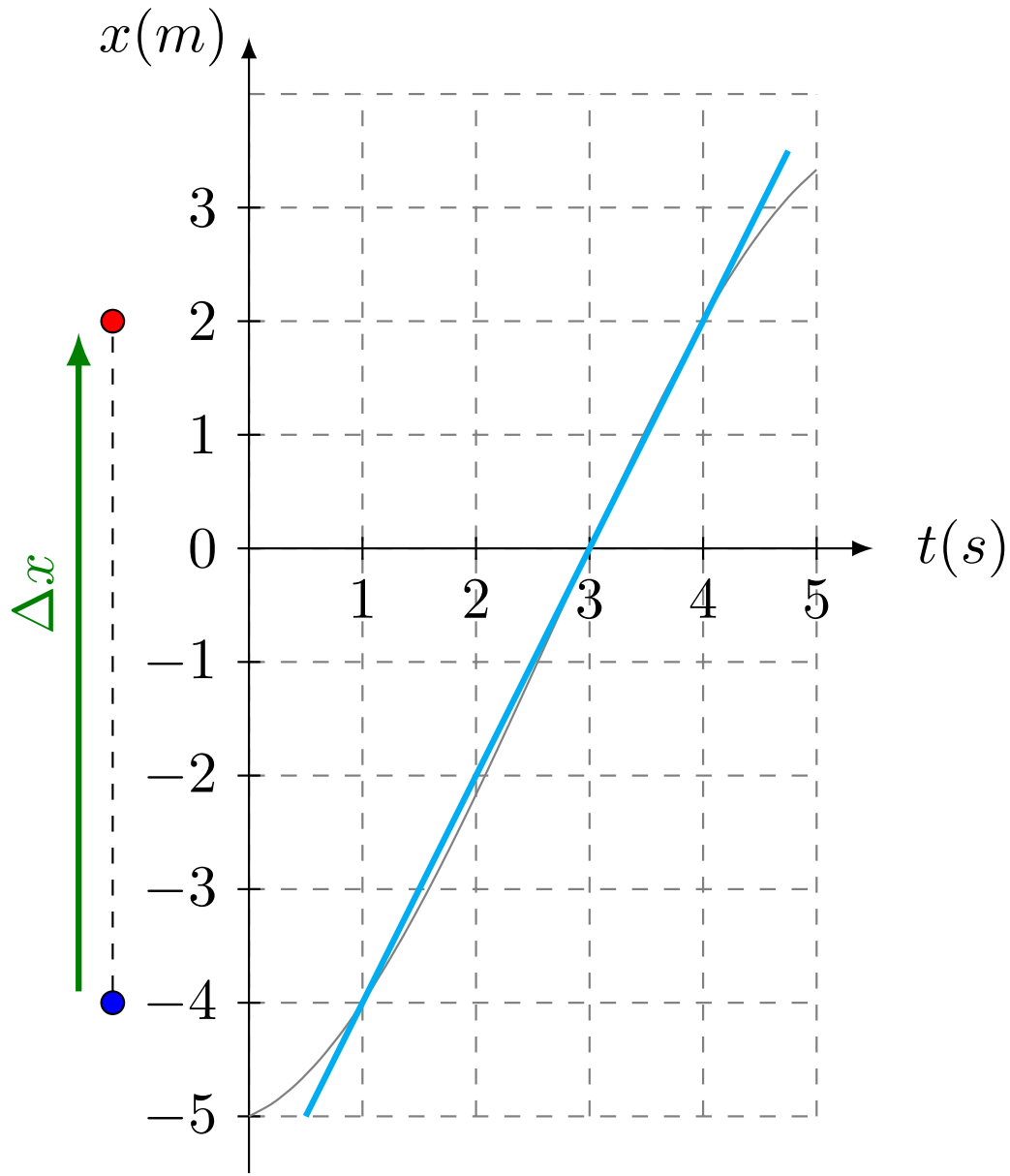
# نمودار مکان-زمان



# سرعت متوسط



# سرعت متوسط

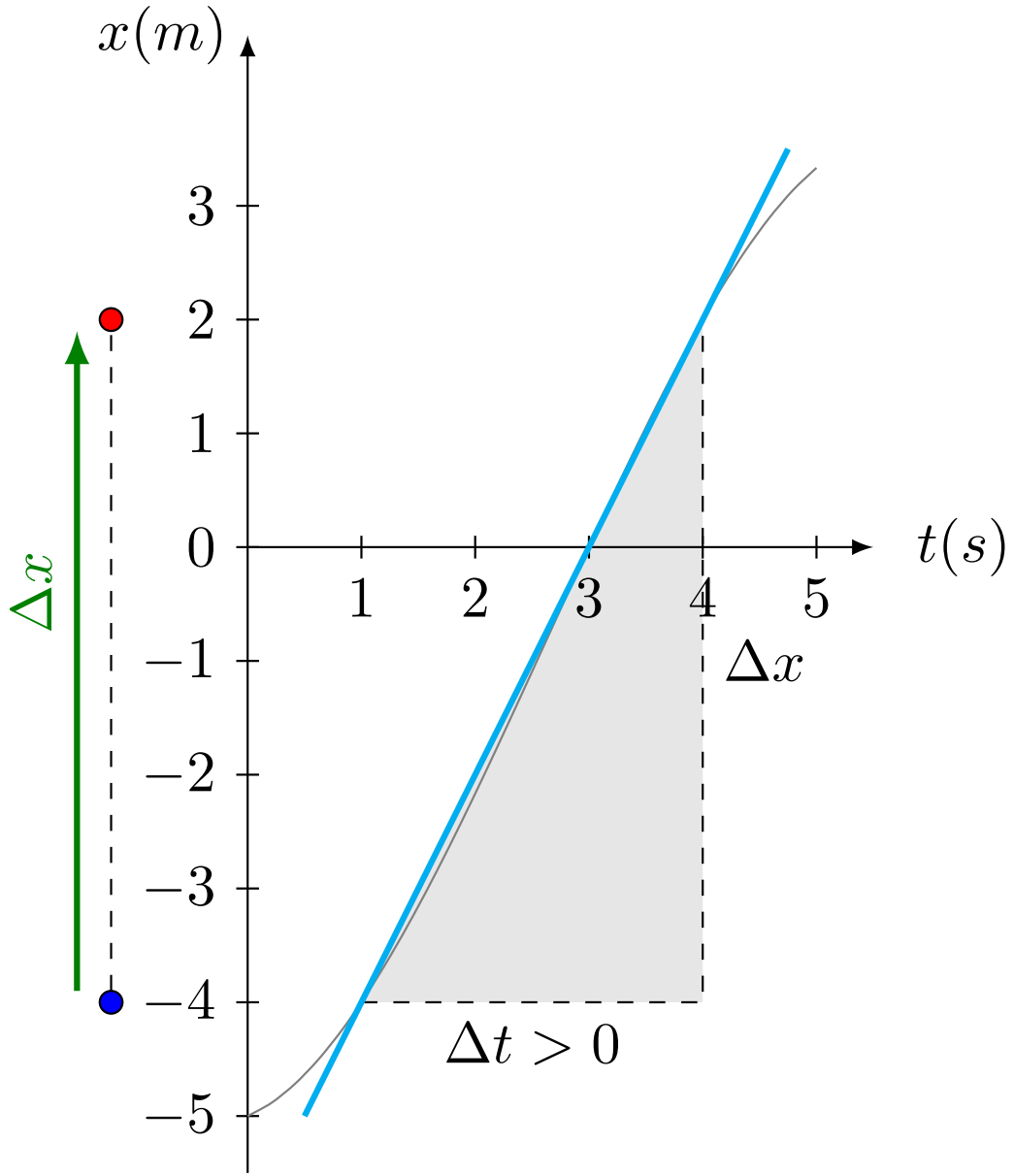


# سرعت متوسط

نسبت جابجایی انجام شده $\Delta x$ در بازه زمانی مشخص $\Delta t$ را **سرعت متوسط** می‌نامند.

$$v_{\text{متوسط}} = \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$



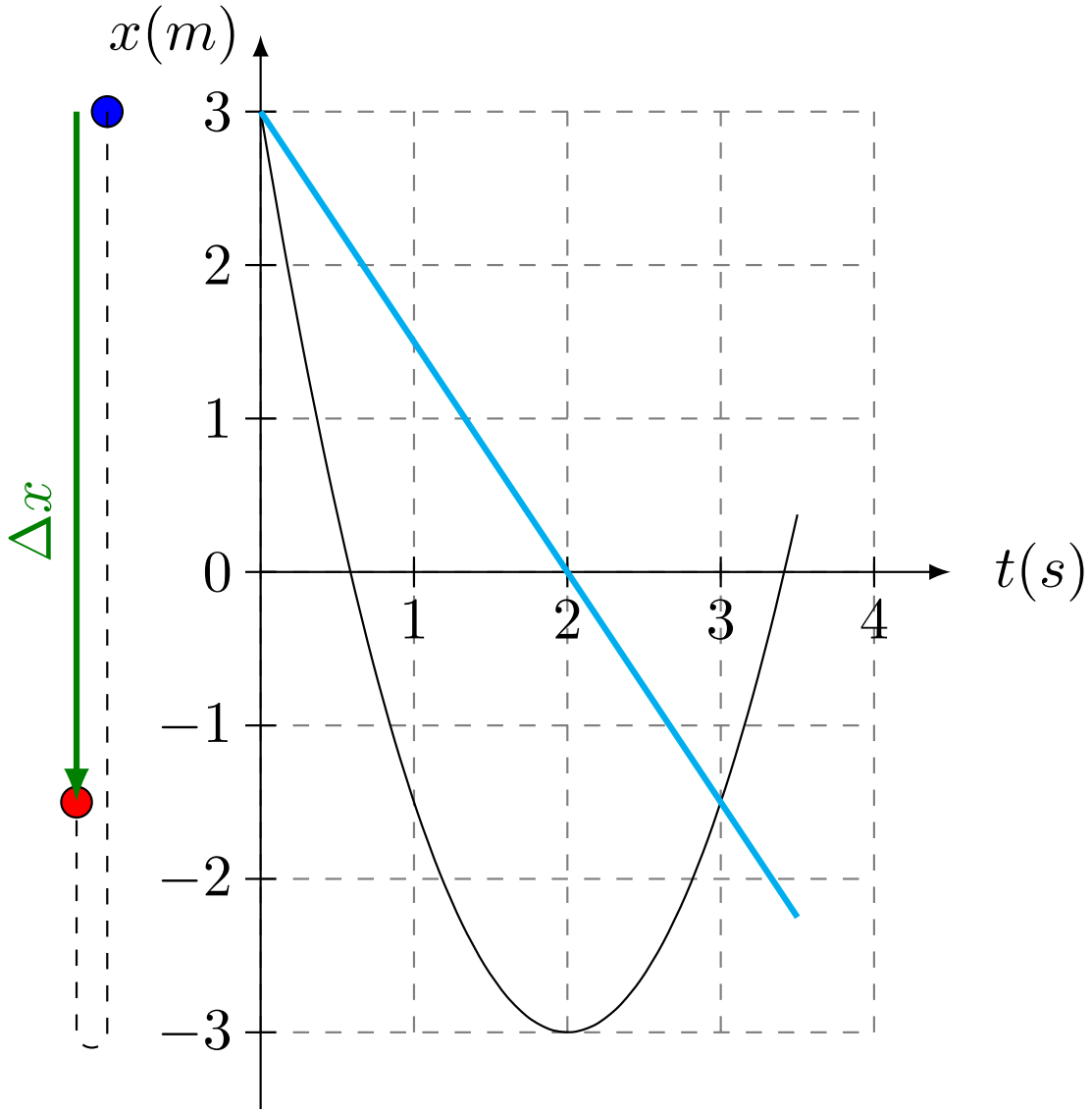

$$\text{شیب خط} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$(t_1, x_1) = (1s, -4m)$$

$$(t_2, x_2) = (4s, 2m)$$

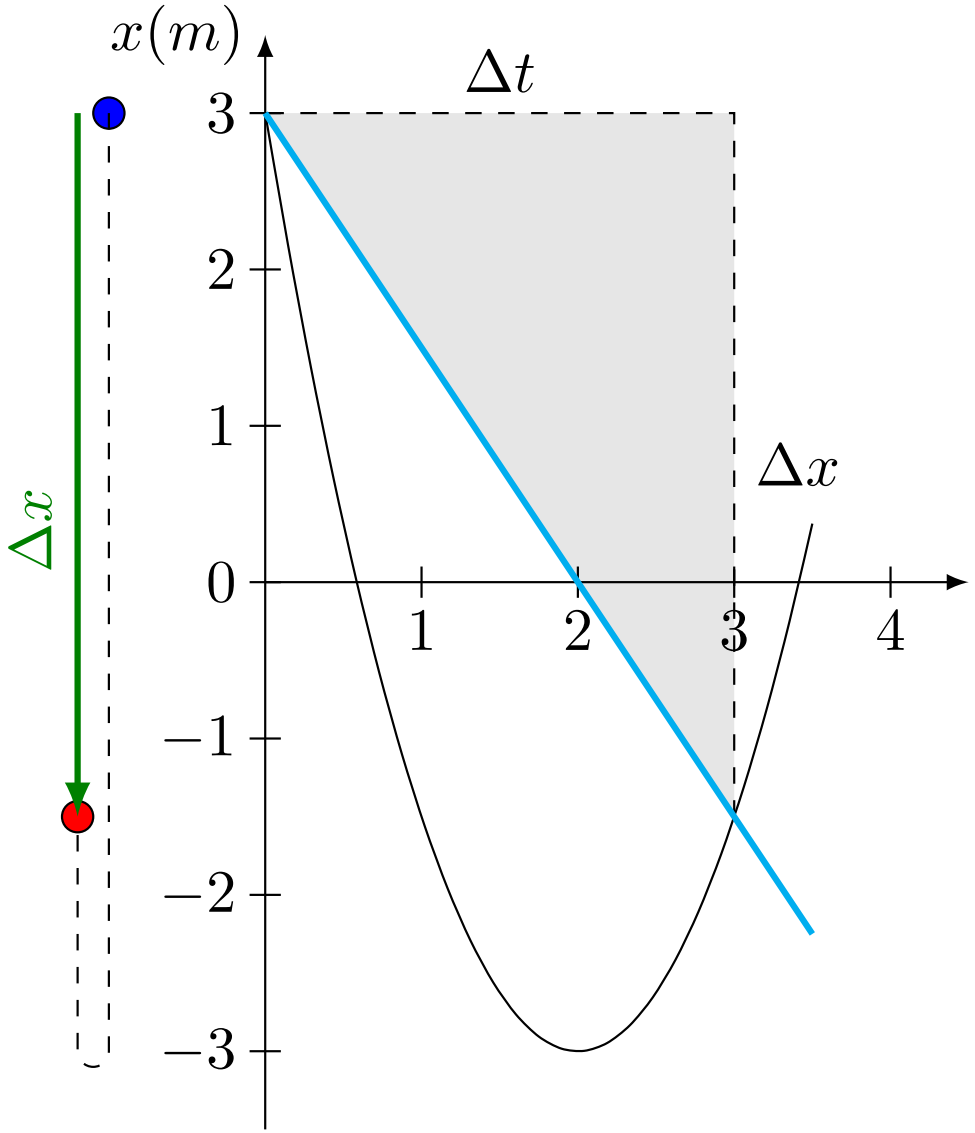
$$\text{شیب خط} = \bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = 2\frac{m}{s}$$

# سرعت متوسط



# سرعت متوسط

نسبت جابجایی انجام شده $\Delta x$ در بازه زمانی مشخص $\Delta t$ را **سرعت متوسط** می‌نامند.




$$v_{\text{متوسط}} = \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$\text{شیب خط} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$(t_1, x_1) = (0s, 3m)$$

$$(t_2, x_2) = (3s, -1.5m)$$

$$\text{شیب خط} = \bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = -1.5\frac{m}{s}$$

# تندی متوسط

نسبت مسافت کل طی شده $d_{\text{کل}}$ در بازه زمانی مشخص $\Delta t$ را **تندی متوسط** می‌نامند.

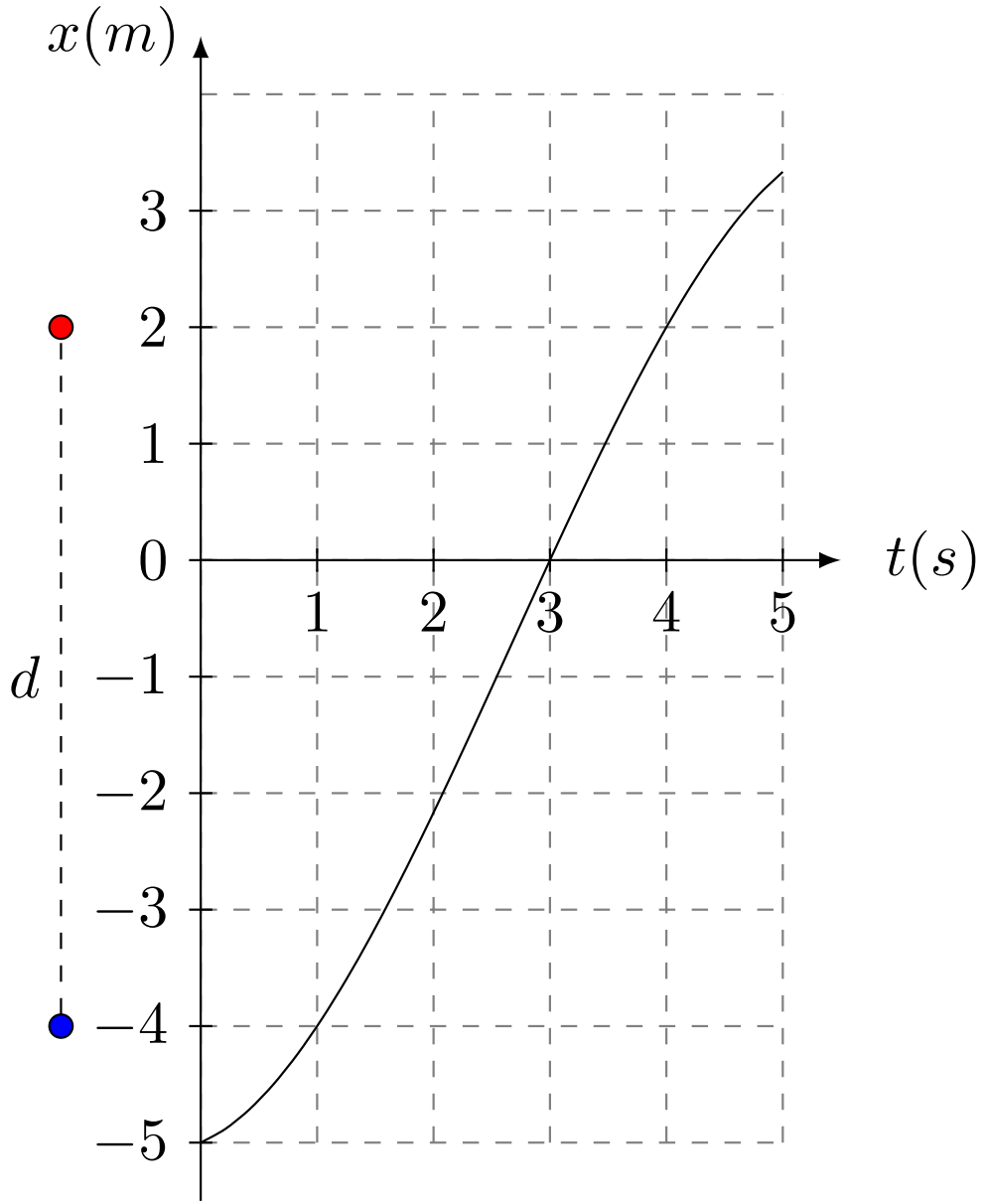
$$s_{\text{متوسط}} = \bar{s} = \frac{d_{\text{کل}}}{\Delta t}$$

$$d_{\text{کل}} = d$$

$$d = |\text{مسیر رفت}| = 6$$

$$d_{\text{کل}} = d = 6$$

$$s_{\text{متوسط}} = \bar{s} = \frac{6}{2} = 2\frac{m}{s}$$

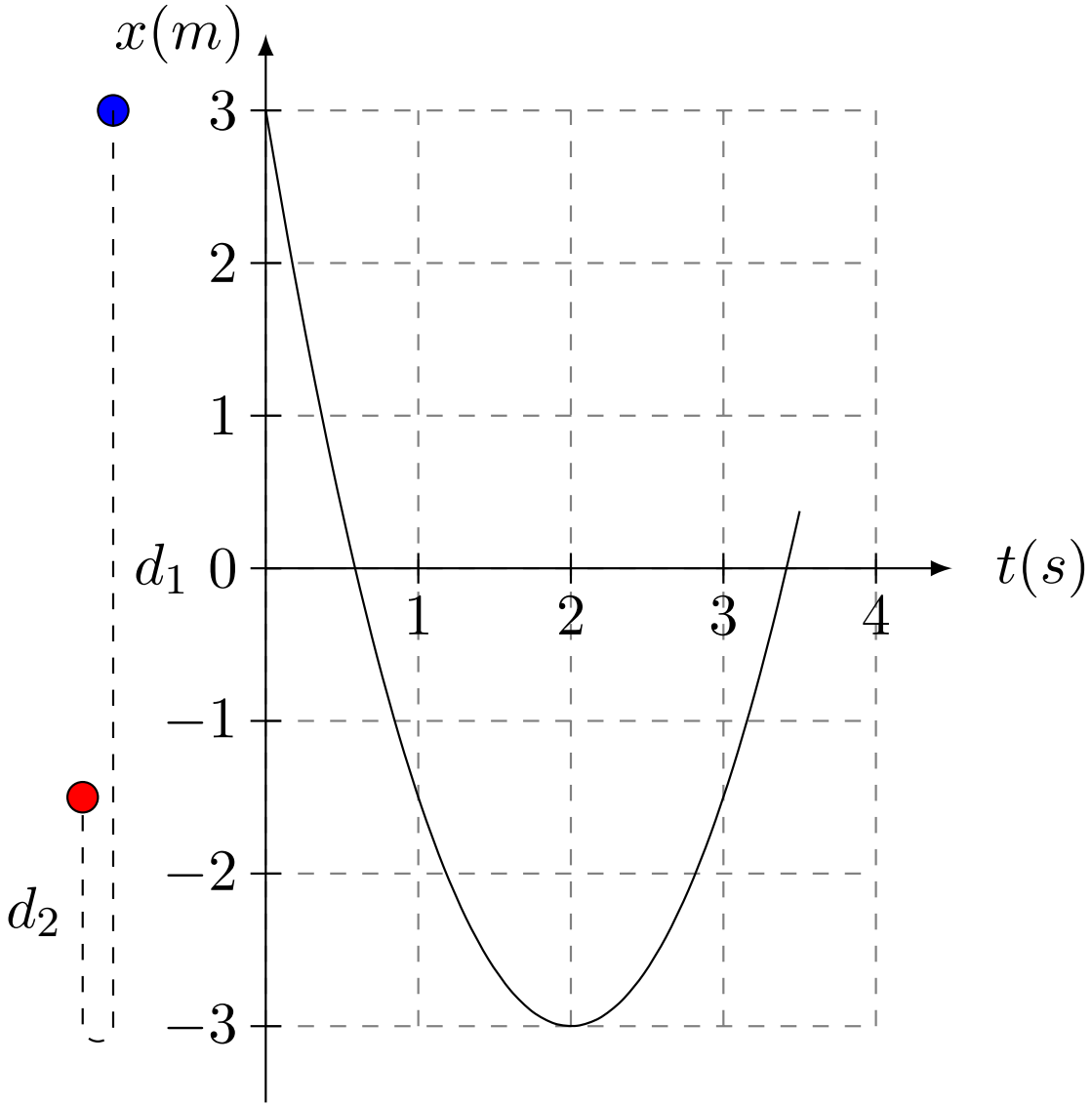


# تندی متوسط

نسبت مسافت کل طی شده $d_{\text{کل}}$ در بازه زمانی مشخص $\Delta t$ را **تندی متوسط** می‌نامند.

$$s_{\text{متوسط}} = \bar{s} = \frac{d_{\text{کل}}}{\Delta t}$$

$$d_{\text{کل}} = d_1 + d_2$$




$$d_1 = |\text{مسیر رفت}| = 6$$

$$d_2 = |\text{مسیر برگشت}| = 1.5$$

$$d_{\text{کل}} = d_1 + d_2 = 7.5$$

$$s_{\text{متوسط}} = \bar{s} = \frac{7.5}{3} = 2.5\frac{m}{s}$$

# سرعت لحظه‌ای

سرعت لحظه‌ای (یا سرعت در هر لحظه یا سرعت) با استفاده از سرعت متوسط وقتی $\Delta t$ به سمت صفر میل می‌کند به دست می‌آید.

$$v = v_{\text{لحظه‌ای}} = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

طبق تعریف مشتق

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

بنابراین

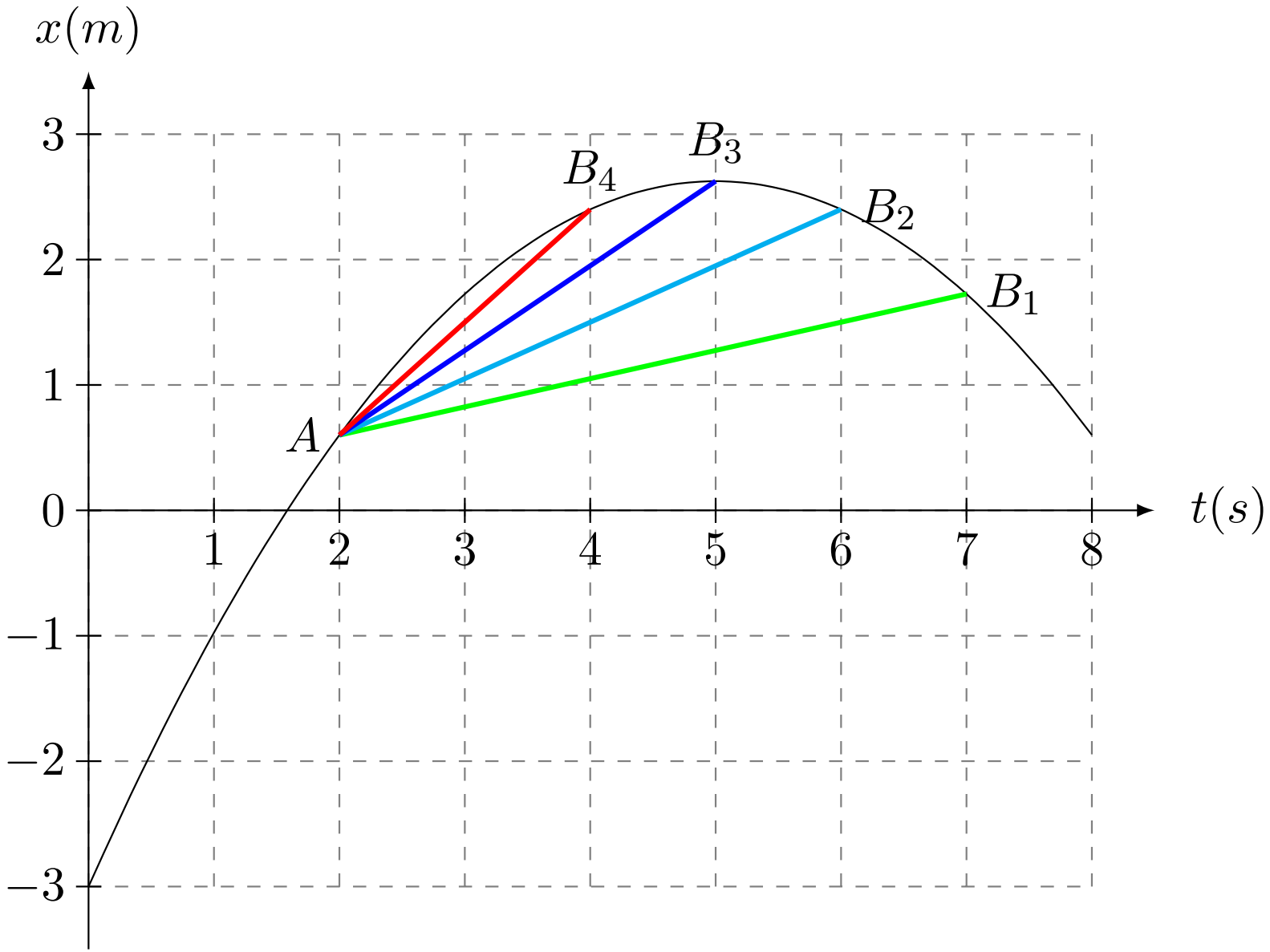
$$\boxed{v = v_{\text{لحظه‌ای}} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}}$$

نکته: شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان در هر لحظه با استفاده از مشتق منحنی مکان

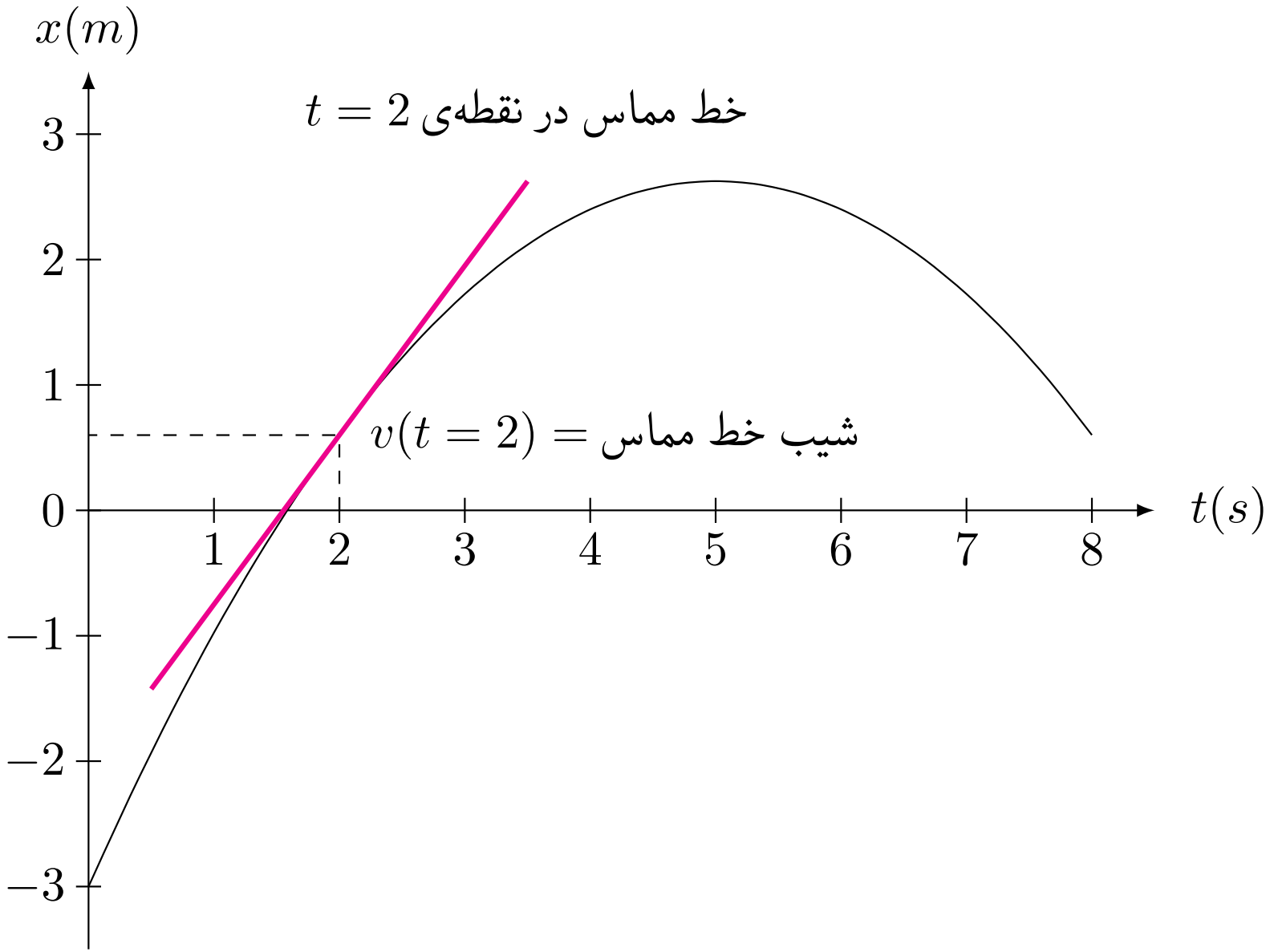
$$\text{شیب خط مماس} = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t = v$$

در آن نقطه به دست می‌آید.

# سرعت لحظه‌ای

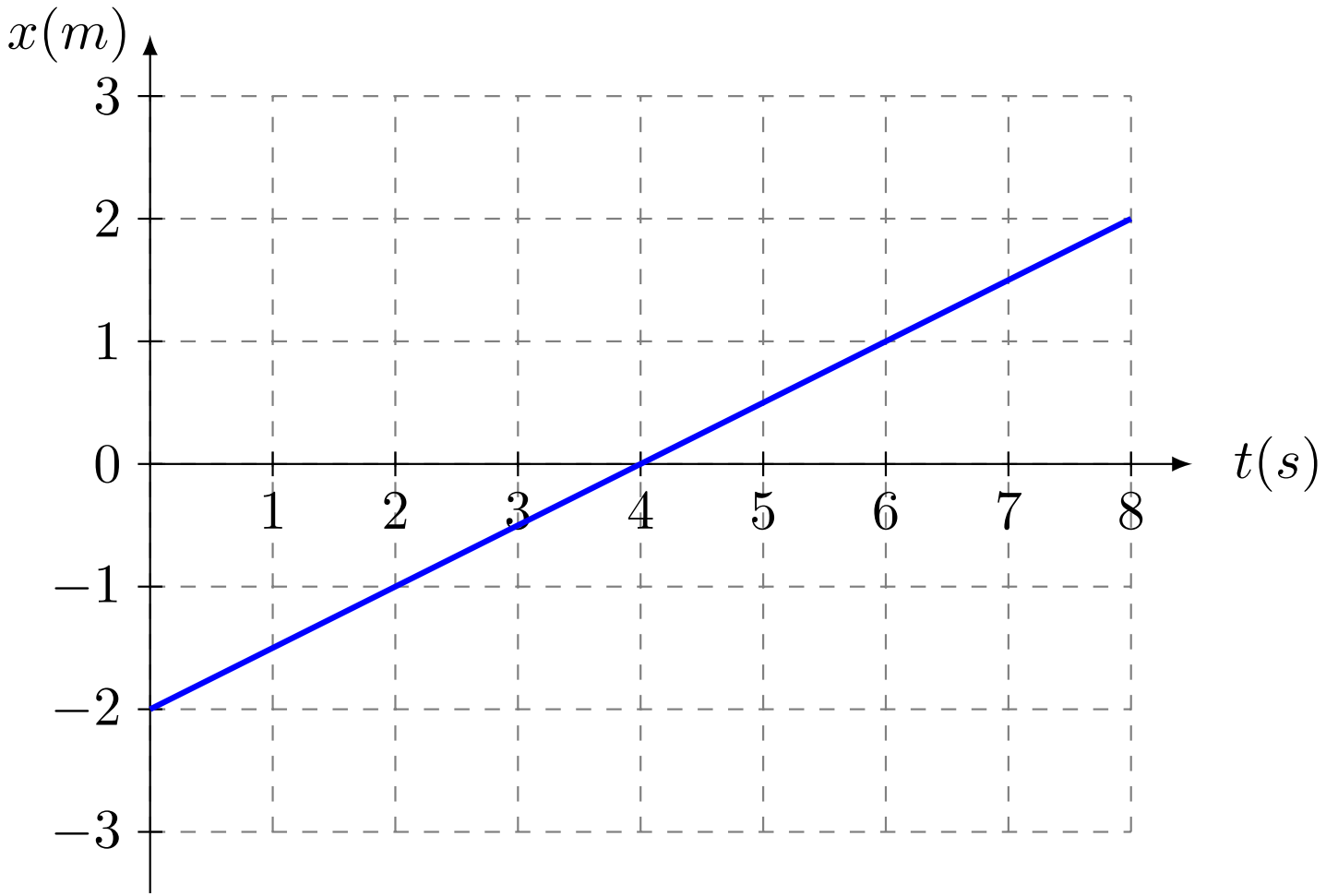


# سرعت لحظه‌ای



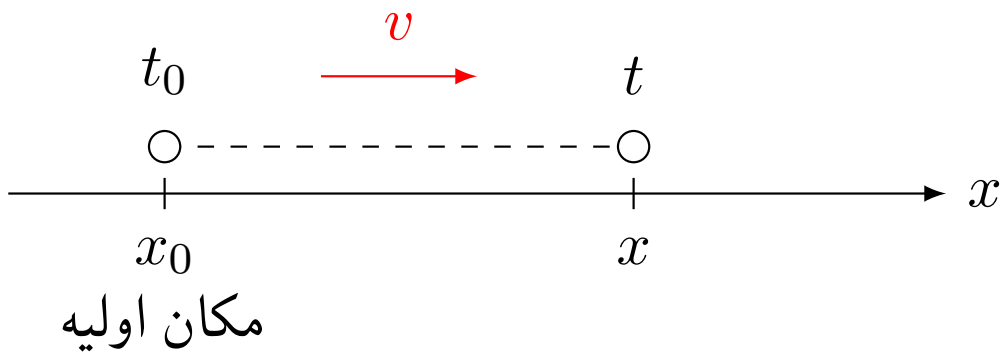
# سرعت لحظه‌ای

در یک نمودار مکان- زمانی **خطی**، شیب در هر لحظه یکسان است. بنابراین سرعت لحظه‌ای در هر لحظه مقدار ثابتی دارد. شیب یا سرعت لحظه‌ای در نمودار مکان- زمانی زیر برابر با $0.5m/s$ است.



# حرکت با سرعت ثابت

در حرکت با سرعت ثابت، متحرک در طول مسیر مستقیم الخط با سرعت ثابت حرکت می‌کند.




نکته کلیدی: در حرکت با سرعت ثابت، سرعت متوسط و سرعت لحظه‌ای با هم برابرند.

$$v_{\text{متوسط}} = \bar{v} = \frac{x - x_0}{t - t_0} = v = \text{ثابت}$$

$$\frac{x - x_0}{t - t_0} = v \Rightarrow x - x_0 = v(t - t_0)$$

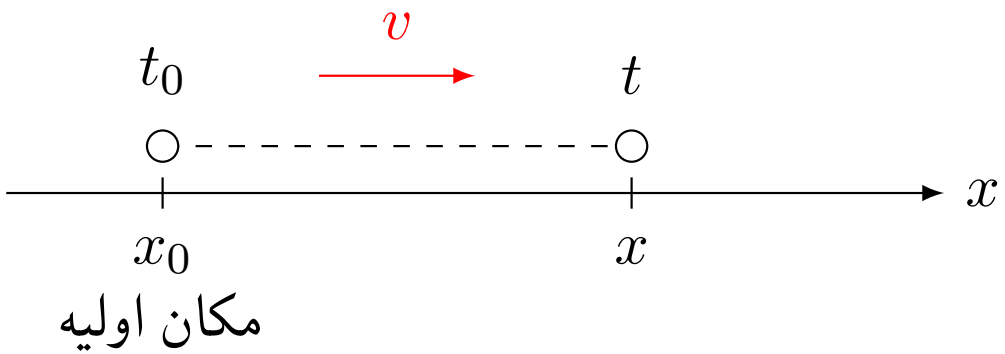
$$\boxed{x = x_0 + v(t - t_0)}, \quad \text{معادله حرکت ذره‌ای با سرعت ثابت } v$$

که

$$x_0 = x(t = t_0)$$

# حرکت با سرعت ثابت

در حرکت با سرعت ثابت، متحرک در طول مسیر مستقیم الخط با سرعت ثابت حرکت می‌کند.




معادله حرکت ذره‌ای با سرعت ثابت

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0)$$

حالت خاص: اگر مبدا زمان را صفر در نظر بگیریم، معادله حرکت بصورت زیر داده می‌شود

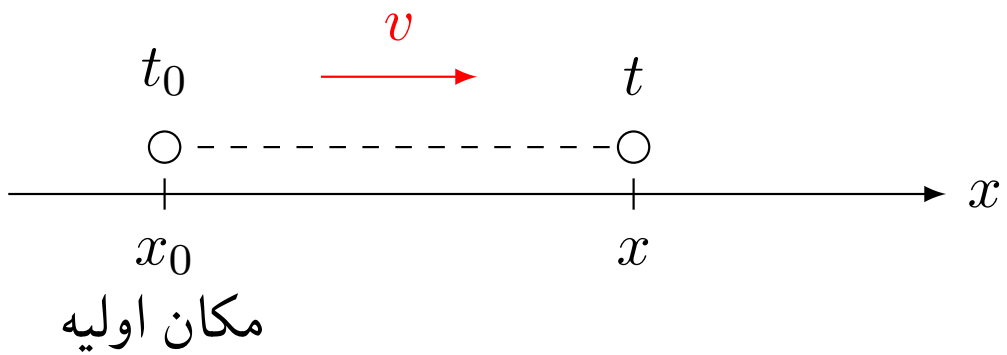
$$t_0 = 0 \Rightarrow \boxed{x(t) = x_0 + vt}$$

که

$$x_0 = x(t = 0)$$

# حرکت با سرعت ثابت

در حرکت با سرعت ثابت، متحرک در طول مسیر مستقیم الخط با سرعت ثابت حرکت می‌کند.




**روش انتگرالگیری**

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v = \text{ثابت}$$

نمایش دیفرانسیلی

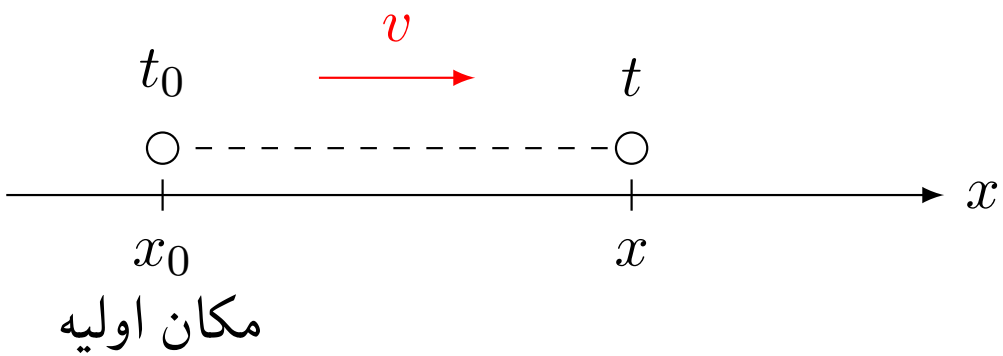
$$\mathrm{d}x = v\mathrm{d}t$$

انتگرالگیری از طرفین

$$\int \mathrm{d}x = \int v\mathrm{d}t$$

# حرکت با سرعت ثابت

در حرکت با سرعت ثابت، متحرک در طول مسیر مستقیم الخط با سرعت ثابت حرکت می‌کند.




انتگرالگیری از طرفین

$$\int \mathrm{d}x = \int v\mathrm{d}t$$

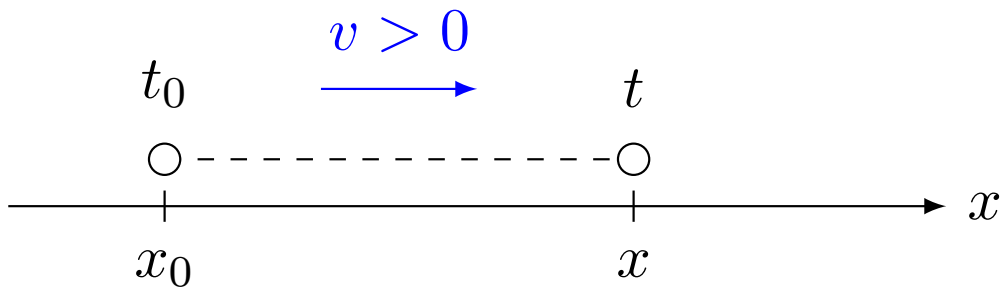
اعمال حدهای بالا و پایین انتگرالها

$$\int_{x_0}^{x} \mathrm{d}x = \int_{t_0}^{t} v\mathrm{d}t \Rightarrow \int_{x_0}^{x} \mathrm{d}x = v\int_{t_0}^{t} \mathrm{d}t \Rightarrow [x]_{x_0}^{x} = v[t]_{t_0}^{t}$$

$$x - x_0 = v(t - t_0) \Rightarrow \boxed{x = x_0 + v(t - t_0)}, \quad x(t_0) = x_0 \text{ مکان اولیه}$$

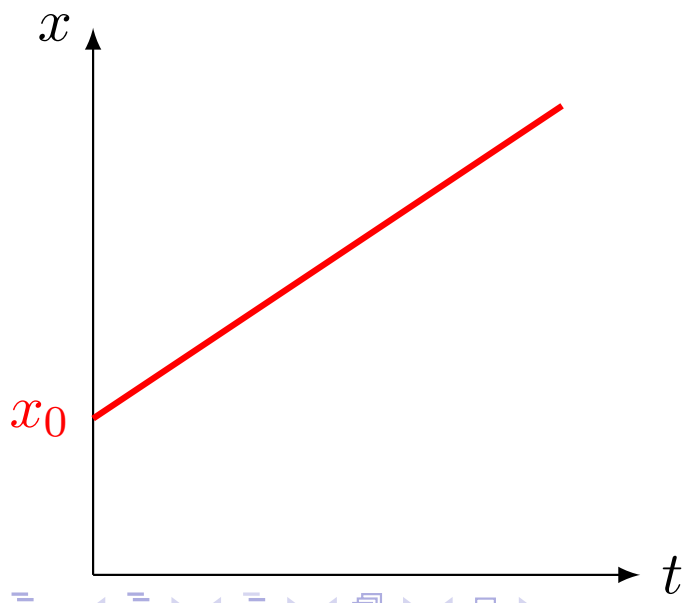
# حرکت با سرعت ثابت

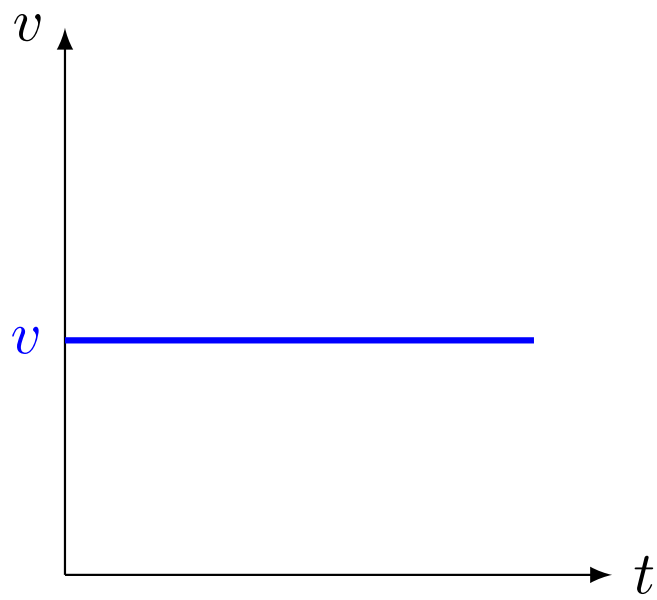
در حرکت با سرعت ثابت، متحرک در طول مسیر مستقیم الخط با سرعت ثابت حرکت می‌کند.




مکان اولیه

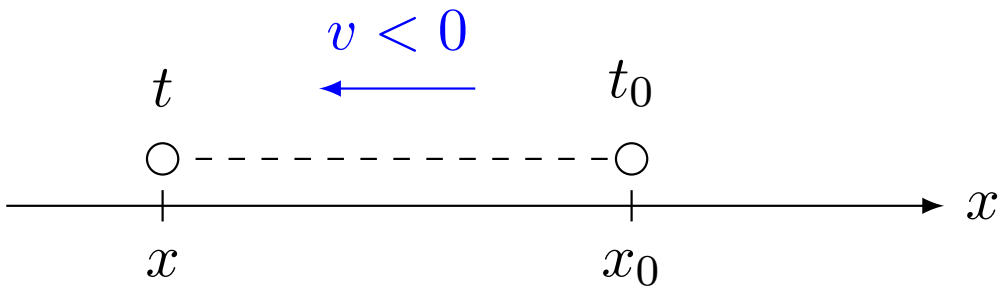
اگر $t_0 = 0$ : $x(t) = x_0 + vt, \quad v > 0$



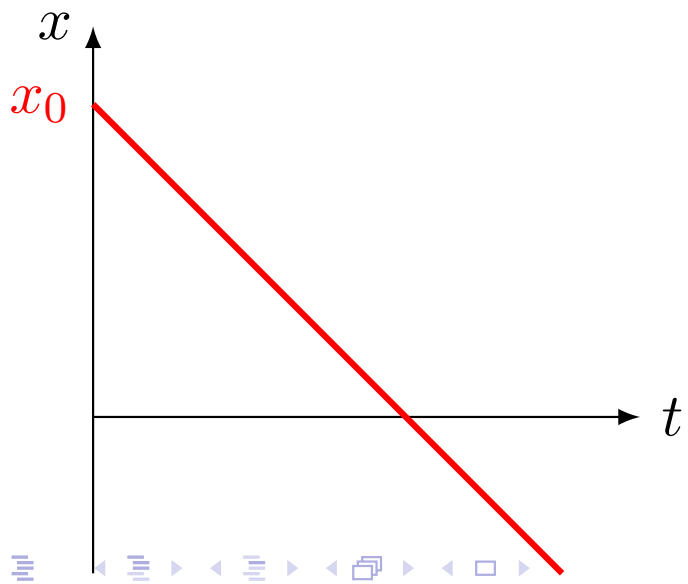
# حرکت با سرعت ثابت

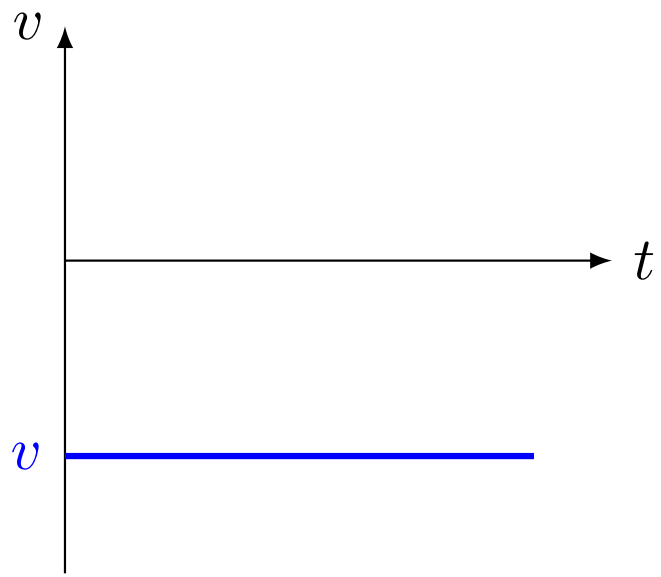
در حرکت با سرعت ثابت، متحرک در طول مسیر مستقیم الخط با سرعت ثابت حرکت می‌کند.




مکان اولیه

$$\text{اگر } t_0 = 0 : \quad x(t) = x_0 + vt, \quad v < 0$$



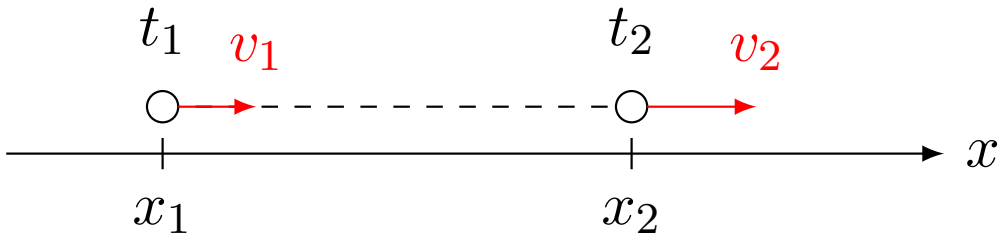



## تغییر سرعت

تغییر سرعت از وضعیت $(t_1, x_1)$ با سرعت $v_1$ به وضعیت $(t_2, x_2)$ با سرعت $v_2$ را بصورت

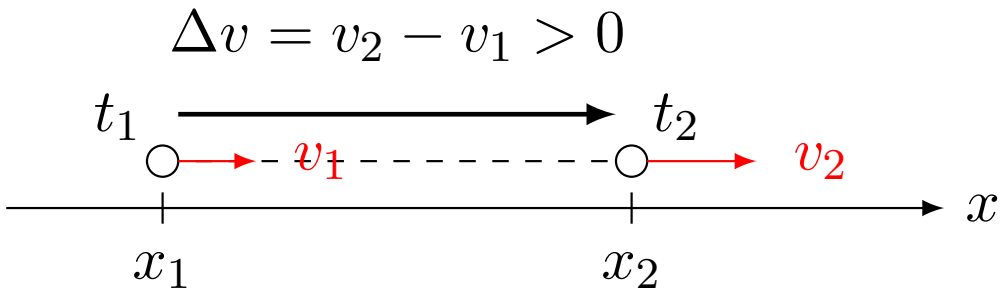
$$\Delta v = v_2 - v_1$$

به دست می‌آید.




نکته: تغییر سرعت $\Delta v$ یک بردار است. بردار در بعد می‌تواند علامت متفاوتی داشته باشد.

- اگر $v_2 > v_1$ آنگاه $\Delta v > 0$:

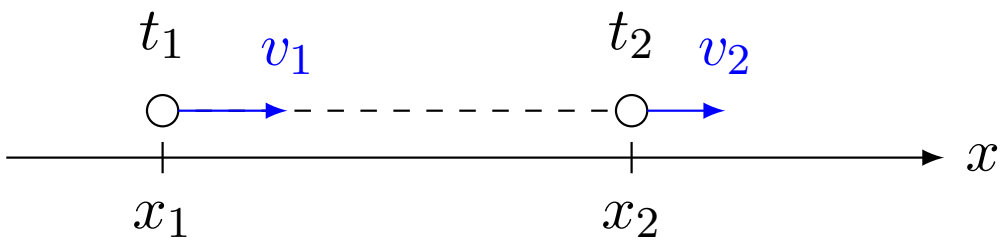


## تغییر سرعت

تغییر سرعت از وضعیت $(t_1, x_1)$ با سرعت $v_1$ به وضعیت $(t_2, x_2)$ با سرعت $v_2$ را بصورت

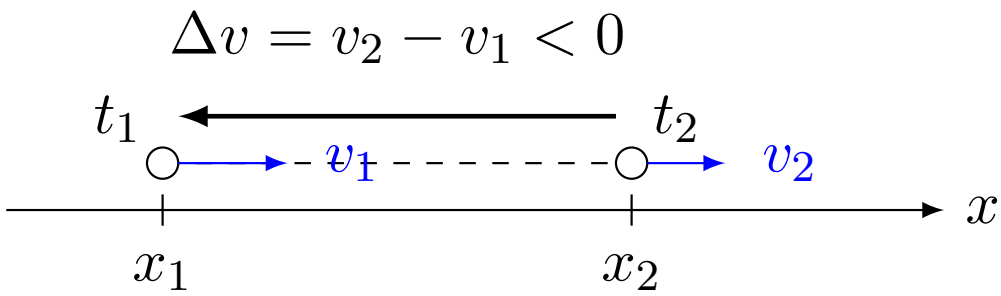
$$\Delta v = v_2 - v_1$$

به دست می‌آید.



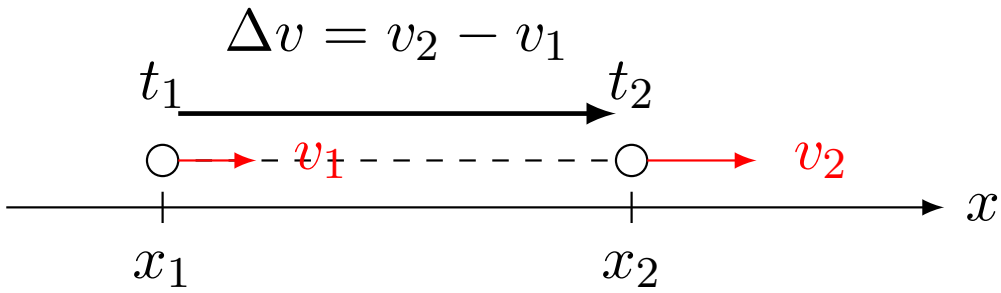

نکته: تغییر سرعت $\Delta v$ یک بردار است. بردار در بعد می‌تواند علامت متفاوتی داشته باشد.

- اگر $v_2 < v_1$ آنگاه $\Delta v < 0$:



# شتاب متوسط

وقتی جسمی شتاب می‌گیرد (یا حرکتش شتابدار می‌شود) که سرعتش تغییر کند.




شتاب متوسط بصورت تغییر سرعت جسم $\Delta v$ در بازه زمانی مشخص $\Delta t$ تعریف می‌شود،

$$a_{\text{متوسط}} = \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a_{\text{متوسط}} = \bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

نکته اول: ابعاد شتاب در دستگاه SI متر بر مجذور ثانیه $m/s^2$ است.
نکته دوم: تغییرات سرعت یک بردار است. بنابراین شتاب نیز یک بردار است که در یک بعد علامت آن می‌تواند تغییر کنید.

# شتاب لحظه‌ای

شتاب لحظه‌ای (یا شتاب در هر لحظه یا شتاب) با استفاده از شتاب متوسط وقتی $\Delta t$ به سمت صفر میل می‌کند به دست می‌آید.

$$a = a_{\text{لحظه‌ای}} = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

طبق تعریف مشتق

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

بنابراین

$$\boxed{a = a_{\text{لحظه‌ای}} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}}$$

نکته اول: شیب خط مماس بر نمودار سرعت–زمان در هر لحظه با استفاده از مشتق منحنی سرعت

$$\text{شیب خط مماس} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = a$$

# شتاب لحظه‌ای

شتاب لحظه‌ای (یا شتاب در هر لحظه یا شتاب) با استفاده از شتاب متوسط وقتی $\Delta t$ به سمت صفر میل می‌کند به دست می‌آید.

$$a = a_{\text{لحظه‌ای}} = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

طبق تعریف مشتق

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

بنابراین

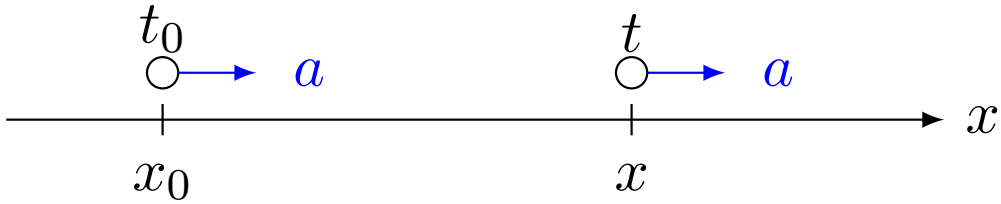
$$\boxed{a = a_{\text{لحظه‌ای}} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}}$$

نکته دوم: بیان شتاب لحظه‌ای با استفاده از مشتق دوم مکان،

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right) = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$

# حرکت با شتاب ثابت

در حرکت با شتاب ثابت، متحرک در طول مسیر مستقیم الخط با شتاب ثابت حرکت می‌کند.




$$a_{\text{متوسط}} = \bar{a} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = a = \text{ثابت}$$

$$\frac{v - v_0}{t - t_0} = a \Rightarrow v - v_0 = a(t - t_0)$$

$$\boxed{v = v_0 + a(t - t_0)}, \quad a \text{ معادله سرعت ذره‌ای با شتاب ثابت}$$

که سرعت اولیه

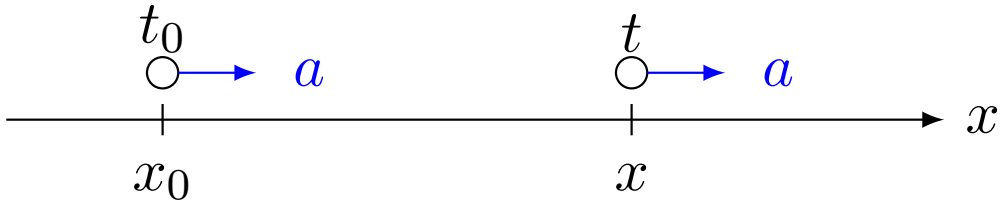
$$v_0 = v(t = t_0)$$

اگر مبدا زمان را صفر در نظر بگیریم، معادله سرعت بصورت زیر داده می‌شود

$$t_0 = 0 \Rightarrow \boxed{v = v_0 + at}$$

# حرکت با شتاب ثابت

در حرکت با شتاب ثابت، متحرک در طول مسیر مستقیم الخط با شتاب ثابت حرکت می‌کند.




**روش انتگرالگیری**

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = a = \text{ثابت}$$

فرم دیفرانسیلی

$$\mathrm{d}v = a\mathrm{d}t$$

انتگرالگیری از طرفین

$$\int \mathrm{d}v = \int a\mathrm{d}t$$

اعمال حدهای بالا و پایین انتگرالها

$$\int_{v_0}^{v} \mathrm{d}v = \int_{t_0}^{t} a\mathrm{d}t \Rightarrow \int_{v_0}^{v} \mathrm{d}v = a\int_{t_0}^{t} \mathrm{d}t \Rightarrow [v]_{v_0}^{v} = a[t]_{t_0}^{t}$$

$$v - v_0 = a(t - t_0) \Rightarrow \boxed{v = v_0 + a(t - t_0)}, \quad v(t_0) = v_0 \text{ سرعت اولیه}$$

# حرکت با شتاب ثابت

معادله سرعت متحرک

$$v(t) = v_0 + a(t - t_0)$$

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

روش **انتگرالگیری** معادله حرکت متحرک

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v_0 + at$$

$$\mathrm{d}x = [v_0 + a(t - t_0)]\mathrm{d}t$$

$$\int_{x_0}^{x} \mathrm{d}x = \int_{t_0}^{t} [v_0 + a(t - t_0)]\mathrm{d}t$$

$$x - x_0 = v_0 \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}t + a \int_{t_0}^{t} (t - t_0)\mathrm{d}t$$

$$x = x_0 + v_0[t - t_0]_{t_0}^{t} + a[\frac{1}{2}(t - t_0)^2]_{t_0}^{t} \Rightarrow \boxed{x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2}$$

# حرکت با شتاب ثابت

معادله سرعت متحرک

$$v(t) = v_0 + a(t - t_0)$$

معادله حرکت متحرک

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

که سرعت اولیه

$$v_0 = v(t = t_0)$$

و مکان اولیه

$$x_0 = x(t = t_0)$$

اگر مبدا زمان را صفر در نظر بگیریم، معادله حرکت بصورت زیر داده می‌شود

$$t_0 = 0 \Rightarrow \boxed{x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2}$$

که سرعت اولیه $v_0 = v(t = 0)$ و مکان اولیه $x_0 = x(t = 0)$

# حرکت با شتاب ثابت

معادله سرعت متحرک

$$v(t) = v_0 + at \quad (۱)$$

معادله حرکت متحرک

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \quad (۲)$$

برای معادله مستقل از زمان، ابتدا از معادله (۱) زمان را بدست آورده

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

و بعد با جایگزینی آن در داخل معادله (۲) داریم،

$$x - x_0 = \frac{1}{2}a\left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2 + v_0\left(\frac{v - v_0}{a}\right)$$

$$x - x_0 = \frac{1}{2a}\left[(v - v_0)^2 + 2v_0 v - 2v_0^2\right]$$

# حرکت با شتاب ثابت

معادله سرعت متحرک

$$v(t) = v_0 + at$$

معادله حرکت متحرک

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

برای معادله مستقل از زمان

$$x - x_0 = \frac{1}{2a}\left[(v - v_0)^2 + 2v_0 v - 2v_0^2\right]$$

$$x - x_0 = \frac{1}{2a}(v^2 - v_0^2)$$

$$\boxed{2a(x - x_0) = v^2 - v_0^2}$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱- الکترونی در امتداد محور $x$ حرکت می‌کند و مکان آن بصورت $x = 16te^{-t}$ داده می شود که $t$ بر حسب ثانیه است. هنگام توقف لحظه‌ای، فاصله الکترون را از مبدا بدست آورید.

معادله سرعت

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 16e^{-t} - 16te^{-t} = 16(1-t)e^{-t}$$

لحظه‌ی توقف

$$v = 0 \Rightarrow (1-t)e^{-t} = 0 \Rightarrow t = 1\ \mathrm{s}$$

فاصله الکترون را از مبدا در لحظه‌ی توقف

$$x(t=1) = 16e^{-1}\ \mathrm{m}$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۲- مکان ذره‌ی متحرکی در امتداد محور $x$ بر حسب سانتیمتر بصورت $x = 9.75 + 1.5t^3$ است که $t$ بر حسب ثانیه است. الف) سرعت متوسط را دربازه زمانی $t = 2s$ و $t = 3s$ ب) سرعت لحظه‌ای را در $t = 2s$ ج) سرعت لحظه‌ای را در $t = 3s$ د) منحنی $x$ را بر حسب $t$رسم کنید.

سرعت متوسط دربازه زمانی $t = 2s$ و $t = 3s$

$$x(t = 2) = 9.75 + 1.5 \times 2^3 = 21.75 \text{ cm}$$

$$x(t = 3) = 9.75 + 1.5 \times 3^3 = 50.25 \text{ cm}$$

$$v_{\text{متوسط}} = \frac{x(3) - x(2)}{3 - 2} = \frac{50.25 - 21.75}{1} = 28.5 \text{ cm/s}$$

معادله سرعت

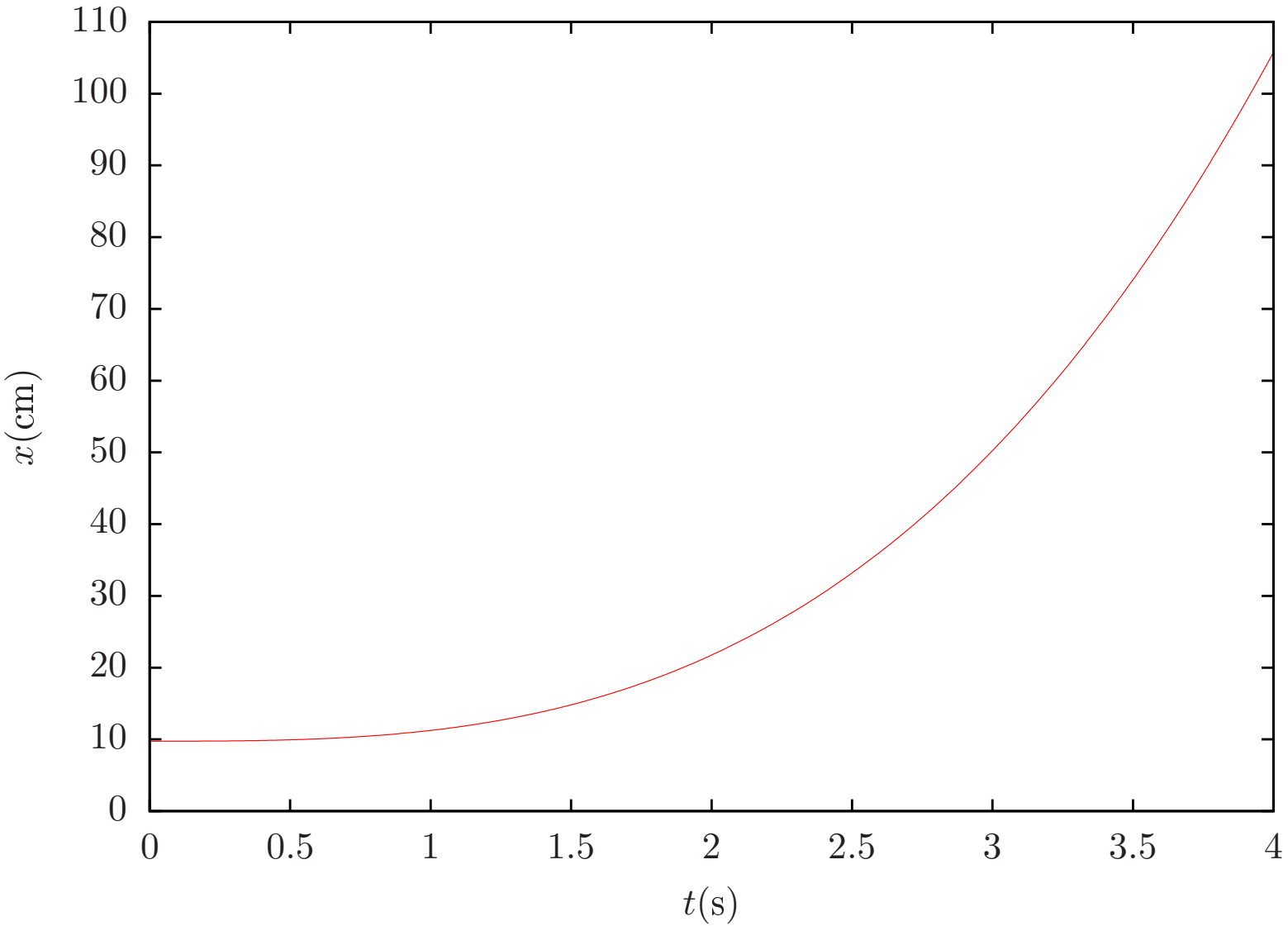
$$v = 4.5t^2$$

$$v(t = 2) = 4.5 \times 2^2 = 18 \text{ cm/s}$$

$$v(t = 2) = 4.5 \times 3^2 = 40.5 \text{ cm/s}$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۲-



# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۳- مکان ذره‌ی متحرکی در امتداد محور $x$ بر حسب متر بصورت $x = 12t^2 - 2t^3$ است که $t$ بر حسب ثانیه است. الف) در لحظه‌ی $t = 3s$ مکان، سرعت و شتاب ذره را بدست آورید. ب) بیشینه مختصات مثبتی را که ذره به آن می‌رسد را بدست آورید. در چه لحظه‌ای به این نقطه می‌رسد. ج) بیشینه سرعت مثبتی را که ذره به آن می‌رسد را بدست آورید. در چه لحظه‌ای به این سرعت می‌رسد. سرعت متوسط را در بازه‌ی زمانی $t = 0s$ و $t = 3s$ بدست آورید.

معادله سرعت

$$v = 24t - 6t^2$$

معادله شتاب

$$a = 24 - 12t$$

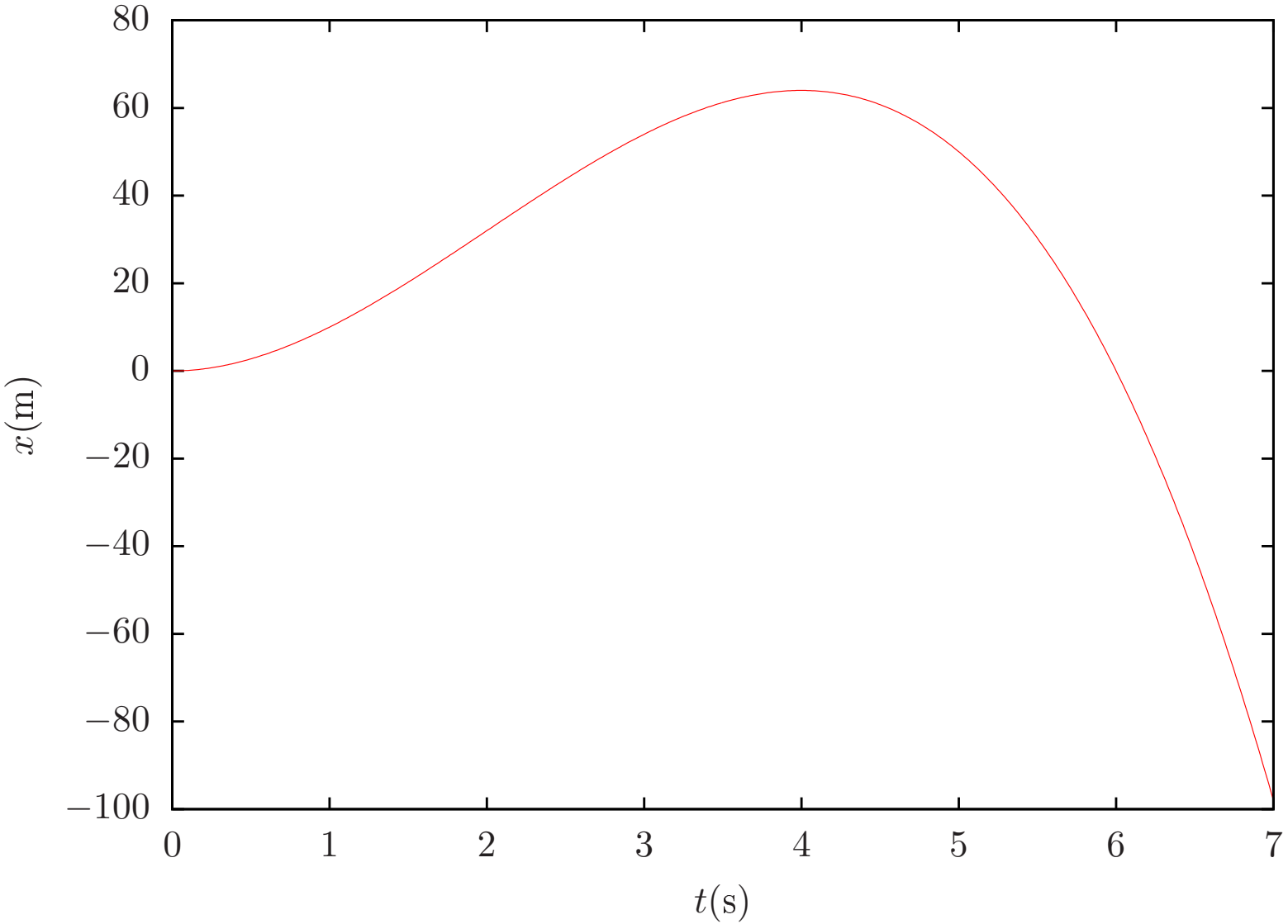
$$v(t = 3s) = 18 \text{ m/s}, \quad a(t = 3s) = -12 \text{ m/s}^2$$

لحظه‌ی بیشینه مختصات از برابر صفر قرار دادن سرعت بدست می‌آید،

$$v = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ s} : \text{لحظه کمینه}, \quad t = 4 \text{ s} : \text{لحظه بیشینه}$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۳-



# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۳-
لحظه‌ی بیشینه مختصات از برابر صفر قرار دادن سرعت بدست می‌آید،

$$v = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ s} : \text{لحظه کمینه}, \quad t = 4 \text{ s} : \text{لحظه بیشینه}$$

مختصات بیشینه

$$x(t = 4) = 12 \times 16 - 2 \times 64 = 64 \text{ m}$$

لحظه‌ی بیشینه سرعت از برابر صفر قرار دادن شتاب بدست می‌آید،

$$a = 0 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

سرعت بیشینه

$$v(t = 4) = 24 \times 2 - 6 \times 4 = 24 \text{ m/s}$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۳-
لحظه‌ی بیشینه مختصات از برابر صفر قرار دادن سرعت بدست می‌آید،

$$v = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ s} : \text{لحظه کمینه}, \quad t = 4 \text{ s} : \text{لحظه بیشینه}$$

مختصات بیشینه

$$x(t = 4) = 12 \times 16 - 2 \times 64 = 64 \text{ m}$$

سرعت متوسط

$$x(0) = 0$$

$$x(3) = 54 \text{ m}$$

$$v_{\text{متوسط}} = \frac{x(3) - x(0)}{3 - 0} = 18 \text{ m/s}$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۴- یک وسیله‌ی نقلیه الکتریکی از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و در امتداد خط مستقیم با آهنگ ثابت شتاب $2m/s^2$ می گیرد تا اندازه سرعت آن به $20m/s$ برسد. سپس حرکتش با آهنگ $1m/s^2$ کند می‌شود با بایستد. از شروع حرکت تا توقف الف) چه مدت طول می‌کشد؟ ب) چه مسافتی می‌پیماید؟

معادله حرکت قسمت اول

$$x = \frac{1}{2}at^2 = t^2$$

معادله سرعت قسمت اول

$$v = at = 2t$$

لحظه‌ای که سرعت به $20m/s$ می‌رسد

$$20 = 2t \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

فاصله ذره از مبدا در لحظه‌ی $t = 10s$

$$x(t = 10s) = 100 \text{ m}$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۴-
لحظه‌ای که سرعت به $20m/s$ می‌رسد

$$20 = 2t \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

فاصله ذره از مبدا در لحظه‌ی $t = 10s$

$$x(t = 10s) = 100 \text{ m}$$

معادله حرکت قسمت دوم

$$x = \frac{1}{2}a(t-10)^2 + 20(t-10) + 100$$

$$x = -\frac{1}{2}(t-10)^2 + 20(t-10) + 100$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۴-

$$x = -\frac{1}{2}(t-10)^2 + 20(t-10) + 100$$

لحظه‌ای توقف

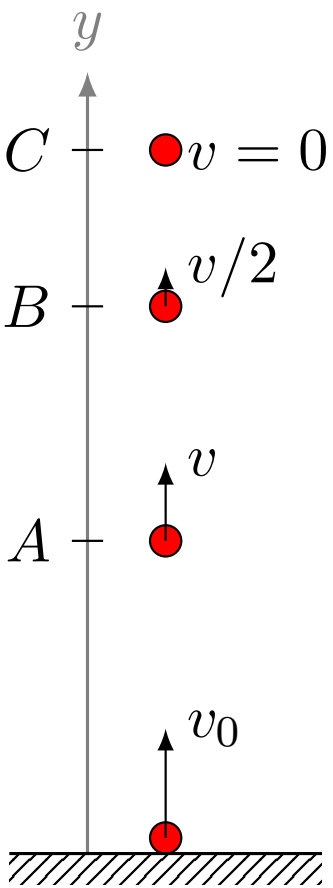
$$v = -(t-10) + 20 \Rightarrow t = 30 \text{ s}$$

فاصله ذره از مبدا در لحظه‌ی $t = 30s$

$$x(t = 30s) = 300 \text{ m}$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۵- سنگی بطور قائم بطرف بالا پرتاب می‌شود. در طی مسیر از نقطه‌ی $A$ با سرعت $v$ و از نقطه‌ی $B$، 3 متر بالاتر از نقطه $A$ با سرعت $v/2$ عبور کند. الف) اندازه سرعت $v$ ب) بیشینه ارتفاع سنگ بالای نقطه‌ی $B$ را بدست آورید.




$$y_B - y_A = 3\ \text{m}$$

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a(y_B - y_A)$$

$$\frac{v^2}{4} - v^2 = -2g(3) \Rightarrow -\frac{3v^2}{4} = -6g$$

$$v = \sqrt{8g}$$

$$y_C - y_B = h$$

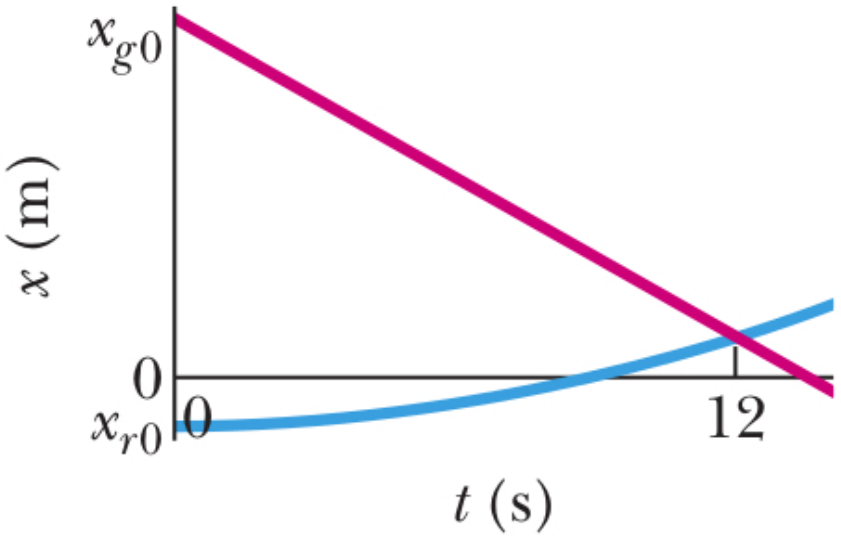
$$v_C^2 - v_B^2 = 2a(y_C - y_B)$$

$$0 - \frac{v^2}{4} = -2gh \Rightarrow -\frac{8g}{4} = -2gh$$

$$h = 1\ \text{m}$$

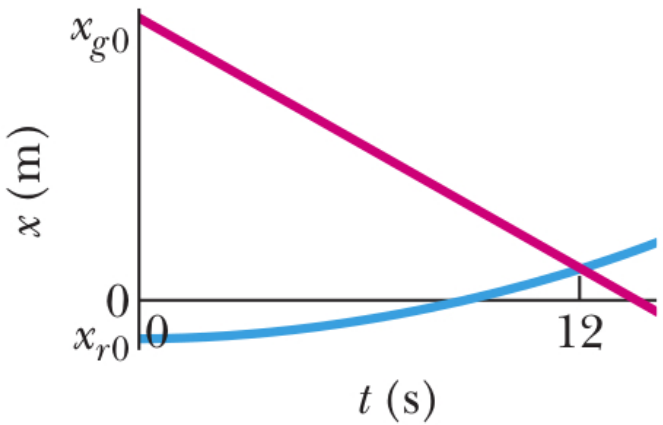
# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۶- دو خودرو مشابه قرمز و سبز در دو مسیر مجاور بر روی محور $x$ بطرف هم حرکت می‌کنند. نمودار حرکت آنها در زیر داده شده است. در لحظه‌ی $t = 0$ خودرو قرمز در مبدا $x_r = -35m$ و خودرو سبز در $x_g = 270m$ است. خودروی سبز با اندازه‌ی سرعت $20m/s$ و خودروی قرمز از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. اندازه شتاب خودروی قرمز را بدست آورید.



# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۶-




معادله حرکت خودرو قرمز

$$x_r = x_{r0} + \frac{1}{2}a_r t^2 \Rightarrow x_r = -35 + \frac{1}{2}a_r t^2$$

معادله حرکت خودرو سبز

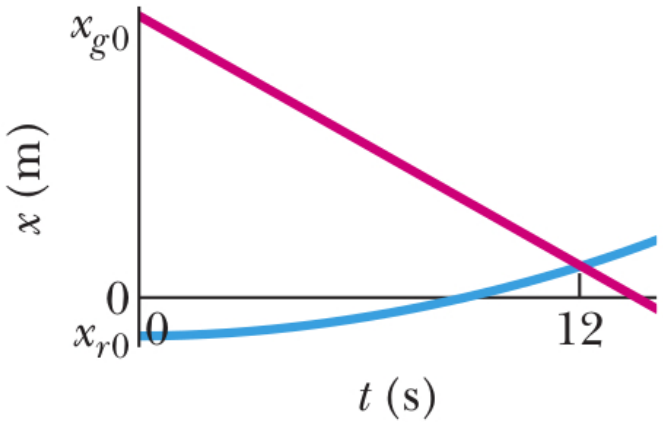
$$x_g = x_{g0} + v_g t \Rightarrow x_g = 270 - 20t$$

دو خودرو در $t = 12s$ به هم می رسند

$$x_r = x_g \Rightarrow -35 + \frac{1}{2}a_r(12)^2 = 270 - 20(12)$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۶-




معادله حرکت خودرو قرمز و خودرو سبز

$$x_r = -35 + \frac{1}{2}a_r t^2$$

$$x_g = 270 + 20t$$

دو خودرو در $t = 12s$ به هم می رسند

$$x_r = x_g \Rightarrow -35 + \frac{1}{2}a_r(12)^2 = 270 + 20(12) \Rightarrow 72a_r = 65 \Rightarrow a_r = 9.03\mathrm{m/s}^2$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۸- خودروی در امتداد محور $x$ مسافت $900m$ را طی می‌کند. خودرو از حالت سکون $x = 0$ شروع به حرکت کرده و در $900m$ می‌ایستد. در طی $1/4$ اول این مسافت، شتاب حرکت $+2.25m/s^2$ و طی $3/4$ بقیه‌ی مسافت، شتاب حرکت $-0.75m/s^2$ است. الف) زمان این سفر $900m$ ب) بیشینه اندازه سرع آنرا بدسا آورید. ج) منحنی مکان و سرعت را برحسب $t$ رسم کنید.

معادله مکان قسمت اول مسیر : $x = \frac{1}{2}2.25t^2$

اگر خودرو در لحظه‌ی $t_1$ مسافت $d/4 = 900/4 = 225$ m را طی کند،

$$x(t_1) = 225 = \frac{1}{2}2.25t_1^2 \Rightarrow t_1 = 10\sqrt{2}\ \text{s}$$

معادله سرعت قسمت اول مسیر : $v = 2.25t$

$$v(t_1) = 2.25t_1 = 22.5\sqrt{2}\ \text{m/s}$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۸-

معادله مکان قسمت اول مسیر : $x = \frac{1}{2}2.25t^2$

معادله سرعت قسمت اول مسیر : $v = 2.25t$

اگر خودرو در لحظه‌ی $t_1$ مسافت $d/4 = 900/4 = 225\ \text{m}$ را طی کند،

$$x(t_1) = 225\ \text{m}, \quad t_1 = 10\sqrt{2}\ \text{s}, \quad v(t_1) = 22.5\sqrt{2}\ \text{m/s}$$

معادله مکان قسمت دوم مسیر : $x = -\frac{1}{2}0.75(t - t_1)^2 + 22.5\sqrt{2}(t - t_1) + 225$

معادله سرعت قسمت دوم مسیر : $v = -0.75(t - t_1) + 22.5\sqrt{2}$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۸-

معادله مکان قسمت اول مسیر : $x = \frac{1}{2}2.25t^2$

معادله سرعت قسمت اول مسیر : $v = 2.25t$

اگر خودرو در لحظه‌ی $t_1$ مسافت $d/4 = 900/4 = 225$ m را طی کند،

$$x(t_1) = 225 \text{ m}, \quad t_1 = 10\sqrt{2} \text{ s}, \quad v(t_1) = 22.5\sqrt{2} \text{ m/s}$$

معادله مکان قسمت دوم مسیر : $x = -\frac{1}{2}0.75(t-10\sqrt{2})^2+22.5\sqrt{2}(t-10\sqrt{2})+225$

معادله سرعت قسمت دوم مسیر : $v = -0.75(t - 10\sqrt{2}) + 22.5\sqrt{2}$

خودرو در انتهای مسیر دوم متوقف می‌شود،

$$v = 0 \Rightarrow t = 40\sqrt{2} \text{ s}, \quad \text{زمان کل}$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۸-

معادله مکان قسمت دوم مسیر : $x = -\frac{1}{2}0.75(t-10\sqrt{2})^2+22.5\sqrt{2}(t-10\sqrt{2})+225$

معادله سرعت قسمت دوم مسیر : $v = -0.75(t-10\sqrt{2})+22.5\sqrt{2}$

خودرو در انتهای مسیر دوم متوقف می‌شود،

زمان کل $v = 0 \Rightarrow t = 40\sqrt{2}\ \text{s},$

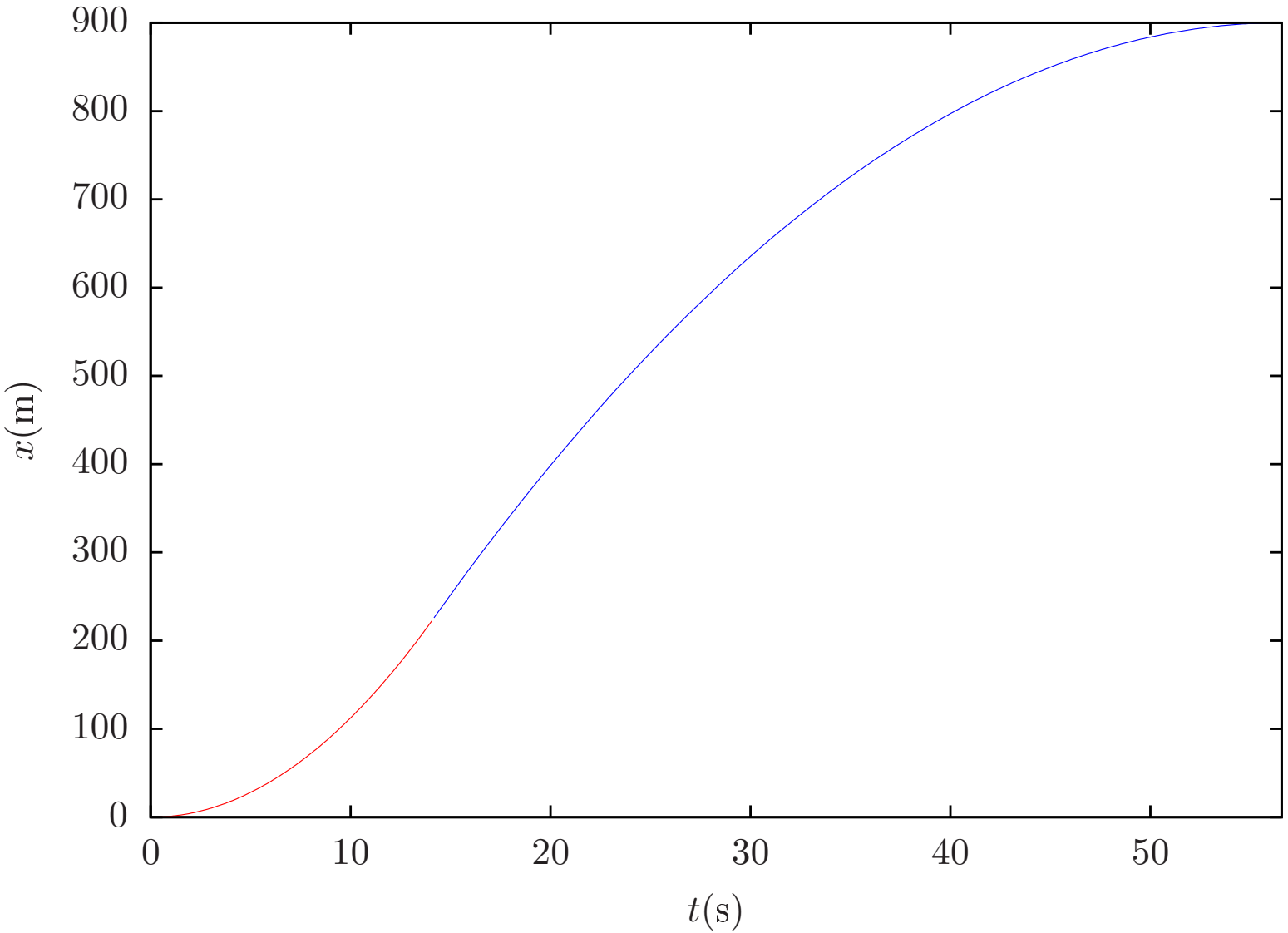
بررسی مسافت طی شده‌ی نهایی

$$x(40\sqrt{2}) = -\frac{1}{2}0.75(40\sqrt{2}-10\sqrt{2})^2+22.5\sqrt{2}(40\sqrt{2}-10\sqrt{2})+225$$

$$x(40\sqrt{2}) = -\frac{3}{4}900+225\times 6+225 = -\frac{3}{4}900+\frac{6}{4}900+\frac{1}{4}900 = 900\ \text{m}$$

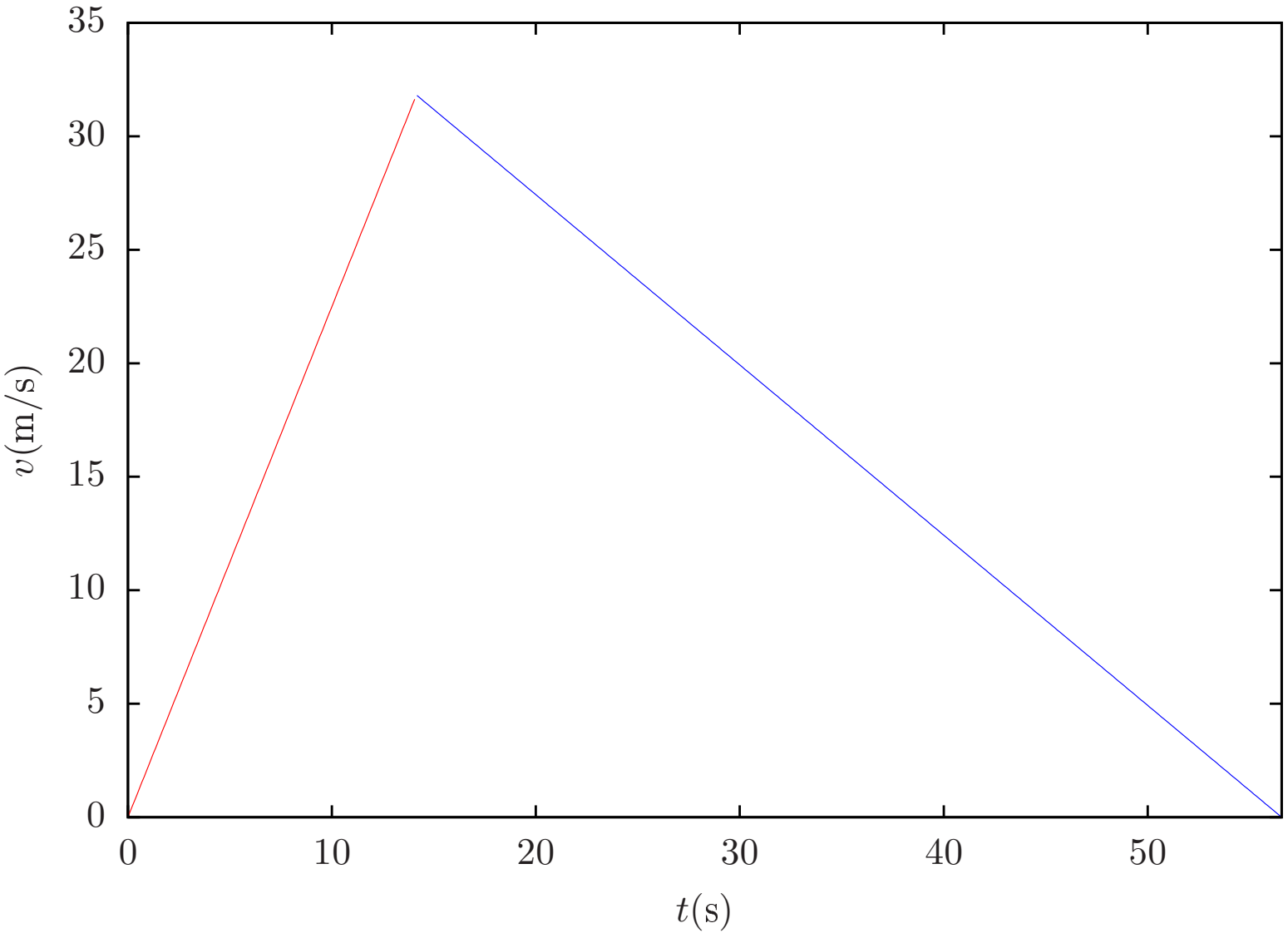
# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۸-



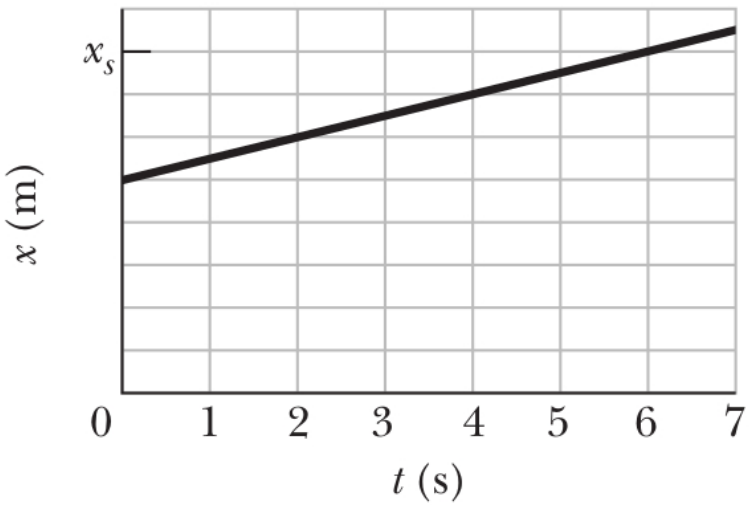
# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۸-



# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۹- خودروهای $A$ و $B$ در یک جهت و در مسیرهای موازی حرکت می‌کنند. نمودار مکان خودروی $A$ از لحظه‌ی $t = 0$ تا $t = 7s$ داده شده است. روی محور قائم $x_s = 32m$ است. در لحظه‌ی $t = 0$ خودروی $B$ با سرعت $12m/s$ و شتاب $a_B$ در $x = 0$ قرار دارد. الف) $a_B$ چقدر باشد که تا خودروها موقتا در $t = 4s$ در کنار هم باشند. ب) بازای $a_B$ چند بار خودروها از کنار هم عبور می‌کنند. ج) مکان خودرو $B$ را بر حسب زمان $t$ رسم کنید.

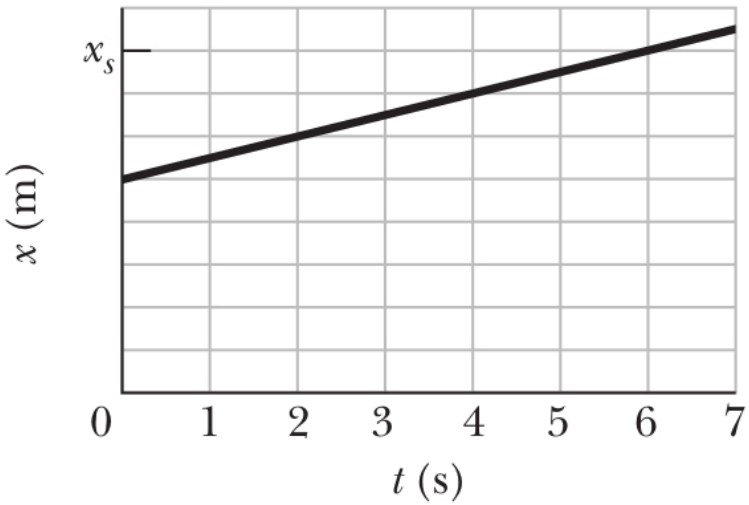



$$A \text{ خودرو} : \quad x_A = 20 + 2t$$

$$B \text{ خودرو} : \quad x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + 12t$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۹-



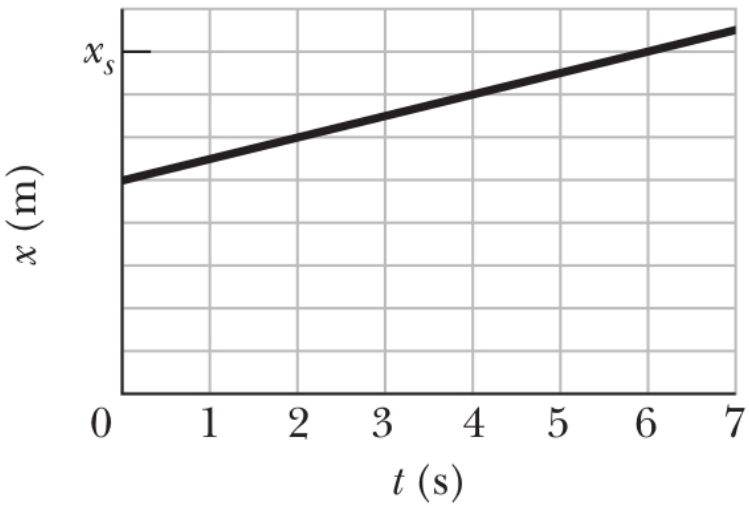

$$A \text{ خودرو} : \ x_A = 20 + 2t$$

$$B \text{ خودرو} : \ x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + 12t$$

$$x_A(t = 4s) = x_B(t = 4s) \Rightarrow 28 = 8a_B + 48 \Rightarrow a_B = -2.5 \ \mathrm{m/s^2}$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۹-




$$A \text{ خودرو} : \ x_A = 20 + 2t$$

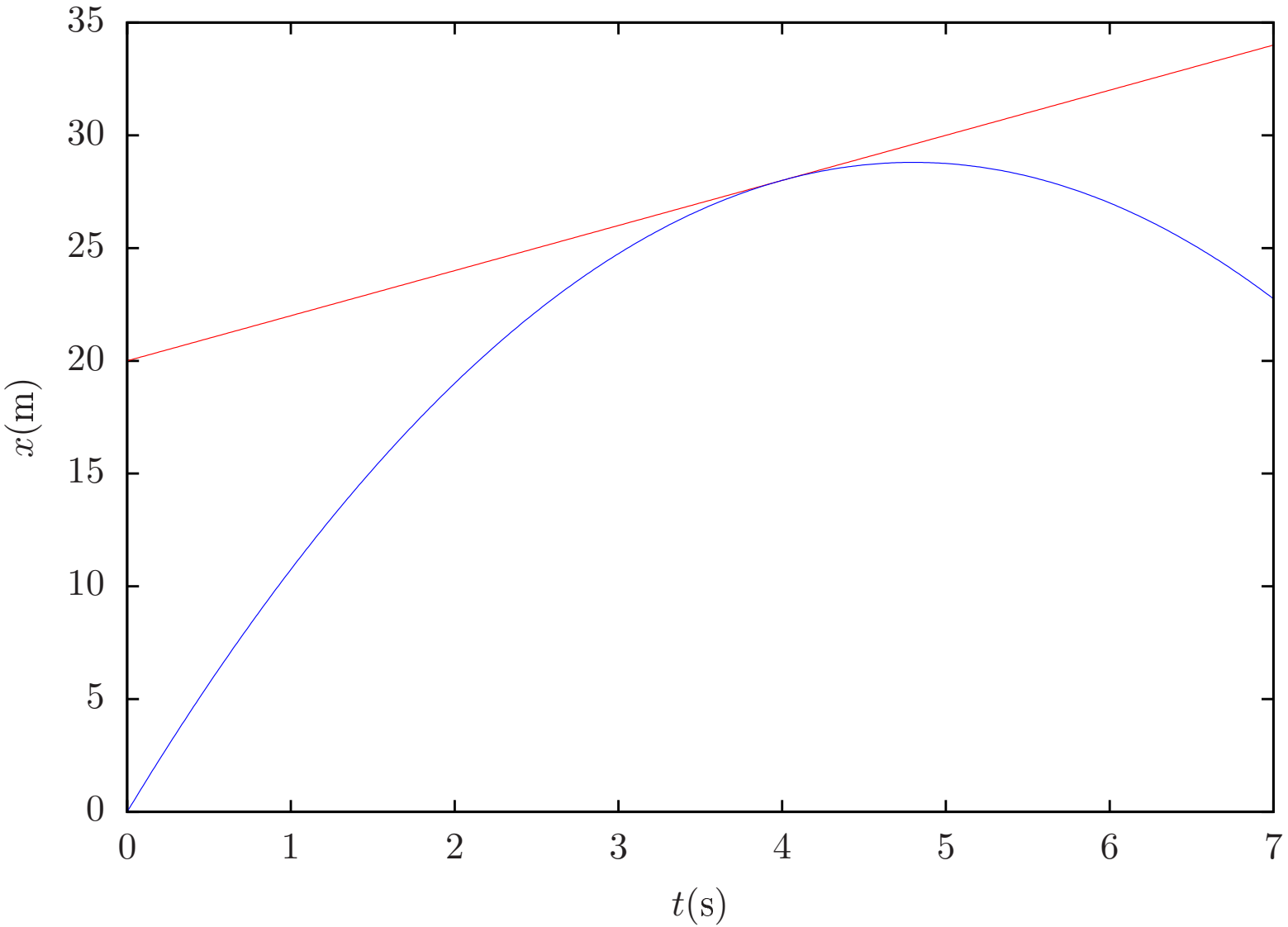
$$B \text{ خودرو} : \ x_B = -\frac{1}{2}2.5t^2 + 12t$$

$$x_A(t) = x_B(t)$$

$$20 + 2t = -\frac{1}{2}2.5t^2 + 12t \Rightarrow (t-4)^2 = 0 \Rightarrow t = 4s$$

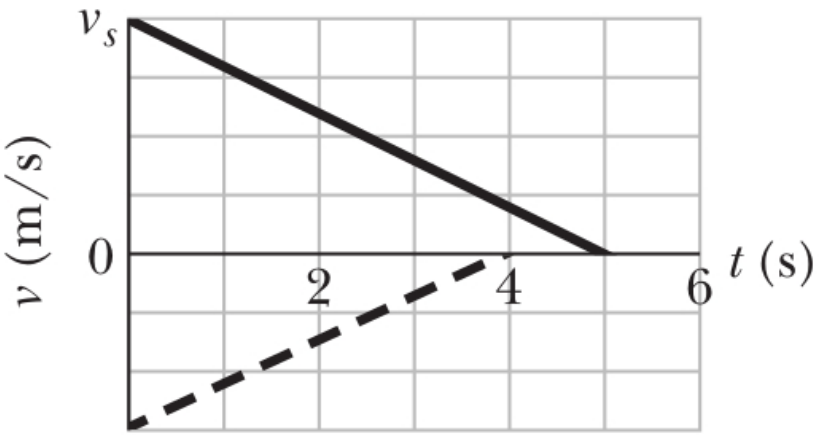
# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۹-



# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۰- دو قطار در یک ریل حرکت می کنند. راننده‌ها ناگهان متوجه می‌شوند که دو قطار بطرف هم می‌روند. نمودار سرعت $v$ آنها را بصورت تابعی از زمان $t$نشان می‌دهد.راننده‌ها بطور همزمان ترمز می‌کنند. روی محور قائم $v_s = 40m/s$ است. هنگام ترمزگیری، فاصله قطارها از هم $200m$ است. وقتی قطارها می‌ایستند فاصله‌ی آنها چقدر است؟



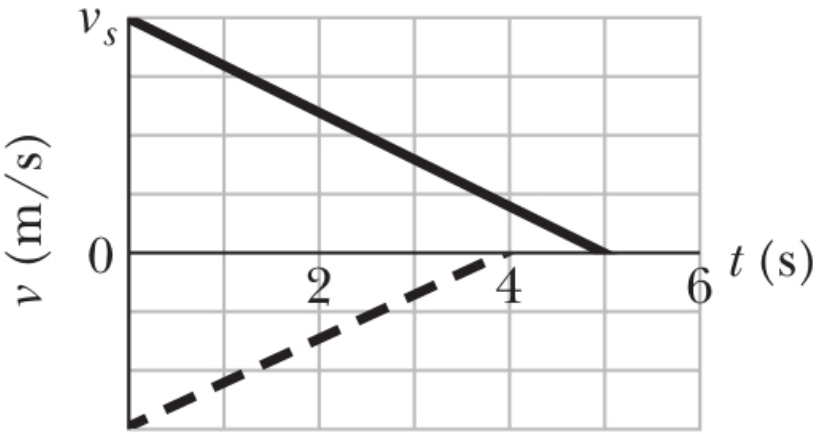

قطاری که از چپ به راست حرکت می‌کند : $v_1(t) = -\frac{40}{5}t + 40$

قطاری که از راست به چپ حرکت می‌کند : $v_2(t) = \frac{30}{4}t - 30$

نکته: قطار اول در 5 ثانیه متوقف می‌شود و قطار دوم در 4 ثانیه متوقف می‌شود.

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۰-




قطاری که از چپ به راست حرکت می‌کند : $v_1(t) = -8t + 40$

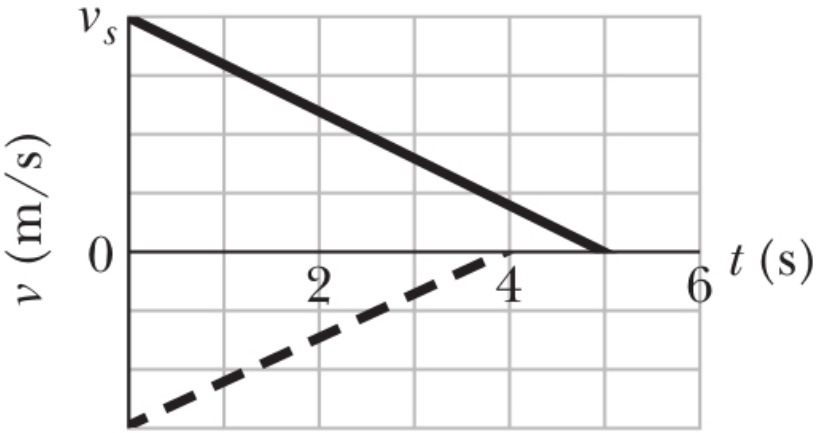
قطاری که از راست به چپ حرکت می‌کند : $v_2(t) = 7.5t - 30$

قطاری که از چپ به راست حرکت می‌کند : $x_1(t) = -4t^2 + 40t$

قطاری که از راست به چپ حرکت می‌کند : $x_2(t) = 3.75t^2 - 30t + 200$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۰-




نکته: قطار اول در 5 ثانیه متوقف می‌شود و قطار دوم در 4 ثانیه متوقف می‌شود.

قطاری که از چپ به راست حرکت می‌کند : $x_1(t) = -4t^2 + 40t$

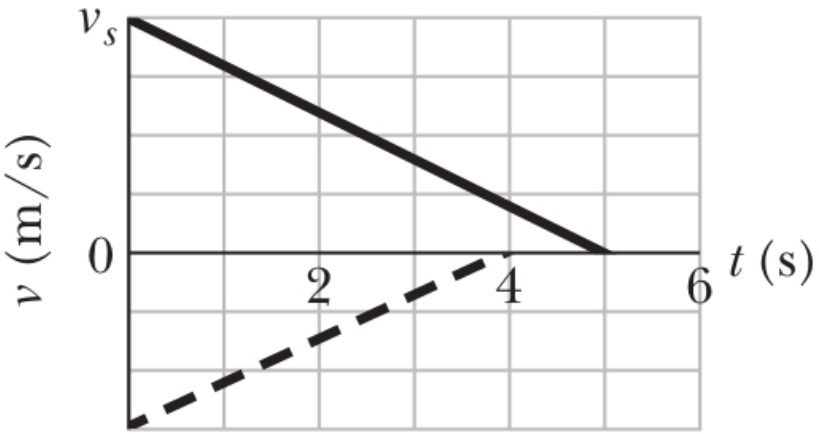
قطاری که از راست به چپ حرکت می‌کند : $x_2(t) = 3.75t^2 - 30t + 200$

قطاری که از چپ به راست حرکت می‌کند : $x_1(t = 5) = 100\ \mathrm{m}$

قطاری که از راست به چپ حرکت می‌کند : $x_2(t = 4) = 140\ \mathrm{m}$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۰-




مکان توقف قطارها

قطاری که از چپ به راست حرکت می‌کند : $x_1(t = 5) = 100\ \text{m}$

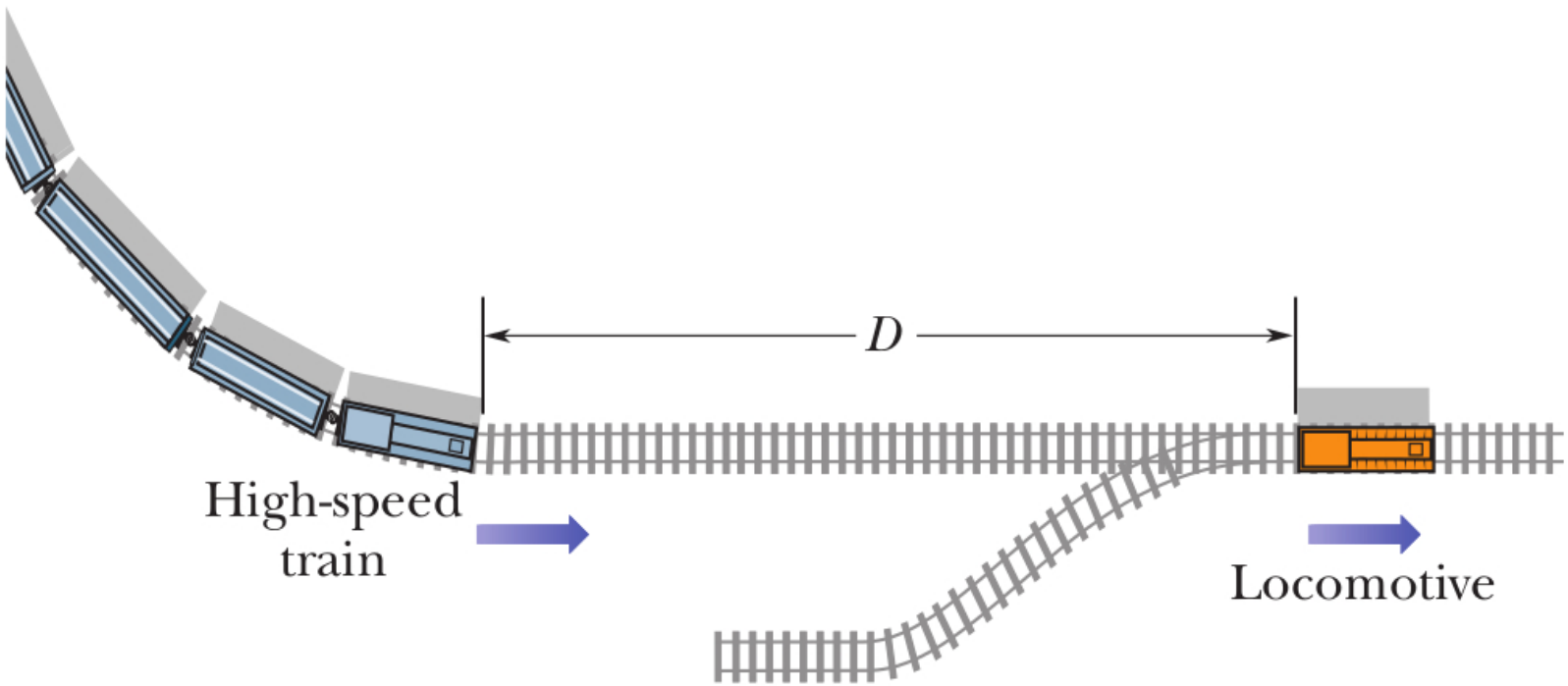
قطاری که از راست به چپ حرکت می‌کند : $x_2(t = 4) = 140\ \text{m}$

فاصله‌ی بین قطارها

$$\Delta x = |x_2 - x_1| = 40\ \text{m}$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۱- وقتی قطار مسافربری تندرو با سرعت $161km/h$ از یک پیچ می گذرد راننده با دیدن لوکوموتیوی، شوکه می‌شود که از مسیر کناری وارد مسیر آن می‌شود و به فاصله $D = 676m$ جلوی آن قرار دارد. لوکوموتیو با سرعت $29km/h$ حرکت می‌کند. راننده قطار مسافربری سریع ترمز می کند. الف) اندازه شتاب ثابت کند کننده چقدر باشد تا از برخورد آنها جلوگیری شود؟ ب) فرض کنید که راننده قطار مسافربری در $t = 0$ و $x = 0$ لوکوموتیو را می‌بیند. منحنی $x(t)$ لوکوموتیو و قطار مسافربری را برای از برخورد جلوگیری شود، رسم کنید.



# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۱-
معادله مکان قطار و لوکوموتیو

$$\text{قطار} : \ x_t = -\frac{1}{2}at^2 + v_{0t}t$$

$$\text{لوکوموتیو} : \ x_l = D + v_{0l}t$$

وقتی قطار به لوکوموتیو می‌رسد،

$$x_t = x_l \Rightarrow -\frac{1}{2}at^2 + v_{0t}t = D + v_{0l}t \Rightarrow -\frac{1}{2}at^2 + (v_{0t} - v_{0l})t = D \ (۱)$$

معادله سرعت قطار و لوکوموتیو

$$\text{قطار} : \ v_t = -at^2 + v_{0t}$$

$$\text{لوکوموتیو} : \ v_l = v_{0l}$$

لحظه‌ای که سرعت قطار و لوکوموتیو یکسان می‌شود

$$v_t = v_l \Rightarrow -at + v_{0t} = v_{0l} \Rightarrow t = (v_{0t} - v_{0l})/a \ (۲)$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۱-
معادله مکان قطار و لوکوموتیو

$$\text{قطار}: \quad x_t = -\frac{1}{2}at^2 + v_{0t}t$$

$$\text{لوکوموتیو}: \quad x_l = D + v_{0l}t$$

$$-\frac{1}{2}at^2 + (v_{0t} - v_{0l})t = D \quad (۱)$$

$$t = (v_{0t} - v_{0l})/a \quad (۲)$$

$$-\frac{1}{2}a\left(\frac{v_{0t} - v_{0l}}{a}\right)^2 + (v_{0t} - v_{0l})\left(\frac{v_{0t} - v_{0l}}{a}\right) = D$$

$$\frac{(v_{0t} - v_{0l})^2}{2a} = D \Rightarrow a = \frac{(v_{0t} - v_{0l})^2}{2D}$$ شتاب کند کننده‌ی قطار

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۱-

$$a \simeq 0.994 \text{ m/s}^2$$

معادله مکان قطار و لوکوموتیو

$$\text{قطار} : \quad x_t = -\frac{(v_{0t} - v_{0l})^2}{4D} t^2 + v_{0t} t$$

$$\text{لوکوموتیو} : \quad x_l = D + v_{0l} t$$

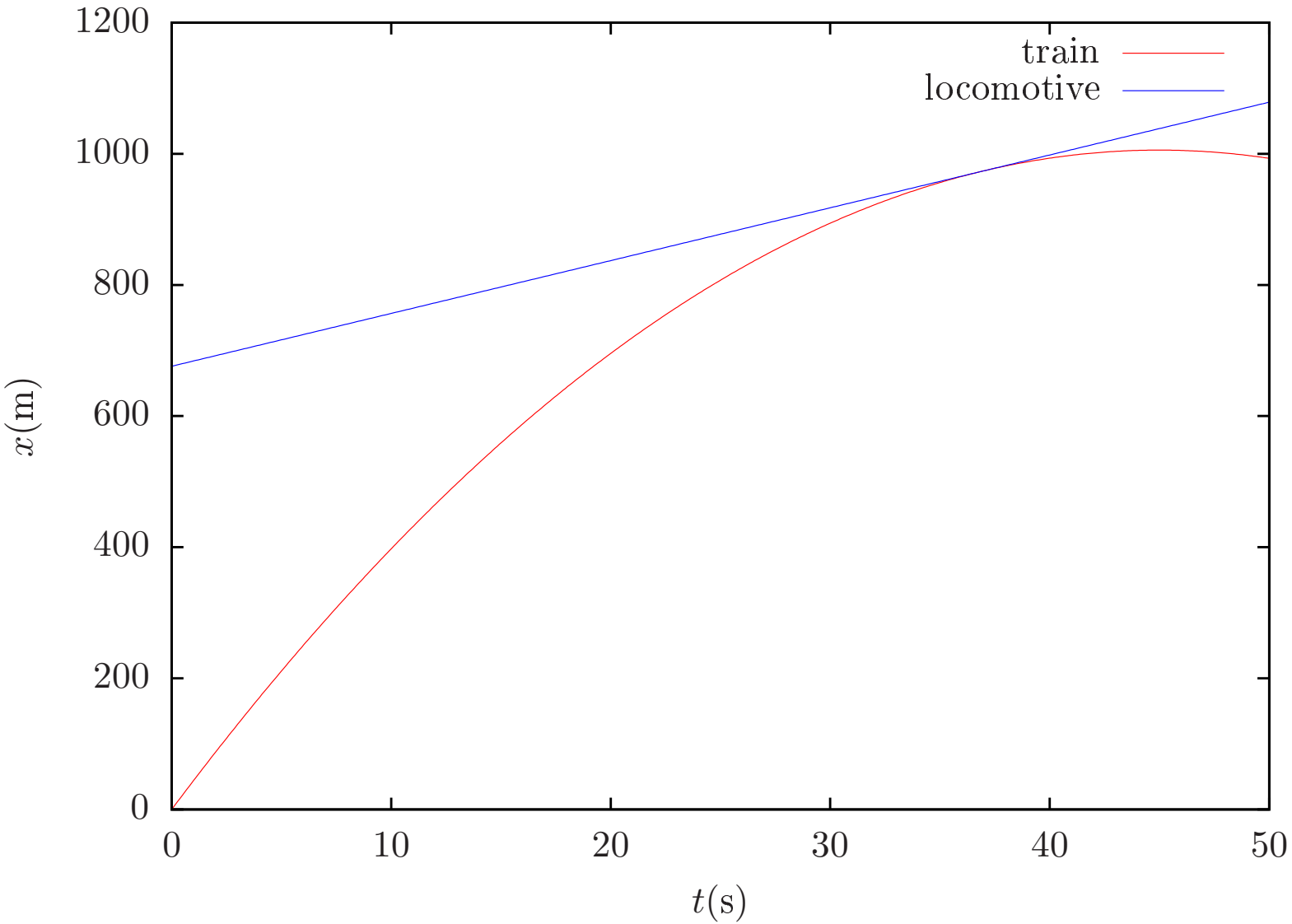
لحظه‌ای که سرعتها یکسان می‌شود

$$t = \frac{2D}{(v_{0t} + v_{0l})}$$

$$t \simeq 36.87 \text{ s}$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۱-



# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۲- شخصی سنگی را بطور قائم با اندازه سرعت اولیه‌ی $12m/s$ از بالای ساختمانی $30m$ بطرف پایین پرتاب می‌کند. الف) چقدر طول می‌کشد تا سنگ به زمین برسد؟ ب) اندازه سرعت سنگ در لحظه برخورد به زمین چقدر است؟

$$\text{معادله‌ی حرکت} : \quad y = -\frac{1}{2}gt^2 - 12t + 30$$

لحظه‌ی برخورد سنگ با زمین

$$y = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}gt^2 - 12t + 30 = 0$$

$$t = 1.54 \text{ s}, \quad t = -3.99$$

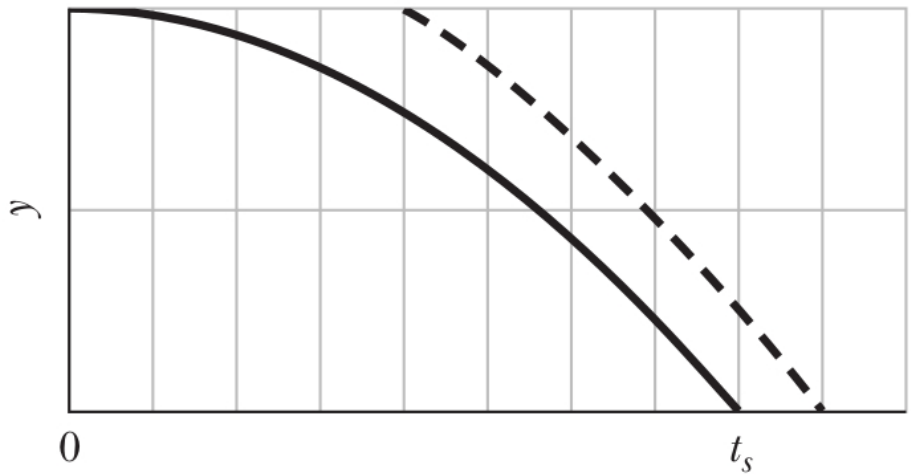
$$\text{معادله‌ی سرعت} : \quad v = -gt - 12$$

سرعت در لحظه‌ی برخورد سنگ با زمین

$$v(t = 1.54) = -g(1.54) - 12 \simeq -27.1$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۳- در لحظه‌ی $t = 0$ سیب ۱ از روی پلی به جاده‌ی زیر آن سقوط می‌کند. چند لحظه‌ی بعد سیب ۲ از همان ارتفاع بطرف پایین، پرتاب می‌شود. نمودار مکان سیب‌ها نسبت به زمان در طی سقوط داده شده است.در محور افقی $t_s = 2s$ است. سیب ۲ با چه سرعتی بطرف پایین پرتاب می‌شود؟

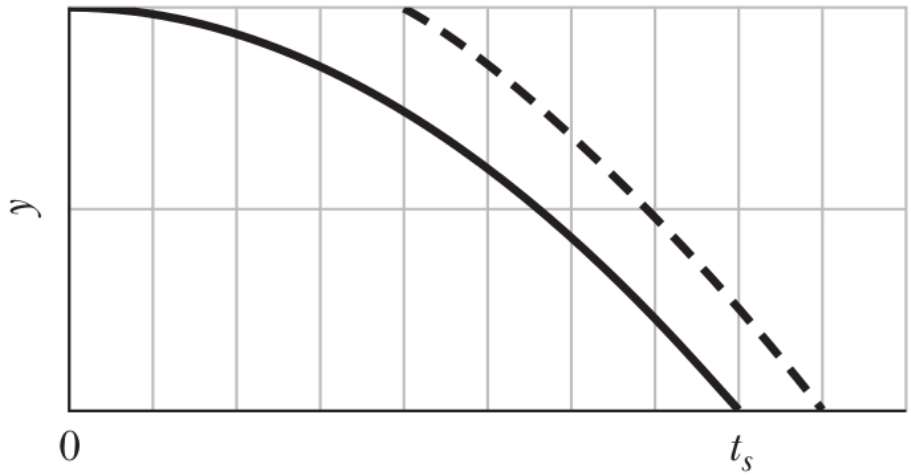



$$y^{(1)} = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0$$

$$y^{(2)} = -\frac{1}{2}g(t-1)^2 + v_0(t-1) + y_0$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۳-




سیب ۱ در لحظه‌ی $t_s$ به زمین برخورد می‌کند،

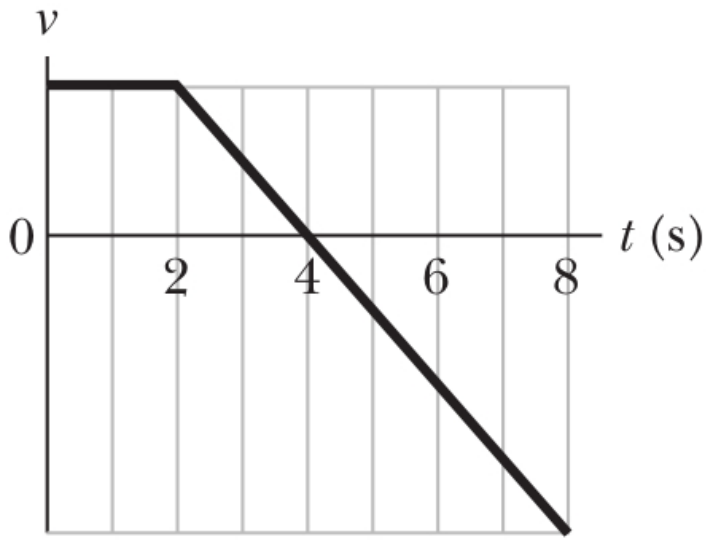
$$y^{(1)}(t_s = 2) = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}g(2)^2 + y_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 19.6 \text{ m}$$

مطابق نمودار سیب ۲ در لحظه‌ی $t = 2.25$ s به زمین برخورد می‌کند.

$$y^{(2)}(t = 2.25) = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}g(2.25-1)^2 + v_0(2.25-1) + 19.6 = 0 \Rightarrow v_0 \simeq 9.6\text{m/s}$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۴- وقتی یک بالون علمی با سرعت $19.9m/s$ صعود می‌کند. نمودار سرعت قائم بسته را بر حسب زمان قبل از رها شدن تا رسیدن به زمین را نشان می‌دهد. الف) بیشینه ارتفاع را بدست آورید که بسته از لحظه‌ی رها شدن بطرف بالا می‌رود. ب) نقطه رها شدن چقدر بالاتر از سطح زمین است؟

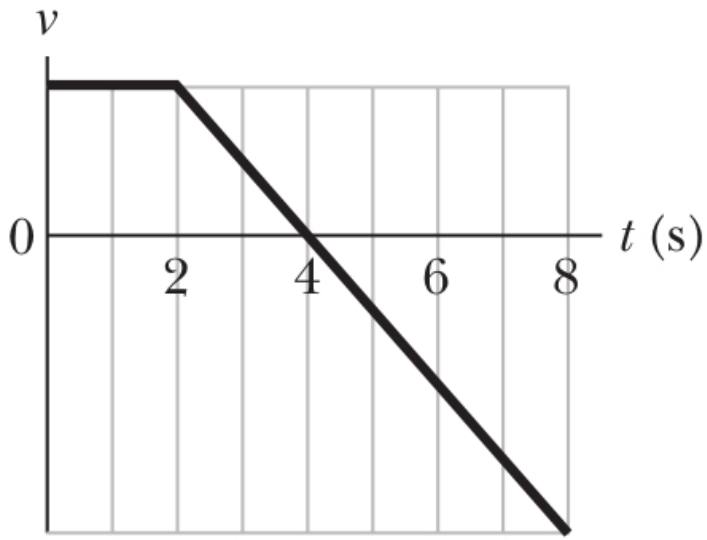



بررسی را از نقطه رها شدن پیگیری می‌کنیم،

$$y = -\frac{1}{2}g(t-2)^2 + v_0(t-2), \quad v_0 = 19.6 \text{ m/s}$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۴-




$$y = -\frac{1}{2}g(t-2)^2 + v_0(t-2), \quad v_0 = 19.6 \text{ m/s}$$

معادله سرعت

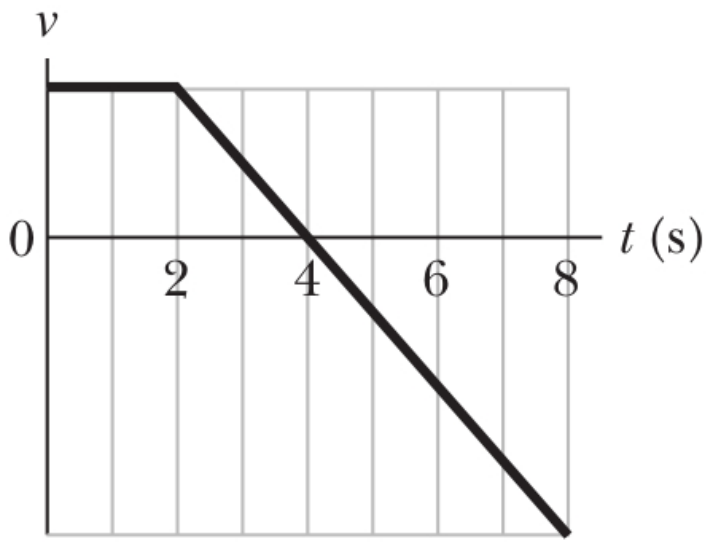
$$v = -g(t-2) + v_0$$

از برابر صفر قرار دادن، می‌توان زمان اوج را بدست آورد.

$$v = 0 \Rightarrow t_s = 2 + \frac{v_0}{g} = 4 \text{ s}$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۴-




ارتفاع اوج

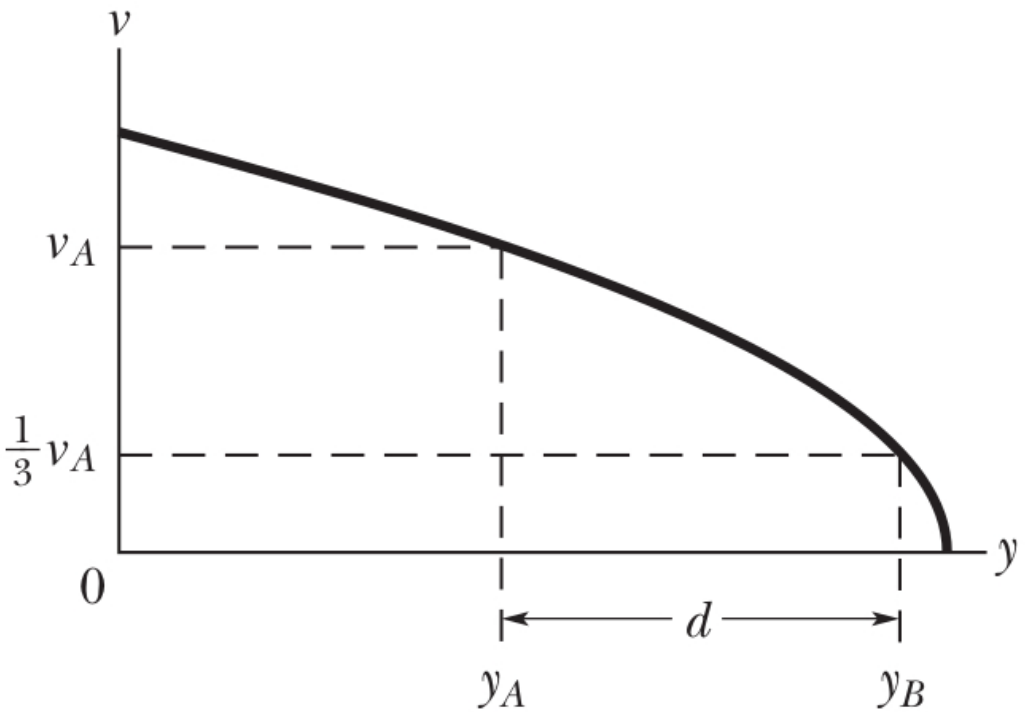
$$y(t_s = 4) = -\frac{1}{2}g(4-2)^2 + v_0(4-2) = -2g + 2v_0 = 19.6 \text{ m}$$

در $t = 8$ s بسته به زمین برخورد می‌کند.

$$y(t = 8) = -\frac{1}{2}g(8-2)^2 + v_0(8-2) = -18g + 6v_0 = -58.8 \text{ m}$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۵- شکل زیر نمودار سرعت $v$ برحسب ارتفاع $y$ توپی را نشان می‌دهد که مستقیما بطرف بالا پرتاب می‌شود. فاصله $d$برابر $4m$ است. در ارتفاع $y_A$ اندازه سرعت $v_A$ است و در ارتفاع $y_B$ اندازه سرعت $v_A/3$ است. اندازه سرعت $v_A$ را بدست آورید.

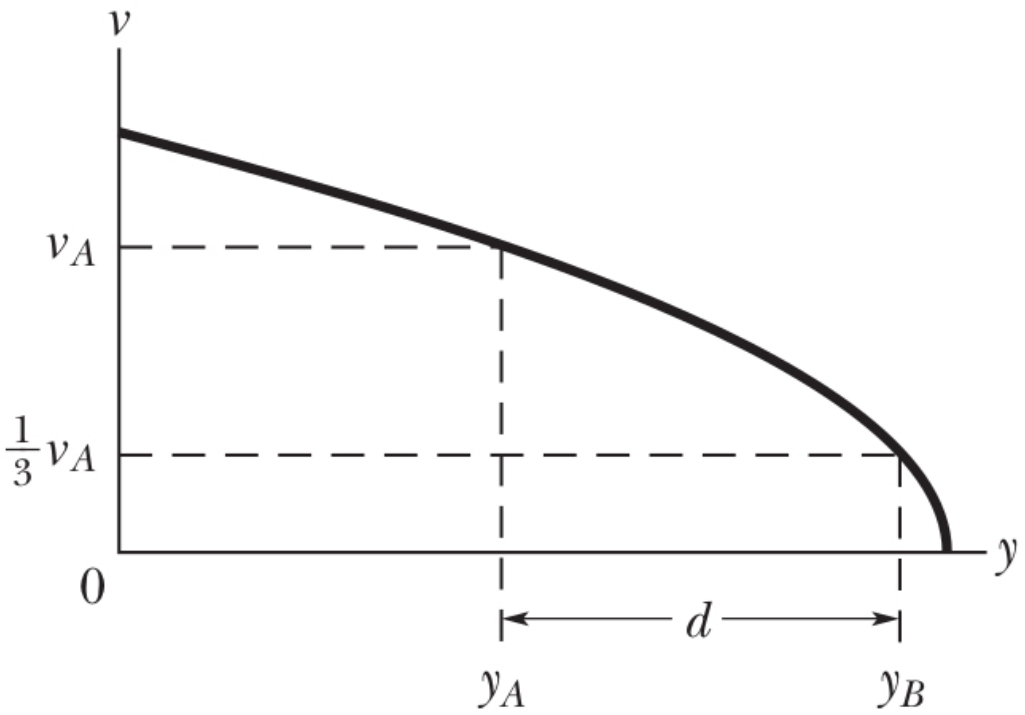



معادله مستقل از زمان

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a(y_B - y_A), \quad a = -g$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۵-



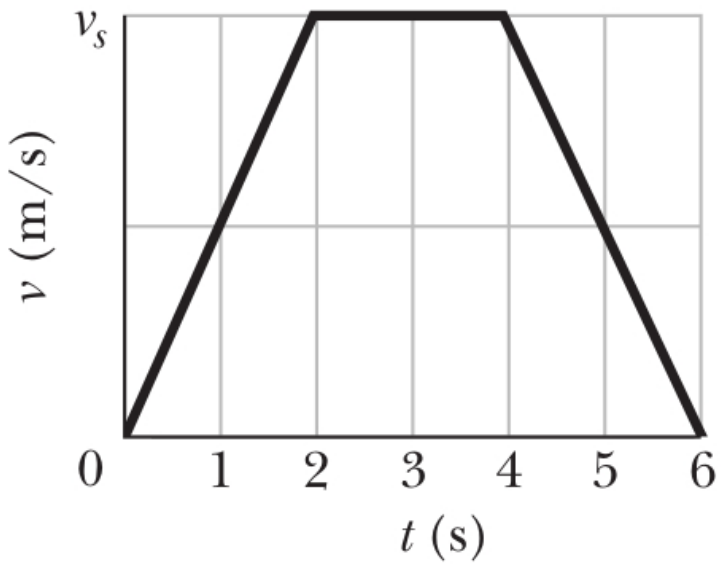

معادله مستقل از زمان

$$v_B^2 - v_A^2 = -2g(y_B - y_A)$$

$$\left(\frac{1}{3}v_A\right)^2 - v_A^2 = -2gd \Rightarrow -\frac{8}{9}v_A^2 = -2gd \Rightarrow v_A = 1.5\sqrt{gd}$$

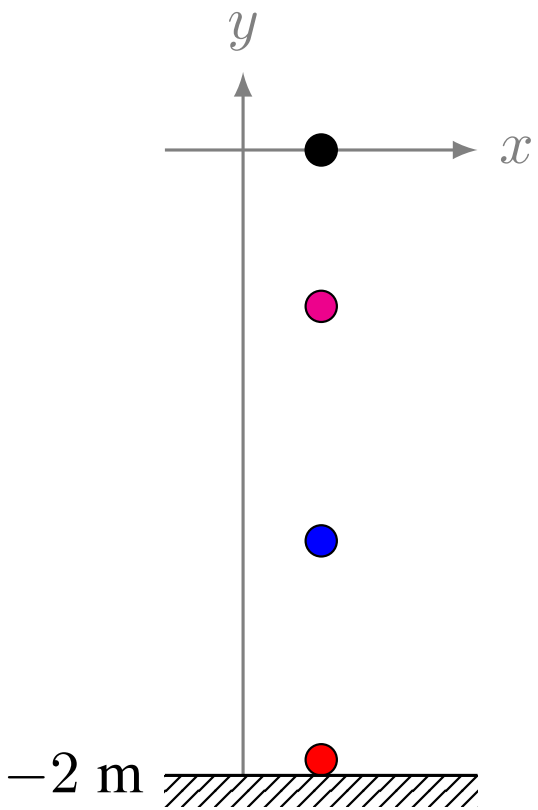
# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۶- در لحظه‌ی $t = 0$ ذره‌ای از مبدا در جهت مثبت محور $x$ شروع به حرکت می‌کند. نمودار سرعت-زمان ذره در زیر نشان داده شده است. در محور $v$ مقدار $v_s$ برابر $4m/s$ است. در لحظه‌ی $5s$، الف) مکان ذره، ب) سرعت ذره ج) شتاب ذره را بدست آورید. در بازه زمانی $t = 1s$ و $t = 5s$ د)سرعت متوسط و ه)شتاب متوسط را بدست آورید.



# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۷- آبی از دهانه‌ی دوشی 200 cm بالای سطح چکه می‌کند. قطرات آب در بازه‌ی زمان مساوی، سقوط می‌کند. وقتی قطره اول به سطح برخورد می‌کند، قطره‌ی چهارم، سقوط می‌کند وقتی قطره اول به سطح برخورد می‌کند الف) قطره‌ی دوم ب) قطره‌ی سوم در چه فاصله‌ای زیر دهانه دوش قرار دارند؟




$$y^{(1)} = -\frac{1}{2}gt^2$$

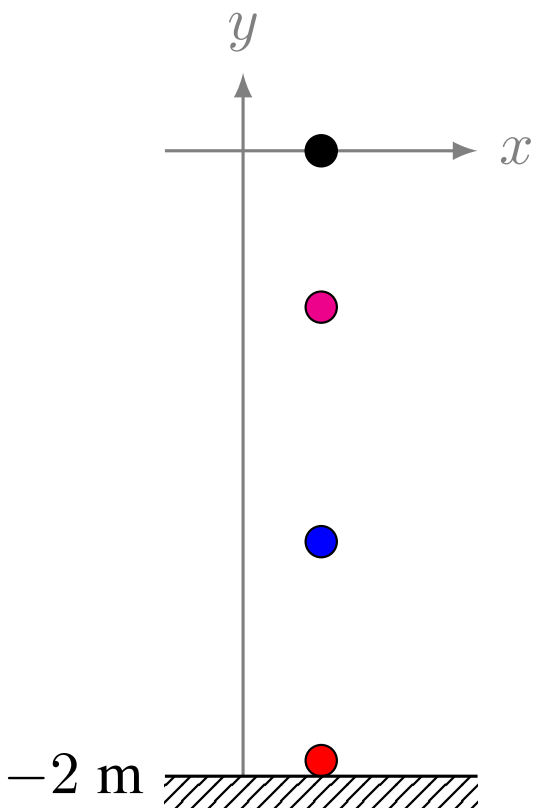
$$y^{(2)} = -\frac{1}{2}g(t-t_0)^2$$

$$y^{(3)} = -\frac{1}{2}g(t-2t_0)^2$$

$$y^{(4)} = -\frac{1}{2}g(t-3t_0)^2$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۷-




$$y^{(1)} = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$y^{(2)} = -\frac{1}{2}g(t-t_0)^2$$

$$y^{(3)} = -\frac{1}{2}g(t-2t_0)^2$$

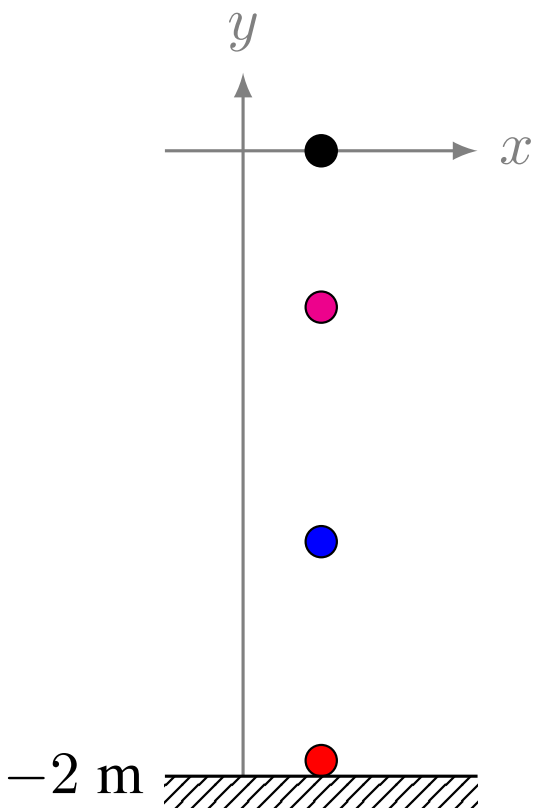
$$y^{(4)} = -\frac{1}{2}g(t-3t_0)^2$$

وقتی قطره‌ی اول به زمین می‌رسد:

$$y^{(1)} = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -2 = -\frac{1}{2}\times 9.8t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{4}{9.8}} = 0.64\ \text{s}$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۷-




$$y^{(1)} = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$y^{(2)} = -\frac{1}{2}g(t-t_0)^2$$

$$y^{(3)} = -\frac{1}{2}g(t-2t_0)^2$$

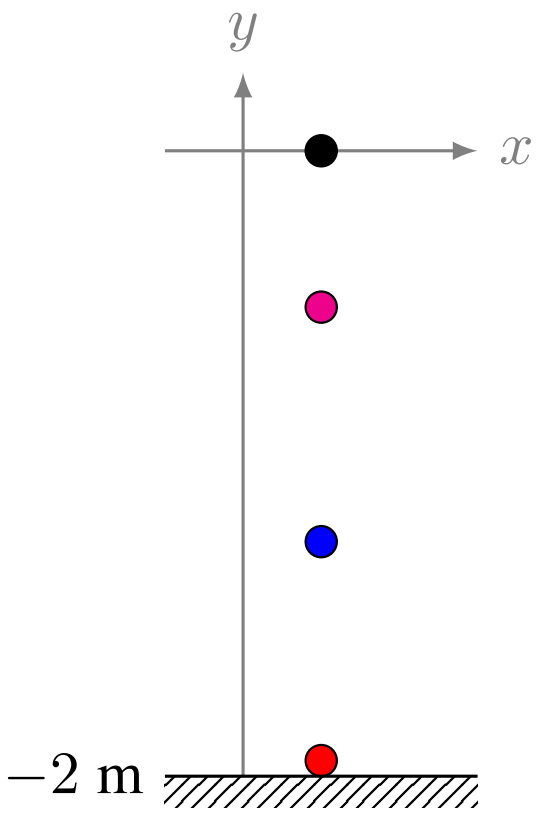
$$y^{(4)} = -\frac{1}{2}g(t-3t_0)^2$$

وقتی قطره‌ی اول به زمین می‌رسد، قطره‌ی چهارم سقوط می‌کند:

$$y^{(4)} = 0 \Rightarrow t - 3t_0 = 0 \Rightarrow t_0 = t/3 = 0.64/3 \simeq 0.21 \text{ s}$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۷-




$$y^{(1)} = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$y^{(2)} = -\frac{1}{2}g(t-0.21)^2$$

$$y^{(3)} = -\frac{1}{2}g(t-0.42)^2$$

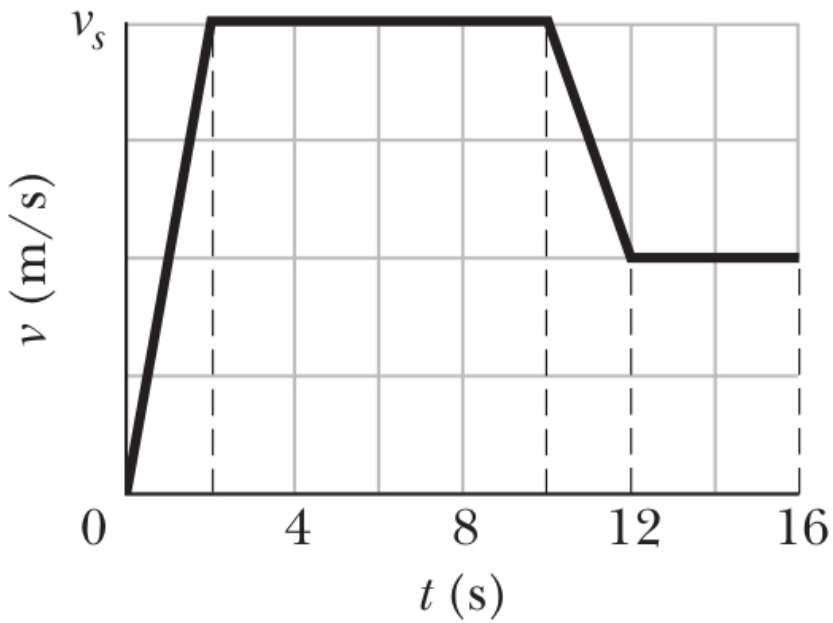
$$y^{(4)} = -\frac{1}{2}g(t-0.64)^2$$

$$y^{(2)}(0.64) = -\frac{1}{2} \times 9.8 \times (0.64-0.21)^2$$

$$y^{(3)}(0.64) = -\frac{1}{2} \times 9.8 \times (0.64-0.42)^2$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۸- نمودار سرعت-زمان دونده‌ای به صورت زیر داده شده است. دونده مسافت طی شده را در $16s$ پیدا کنید. در محور قائم $v_s = 8m/s$ است.




$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v(t)$$

فرم دیفرانسیلی

$$\mathrm{d}x = v(t)\mathrm{d}t$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۸-

$$\mathrm{d}x = v(t)\mathrm{d}t$$

انتگرالگیری بین $0 \leq t \leq 16\mathrm{s}$

$$\int_0^d \mathrm{d}x = \int_0^{16} v(t)\mathrm{d}t$$

$$d = \int_0^2 v(t)\mathrm{d}t + \int_2^{10} v(t)\mathrm{d}t + \int_{10}^{12} v(t)\mathrm{d}t + \int_{12}^{16} v(t)\mathrm{d}t$$

$$\int_0^2 v(t)\mathrm{d}t = \text{مساحت مثلث زیر نمودار} = 8\ \mathrm{m}$$

$$\int_2^{10} v(t)\mathrm{d}t = \text{مساحت چارگوش زیر نمودار} = 64\ \mathrm{m}$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۸-

$$\mathrm{d}x = v(t)\mathrm{d}t$$

انتگرالگیری بین $0 \leq t \leq 16\mathrm{s}$

$$\int_0^d \mathrm{d}x = \int_0^{16} v(t)\mathrm{d}t$$

$$d = \int_0^2 v(t)\mathrm{d}t + \int_2^{10} v(t)\mathrm{d}t + \int_{10}^{12} v(t)\mathrm{d}t + \int_{12}^{16} v(t)\mathrm{d}t$$

$$\int_{10}^{12} v(t)\mathrm{d}t = \text{مساحت ذوزنقه زیر نمودار} = 12\ \mathrm{m}$$

$$\int_{12}^{16} v(t)\mathrm{d}t = \text{مساحت چارگوش زیر نمودار} = 16\ \mathrm{m}$$

$$d = 8 + 64 + 12 + 16 = 100\ \mathrm{m}$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۹- دو ذره در امتداد محور $x$ حرکت می‌کنند. مکان ذره‌ی ۱ بر حسب متر بصورت $x = 6t^2 + 3t + 2$ داده شده است که زمان بر حسب ثانیه است. شتاب ذره‌ی ۲ برحسب پتر بر مجذور ثانیه بصورت $a = -8t$ داده شده است و در لحظه‌ی $t = 0$ سرعت آن $20m/s$ است. لحظه‌ای که سرعت دو ذره با هم مساوی می‌شود را پیدا کنید و نهایت مقدار سرعت را تعیین کنید.

معادله‌ی مکان ذره اول:

$$x = 6t^2 + 3t + 2$$

معادله‌ی سرعت ذره اول:

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 12t + 3$$

معادله شتاب ذره دوم:

$$a = -8t$$

فرم دیفرانسیلی

$$\mathrm{d}v = -8t\mathrm{d}t$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۹-

معادله‌ی سرعت ذره اول:

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 12t + 3$$

معادله شتاب ذره دوم:

$$a = -8t$$

فرم دیفرانسیلی

$$\mathrm{d}v = -8t\mathrm{d}t$$

انتگرالگیری

$$\int_{20}^{v} \mathrm{d}v = -8 \int_{0}^{t} t\mathrm{d}t$$

معادله‌ی سرعت ذره دوم:

$$v - 20 = -4t^2 \Rightarrow v = 20 - 4t^2$$

# حرکت در امتداد خط راست

مسئله ۱۹-

معادله‌ی سرعت ذره اول:

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 12t + 3$$

معادله‌ی سرعت ذره دوم:

$$v - 20 = -4t \Rightarrow v = 20 - 4t^2$$

برابر هم قرار دادن معادله‌ی سرعت ذره‌ی اول با ذره‌ی دوم:

$$\text{سرعت ذره‌ی دوم} = \text{سرعت ذره‌ی اول}$$

$$12t + 3 = 20 - 4t^2 \Rightarrow 4t^2 + 12t - 17 = 0$$

$$t_1 \simeq 1.05 \text{ s}, \quad t_2 \simeq -4.05$$

معادله سرعت ذره‌ی اول : $v(1.05s) = 12 \times 1.05 + 3 \simeq 1.56 \text{ m/s}$