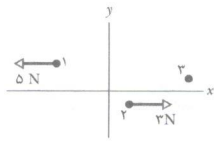
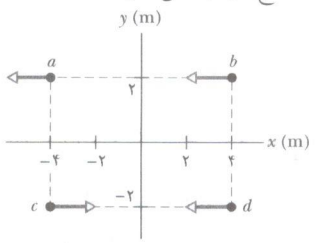
پرسش‌ها

۱) شکل ۹-۲۳، نمای بالا از سه ذره را نشان می‌دهد که نیروهای خارجی به آن‌ها وارد می‌شوند. اندازه و جهت نیروهای وارد بر دو ذره، مشخص شده است. اگر مرکز جرم سه ذره الف) ساکن باشد ب) با سرعت ثابت به طرف راست برود ج) به طرف راست، شتاب بگیرد اندازه و جهت نیروی وارد بر ذره سوم چیست؟



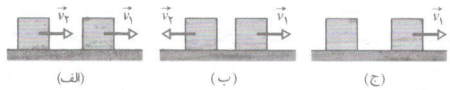
شکل ۹-۲۳ پرسش ۱.

۲) شکل ۹-۲۴، نمای بالا از چهار ذره را نشان می‌دهد که بر روی سطح بدون اصطکاک با سرعت ثابت می‌لغزند. جهت سرعت‌ها مشخص، شده است و اندازه‌های آن‌ها مساوی هستند. مرکز جرم کدام زوج دستگاه الف) ساکن است؟ ب) در مبدا ساکن است؟ ج) از مبدا می‌گذرد؟



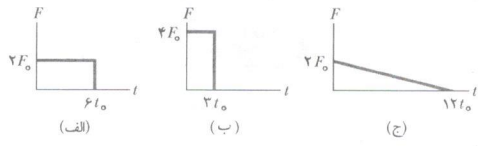
شکل ۹-۲۴ پرسش ۲.

۳) جعبه‌ای را در نظر بگیرید که به دو قسمت، منفجر می‌شود که با سرعت ثابت مثبت در امتداد محور x حرکت می‌کنند. اگر یک تکه با جرم m_1، دارای سرعت مثبت $\vec{v}_1$ باشد پس تکه‌ی دوم با جرم m_2، می‌تواند دارای الف) سرعت مثبت $\vec{v}_2$ (شکل ۹-۲۵ الف) باشد ب) سرعت منفی $\vec{v}_2$ (شکل ۹-۲۵ ب) باشد ج) سرعت صفر (شکل ۹-۲۵ ج) باشد. این سه نتیجه برای تکه‌ی دوم را بر اساس اندازه‌ی $\vec{v}_1$ از بزرگ به کوچک، مرتب کنید.



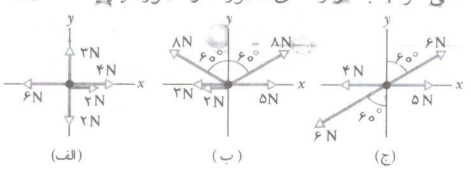
شکل ۹-۲۵ پرسش ۳.

۴) شکل ۹-۲۶، اندازه‌ی نیرو بر حسب زمان وارد بر جسم برخوردکننده را نشان می‌دهد. نمودارها را بر اساس اندازه‌ی ضربه‌ی وارد بر جسم از بزرگ به کوچک، مرتب کنید.



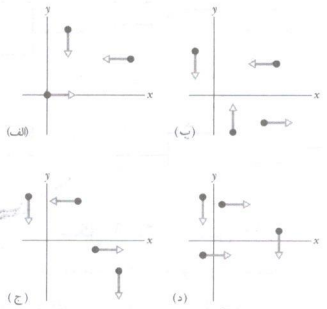
شکل ۹-۲۶ پرسش ۴.

۵) نمودارهای جسم آزاد شکل ۹-۲۷، نمای بالا برای سه نیروی افقی وارد بر سه جعبه‌ی شکلات را نشان می‌دهد و جعبه‌ها بر روی سطح بدون اصطکاک می‌لغزند. آیا تکانه‌ی خطی هر جعبه در راستای محور x و محور y، پایسته است؟



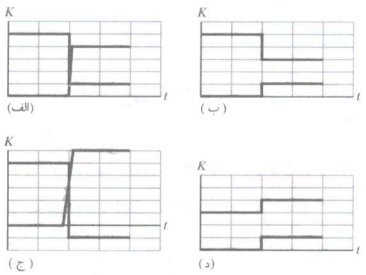
شکل ۹-۲۷ پرسش ۵.

۶) شکل ۹-۲۸، چهار گروه از سه یا چهار ذره‌ی یکسان را نشان می‌دهد که با سرعت‌های مساوی به موازات محور x یا محور y، حرکت می‌کنند. گروه‌ها را بر اساس اندازه‌ی سرعت مرکز جرم از بزرگ به کوچک، مرتب کنید.



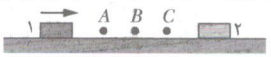
شکل ۹-۲۸ پرسش ۶.

۷) جسمی بر روی سطح بدون اصطکاک می‌لغزد و به جسم ساکن دیگری با همان جرم، برخورد می‌کند. شکل ۹-۲۹، چهار انتخاب برای نمودار انرژی‌های جنبشی K اجسام را نشان می‌دهد. الف) تعیین کنید کدام یک از نظر فیزیکی، غیر ممکن است. از انتخاب‌های دیگر، کدام یک، بهترین نمایش برای ب) برخورد کشسان است؟ ج) برخورد غیر کشسان است؟



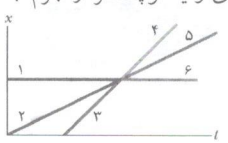
شکل ۹-۲۹ پرسش ۷.

۸) شکل ۹-۳۰، تصویر لحظه‌ای جسم ۱ را نشان می‌دهد که قبل از برخورد کشسان با جسم ساکن ۲ در امتداد محور x بر روی سطح بدون اصطکاک می‌لغزد. همچنین شکل، سه مکان ممکن مرکز جرم (com) دستگاه دو جسم را در یک لحظه از تصویر، نشان می‌دهد. (نقطه‌ی B در وسط مراکز دو جسم، قرار دارد.) اگر مرکز جرم نشان داده شده در تصویر در الف) A ب) B ج) C باشد پس از برخورد آیا جسم ۱ می‌ایستد یا به طرف جلو می‌رود و یا به طرف عقب برمی‌گردد؟



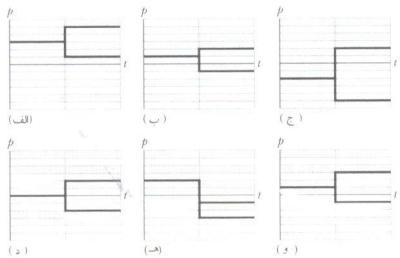
شکل ۹-۳۰ پرسش ۸.

۹) دو جسم در راستای محور x، برخورد کشسان یک بعدی را انجام می‌دهند. شکل ۹-۳۱، نمودار مکان بر حسب زمان این اجسام و مرکز جرم آن‌ها را نشان می‌دهد. الف) آیا هر دو جسم در ابتدا ساکن هستند یا یکی از آن‌ها ساکن بوده است؟ کدام پاره‌خط، نشان‌دهنده‌ی حرکت مرکز جرم ب) قبل از برخورد ج) پس از برخورد است؟ د) جرم جسمی که قبل از برخورد، سریع‌تر حرکت می‌کند بزرگ‌تر از یا مساوی و یا کوچک‌تر از جرم جسم دیگر است؟



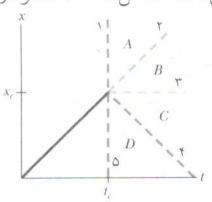
شکل ۹-۳۱ پرسش ۹.

۱۰) شکل ۹-۳۲: جسمی بر روی سطح افقی یا در ابتدا ساکن است یا در جهت مثبت محور x می‌لغزد و یا در جهت منفی محور x می‌لغزد. جسم به دو تکه، منفجر می‌شود که بر روی محور x می‌لغزند. فرض کنید جسم و دو تکه، تشکیل یک دستگاه بسته و منزوی را می‌دهند. شش انتخاب برای نمودار تکانه‌های جسم و تکه‌ها همگی بر حسب زمان t، نشان داده شده‌اند. تعیین کنید کدام انتخاب مربوط به وضعیت‌هایی هستند که از نظر فیزیکی، غیر ممکن هستند و توضیح دهید چرا.



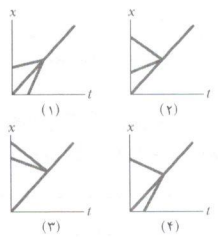
شکل ۹-۳۲ پرسش ۱۰.

۱۱) جسم ۱ با جرم m_1 در امتداد محور x بر روی سطح بدون اصطکاک می‌لغزد و با جسم ۲ ساکن به جرم m_2، برخورد کشسان انجام می‌دهد. شکل ۹-۳۳، نمودار مکان x را بر حسب زمان t جسم ۱ تا هنگام رخ دادن برخورد در مکان x_c و زمان t_c را نشان می‌دهد. اگر ب) $m_1 < m_2$ $m_2 > m_1$ باشد در کدام ناحیه‌ی مشخص شده بر روی نمودار، نمودار (پس از برخورد) امتداد دارد؟ ج) اگر $m_1 = m_2$ باشد نمودار در امتداد کدام خط‌چین شماره‌دار، امتداد دارد؟



شکل ۹-۳۳ پرسش ۱۱.

۱۲) شکل ۹-۳۴، چهار نمودار مکان بر حسب زمان دو جسم و مرکز جرم آن‌ها را نشان می‌دهد. دو جسم، تشکیل دستگاه بسته و منزوی را می‌دهند و یک برخورد غیر کشسان کامل یک بعدی در راستای محور x، انجام می‌دهند. در نمودار ۱ آیا الف) دو جسم ب) مرکز جرم در جهت مثبت یا منفی محور x حرکت می‌کند؟ کدام نمودار، نشان‌دهنده‌ی وضعیتی است که از نظر فیزیکی، غیر ممکن است؟ چرا؟



شکل ۹-۳۴ پرسش ۱۲.

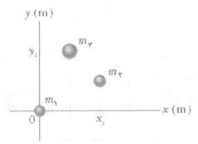
مسائل

•-••• تعداد نقاط، نشان‌دهنده‌ی درجه‌ی سختی مسائل است.

بخش ۹-۱ مرکز جرم

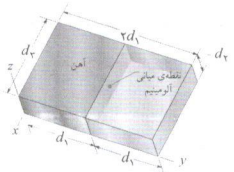
• **۱)** ذره‌ی $۲٫۰۰\ kg$ در مختصات xy، $(-۱٫۲۰\ m\ ,\ ۰٫۵۰۰\ m)$ و ذره‌ی $۴٫۰۰\ kg$ در مختصات xy، $(۰٫۶۰۰\ m\ ,\ -۰٫۷۵۰\ m)$ است. هر دو در یک صفحه‌ی افقی قرار دارند. ذره‌ی $۳\ kg$ در چه مختصه‌ی الف) x ب) y باشد تا مرکز جرم سه ذره در مختصات xy، $(-۰٫۵۰۰\ m\ ,\ -۰٫۷۰۰\ m)$ باشد؟

• **۲)** شکل ۹-۳۵، دستگاه سه ذره‌ای با جرم‌های $m_1 = ۳٫۰\ kg$ و $m_2 = ۴٫۰\ kg$ و $m_3 = ۸٫۰\ kg$ را نشان می‌دهد. بر روی محورهای مختصات، $x_s = ۲٫۰\ m$ و $y_s = ۲٫۰\ m$ است. مختصه‌ی الف) x ب) y مرکز جرم دستگاه را به دست آورید. ج) اگر m_3 به تدریج، زیاد شود مرکز جرم به این ذره، نزدیک می‌شود و یا از آن دور می‌شود و یا ساکن می‌ماند؟



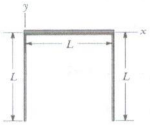
شکل ۹-۳۵ مسأله‌ی ۲.

•• **۳)** شکل ۹-۳۶، بره‌ی مرکبی با ابعاد $d_1 = ۱۱٫۰\ cm$، $d_2 = ۲٫۸۰\ cm$ و $d_3 = ۱۳٫۰\ cm$ را نشان می‌دهد. نصف بره از آلومینیم (با چگالی $۲٫۷۰\ g/cm^3$) و نصف دیگر آن از آهن (با چگالی $۷٫۸۵\ g/cm^3$) است. مختصه‌ی الف) x ب) y ج) z مرکز جرم بره چیست؟



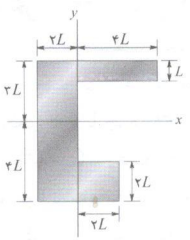
شکل ۹-۳۶ مسأله‌ی ۳

•• **۴)** در شکل ۹-۳۷، سه میله‌ی باریک یکنواخت هر یک با طول $L = ۲۲\ cm$ به شکل U وارونه قرار دارند. جرم هر یک از میله‌های قائم $۱۴\ g$ و جرم میله‌ی افقی $۴۲\ g$ است. مختصه‌ی الف) x ب) y مرکز جرم دستگاه چیست؟



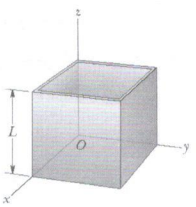
شکل ۹-۳۷ مسأله‌ی ۴.

•• **۵)** مختصه‌ی الف) x ب) y مرکز جرم صفحه‌ی یکنواخت شکل ۹-۳۸ را به ازای $L = ۵٫۰\ cm$ به دست آورید.



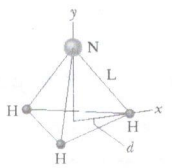
شکل ۹-۳۸ مسأله‌ی ۵

•• **۶)** شکل ۹-۳۹، جعبه‌ی مکعبی را نشان می‌دهد که از صفحات فلزی یکنواخت با ضخامت ناچیز، ساخته شده است. بالای جعبه، باز و طول هر ضلع $L = ۴۰\ cm$ است. مختصه‌ی الف) x ب) y ج) z مرکز جرم جعبه را به دست آورید.



شکل ۹-۳۹ مسأله‌ی ۶.

••• **۷)** مطابق شکل ۹-۴۰ در مولکول آمونیاک (NH_3) سه اتم هیدروژن (H) مثلث متساوی‌الاضلاعی را تشکیل می‌دهند و مرکز مثلث به فاصله‌ی $d = ۹٫۴۰\times۱۰^{-11}\ m$ از هر اتم هیدروژن، قرار دارد. اتم نیتروژن (N) در راس هرم است و سه اتم هیدروژن، قاعده‌ی هرم را تشکیل می‌دهند. نسبت جرم اتمی نیتروژن به هیدروژن، برابر ۱۳/۹ و فاصله‌ی هر اتم هیدروژن با اتم نیتروژن $L = ۱۰٫۱۴\times۱۰^{-11}\ m$ است. مختصه‌ی الف) x ب) y مرکز جرم مولکول را به دست آورید.



شکل ۹-۴۰ مسأله‌ی ۷.

••• ۸) یک قوطی فلزی یکنواخت نوشابه، دارای جرم $0/140\ kg$، ارتفاع $12/0\ cm$ و با $0/354\ kg$ نوشابه، پر شده است (شکل ۹-۴۱). سپس سوراخ‌های کوچکی (با کاهش جرم ناچیز فلز) در بالا و پایین قوطی، ایجاد می‌شوند تا نوشابه، بیرون بریزد. ارتفاع مرکز جرم h قوطی و محتویات آن را الف) در ابتدا ب) پس از اتمام نوشابه به دست آورید. ج) وقتی نوشابه، بیرون می‌ریزد h چه تغییری می‌کند؟ د) اگر x ارتفاع نوشابه‌ی باقی‌مانده در یک لحظه باشد وقتی مرکز جرم به پایین‌ترین نقطه می‌رسد x را به دست آورید.

شکل ۹-۴۱ مساله‌ی ۸.

بخش ۹-۲ قانون دوم نیوتن برای دستگاهی از ذرات

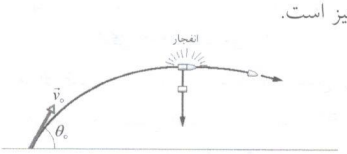
• ۹) سنگی در لحظه‌ی $t = 0$ رها می‌شود. در لحظه‌ی $t = 100\ ms$ سنگ دومی با جرمی، دو برابر جرم سنگ اولی از همان نقطه، رها می‌شود. الف) در لحظه‌ی $t = 300\ ms$ مرکز جرم دو سنگ در چه فاصله‌ای، زیر محل رها شدن است؟ (هنوز هیچ یک از سنگ‌ها به زمین نرسیده‌اند.) ب) در این لحظه، سرعت مرکز جرم دو سنگ چه قدر است؟

• ۱۰) خودروی $1000\ kg$، پشت چراغ راهنما ساکن است. در لحظه‌ی سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب ثابت $4/0\ m/s^2$ شروع به حرکت می‌کند. در همان لحظه، کامیون $2000\ kg$ با اندازه‌ی سرعت ثابت $8/0\ m/s$ از خودرو، سبقت می‌گیرد. الف) در لحظه‌ی $t = 3/0\ s$ مرکز جرم دستگاه خودرو- کامیون در چه فاصله‌ای از چراغ راهنما قرار دارد؟ ب) در این لحظه، اندازه‌ی سرعت مرکز جرم را به دست آورید.

• ۱۱) یک شاخه‌ی بزرگ زیتون (با جرم $m = 0/50\ kg$) در مبدا دستگاه مختصات xy و یک چوب بزرگ گردو (با جرم $M = 1/5\ kg$) در نقطه‌ی $m\ (1/0, 2/0)$ قرار دارند. در لحظه‌ی $t = 0$ نیروی $\vec{F}_o = (2/0\hat{i} + 3/0\hat{j})\ N$ به شاخه‌ی زیتون و نیروی $\vec{F}_n = (-3/0\hat{i} - 2/0\hat{j})\ N$ به چوب گردو، اثر می‌کند. در لحظه‌ی $t = 4/0\ s$ جابه‌جایی مرکز جرم دستگاه شاخه- چوب را نسبت به مکان آن در $t = 0$ بر حسب بردارهای یکه بنویسید.

• ۱۲) دو اسکیت‌باز، یکی به جرم $65\ kg$ و دیگری به جرم $40\ kg$ بر روی سطح یخی ایستاده‌اند و میله‌ای به طول $10\ m$ و جرم ناچیز را نگه داشته‌اند. دو اسکیت‌باز با شروع از دو انتهای میله، خودشان را در امتداد میله می‌کشند تا به هم برسند. اسکیت باز $40\ kg$ چه مسافتی را می‌پیماید؟

•• ۱۳) گلوله‌ی توپی با سرعت اولیه‌ی $\vec{v}_0$ و اندازه‌ی $20\ m/s$ تحت زاویه‌ی $\theta_0 = 60^\circ$ بالای افق، پرتاب می‌شود. در نقطه‌ی اوج مسیر، گلوله منفجر شده و به دو قطعه با جرم‌های یکسان، تبدیل می‌شود (شکل ۹-۴۲). درست پس از انفجار، یک قطعه با اندازه‌ی سرعت صفر به طور قائم، سقوط می‌کند. قطعه‌ی دیگر چه قدر دورتر از توپ به زمین، برخورد می‌کند؟ فرض کنید زمین، مسطح و مقاومت هوا ناچیز است.

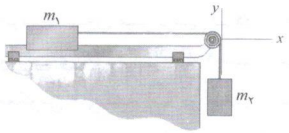


شکل ۹-۴۲ مساله‌ی ۱۳.

•• ۱۴) مطابق شکل ۹-۴۳ در لحظه‌ی $t = 0$ دو ذره از مبدا دستگاه مختصات، پرتاب می‌شوند. ذره‌ی ۱ به جرم $m_1 = 5/00\ g$ مستقیما در امتداد محور x پرتاب شده و بر روی سطح بدون اصطکاکی با اندازه‌ی سرعت ثابت $10/0\ m/s$ حرکت می‌کند. ذره‌ی ۲ به جرم $m_2 = 3/00\ g$ با اندازه‌ی سرعت $20/0\ m/s$ تحت زاویه‌ی رو به بالا طوری پرتاب می‌شود که همواره بالای ذره‌ی ۱ است. الف) بیشینه ارتفاع مرکز جرم H_{max} دستگاه دو ذره را به دست آورید. ب) سرعت ج) شتاب مرکز جرم را در بیشینه ارتفاع مرکز جرم H_{max} بر حسب بردارهای یکه بنویسید.

شکل ۹-۴۳ مساله‌ی ۱۴.

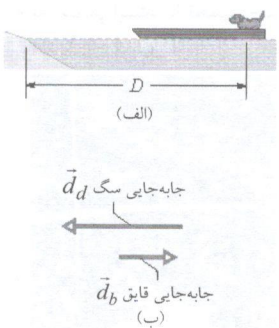
•• ۱۵) در شکل ۹-۴۴، چهارچرخه‌ای بر روی ریل هوا قرار دارد و توسط نخی به قطعه‌ی آویزانی، وصل است. جرم چهارچرخه $m_1 = 0/600\ kg$ و مرکز آن، ابتدا در مختصات xy به صورت $(0\ ,\ -0/500\ m)$ است. جرم قطعه $m_2 = 0/400\ kg$ و مرکز آن، ابتدا در مختصات xy به صورت $(0\ ,\ -0/100\ m)$ است. جرم نخ و قرقره، ناچیز است. چهارچرخه از حال سکون، رها می‌شود و قبل از برخورد چهارچرخه به قرقره، چهارچرخه و قطعه، حرکت می‌کنند. الف) شتاب مرکز جرم دستگاه چهارچرخه- قطعه را بر حسب بردارهای یکه بنویسید. ب) سرعت مرکز جرم را به صورت تابعی از زمان t به دست آورید. ج) مسیر طی شده، توسط مرکز جرم را رسم کنید. د) اگر مسیر، منحنی باشد تعیین کنید که مرکز جرم به طرف بالا و راست یا به طرف پایین و چپ، جابه‌جا می‌شود. اگر مسیر به صورت خط راست باشد زاویه بین امتداد آن و محور x چیست؟



شکل ۹-۴۴ مساله‌ی ۱۵.

••• ۱۶) ریکاردو به جرم $80\ kg$ و کارملیتا با جرم کمتر، سوار کانوی $30\ kg$ هستند. وقتی کانو در آب آرام، ساکن است آن‌ها جایشان را عوض می‌کنند که به فاصله‌ی $3/0\ m$ از هم به طور متقارن نسبت به مرکز کانو، قرار دارند. اگر در اثر جابه‌جایی، کانو به اندازه‌ی $40\ cm$ به طور افقی نسبت به تیر لبه‌ی اسکله، حرکت کند جرم کارملیتا را به دست آورید.

••• ۱۷) در شکل ۹-۴۵ الف، سگ $4/5\ kg$ بر روی قایق $18\ kg$ در فاصله‌ی $D = 6/1\ m$ از ساحل، ایستاده است. سگ $2/4\ m$ در امتداد قایق به طرف ساحل، حرکت کرده و می‌ایستد. فرض کنید هیچ اصطکاکی بین قایق و آب، وجود ندارد. فاصله‌ی نهایی سگ را از ساحل به دست آورید. (راهنمایی: به شکل ۹-۴۵ ب، مراجعه کنید.)



شکل ۹-۴۵ مساله‌ی ۱۷.

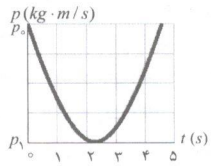
بخش ۹-۳ تکانه‌ی خطی

• ۱۸) توپ $0/70\ kg$ به طور افقی با سرعت $5/0\ m/s$ به دیوار قائم، برخورد کرده و با اندازه‌ی سرعت $2/0\ m/s$ از دیوار برمی‌گردد. اندازه‌ی تغییر تکانه‌ی خطی توپ را به دست آورید.

• ۱۹) وانت $2100\ kg$ با سرعت $41\ km/h$ به طرف شمال حرکت می‌کند

سپس به طرف شرق می‌پیچد و تا سرعت $51\ km/h$ شتاب می‌گیرد. الف) تغییر انرژی جنبشی وانت چه قدر است؟ ب) اندازه ج) جهت تغییر تکانه‌ی خطی وانت را به دست آورید.

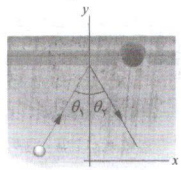
•• ۲۰) در لحظه‌ی $t = 0$ به توپ روی زمین، ضربه‌ای وارد شده و به هوا می‌رود. شکل ۹-۴۶، تکانه‌ی p را بر حسب زمان t در طی پرواز، نشان می‌دهد ($p_0 = 6/0\ kg \cdot m/s$ و $p_1 = 4/0\ kg \cdot m/s$). توپ تحت چه زاویه‌ی اولیه‌ای، پرتاب شده است؟ (راهنمایی: راه حلی، پیدا کنید که نیازی به دانستن زمان در پایین‌ترین نقطه‌ی نمودار نباشد.)



شکل ۹-۴۶ مساله‌ی ۲۰.

•• ۲۱) توپ $0/30\ kg$ با سرعت $15\ m/s$ تحت زاویه‌ی 35° زیر افق با چوب بیسبالی، برخورد می‌کند. اندازه‌ی تغییر تکانه‌ی خطی توپ را پس از برخورد با چوب بیسبال و در هر یک از حالات زیر به دست آورید. توپ، چوب بیسبال را با سرعت الف) $20\ m/s$ به طور افقی به طرف شخص پرتاب‌کننده ترک کند. ب) $20\ m/s$ به طور افقی به طرف شخص پرتاب‌کننده ترک کند.

•• ۲۲) شکل ۹-۴۷، نمای بالا از مسیر توپ بیلیارد $0/165\ kg$ را نشان می‌دهد که پس از برخورد با لبه‌ی میز برمی‌گردد. اندازه‌ی سرعت اولیه‌ی توپ $2/00\ m/s$ و زاویه‌ی θ_1، برابر $30/0^\circ$ است. عمل برگشت، مولفه‌ی y سرعت توپ را معکوس می‌کند اما مولفه‌ی x سرعت توپ را تغییر نمی‌دهد. الف) زاویه‌ی θ_2 چه قدر است؟ ب) تغییر تکانه‌ی خطی توپ را بر حسب بردارهای یکه بنویسید. (غلتیدن توپ، تاثیری در مساله ندارد.)



شکل ۹-۴۷ مساله‌ی ۲۲.

بخش ۹-۴ برخورد و ضربه

• ۲۳) هنری لاموته، قبل از هفتاد سالگی با پرش از ارتفاع $12\ m$ به داخل آبی با عمق $30\ cm$ تماشاگران را به هیجان آورد (شکل ۹-۴۸). فرض کنید او، درست هنگام رسیدن به ته آب می‌ایستد. با تخمین جرم او، اندازه‌ی ضربه‌ی وارد بر او از طرف آب را به دست آورید.

شکل ۹-۴۸ مساله‌ی ۲۳. پرش به داخل آب با عمق $30\ cm$.

• ۲۴) در فوریه‌ی ۱۹۵۵، چتربازی از ارتفاع $3700\ m$ از هواپیما به بیرون پرید اما نتوانست چترش را باز کند اما او بر روی برف، سقوط کرد و آسیب‌های جزئی دید. فرض کنید هنگام برخورد، اندازه‌ی سرعت او $56\ m/s$ (اندازه‌ی سرعت حد)، جرمش (همراه با وسایلش) $85\ kg$ و اندازه‌ی نیروی متوسط وارد بر او از طرف برف، حد سالم ماندن، $1/2 \times 10^5\ N$ است. الف) کمینه عمق برف که او را سالم نگه داشته ب) اندازه‌ی ضربه‌ی وارد بر او از طرف برف چه قدر است؟

• ۲۵) توپ $1/2\ kg$ به طور قائم بر روی سطحی افتاده و با اندازه‌ی سرعت $25\ m/s$ با آن، برخورد می‌کند و با اندازه‌ی سرعت $10\ m/s$ برمی‌گردد. الف) ضربه‌ی وارد بر توپ در طول تماس چه قدر است؟ ب) اگر توپ به مدت $0/020\ s$ با سطح در تماس باشد اندازه‌ی نیروی متوسط وارد بر توپ از طرف سطح را به دست آورید.

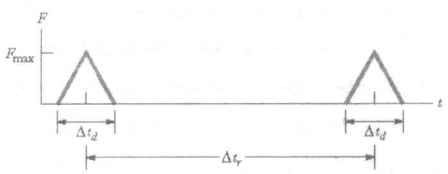
• ۲۶) یک شوخی خطرناک به این صورت است که وقتی شخصی می‌خواهد بر روی صندلی بنشیند صندلی را از زیر او بکشند و او محکم بر روی سطح بیافتد. فرض کنید شخصی با جرم $70\ kg$ به فاصله‌ی $0/50\ m$ سقوط کند و برخورد او با سطح به مدت $0/082\ s$ باشد. اندازه‌ی الف) ضربه ب) نیروی متوسط وارد بر شخص در طی برخورد چه قدر است؟

• ۲۷) نیرویی در جهت منفی محور x در مدت $27\ ms$ به توپ $0/40\ kg$ وارد می‌شود که در ابتدا با سرعت $14\ m/s$ در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. اندازه‌ی نیرو، تغییر کرده و اندازه‌ی ضربه $32/4\ N \cdot s$ می‌شود. الف) اندازه‌ی سرعت ب) جهت حرکت توپ پس از اعمال ضربه را به دست آورید. ج) اندازه‌ی نیروی متوسط د) جهت ضربه‌ی وارد بر توپ را به دست آورید.

• ۲۸) در تکواندو، دست با اندازه‌ی سرعت $13\ m/s$ بر روی هدفی، فرود می‌آید و در مدت $5/0\ ms$ می‌ایستد. فرض کنید در طی برخورد، دست، مستقل از بازو بوده و دارای جرم $0/70\ kg$ است. اندازه‌ی الف) ضربه ب) نیروی متوسط وارد بر دست از طرف هدف چه قدر است؟

• ۲۹) فرض کنید شخصی سینه‌ی سوپرمن را با گلوله‌های $3\ g$ با آهنگ ۱۰۰ گلوله بر دقیقه به رگبار می‌بندد و اندازه‌ی سرعت هر گلوله $500\ m/s$ است. همچنین فرض کنید گلوله‌ها بدون تغییر اندازه‌ی سرعت به عقب برمی‌گردند. اندازه‌ی نیروی متوسط وارد بر سینه‌ی سوپرمن از طرف رگبار گلوله‌ها چه قدر است؟

•• ۳۰) دو نیروی متوسط. جریان پیوسته‌ای از گلوله‌های برفی $0/250\ kg$ با اندازه‌ی سرعت $400\ m/s$ به طور عمود بر دیواری، پرتاب می‌شوند و هر گلوله به دیوار می‌چسبد. شکل ۹-۴۹، اندازه‌ی نیروی وارد بر دیوار F را به صورت تابعی از زمان t برای دو تا از ضربه‌های گلوله‌های برفی، نشان می‌دهد. ضربه‌ها در بازه‌ی زمانی $\Delta t_r = 50\ ms$ تکرار می‌شوند و بازه‌ی زمانی هر برخورد $\Delta t_d = 10\ ms$ است و ضربه‌ها بر روی منحنی، مثلث‌های متساوی‌الساقینی را ایجاد می‌کنند که هر برخورد به بیشینه نیروی $F_{max} = 200\ N$ منجر می‌شود. در طی هر برخورد، اندازه‌ی الف) ضربه ب) نیروی متوسط وارد بر دیوار چه قدر است؟ ج) در بازه‌ی زمانی با تعداد زیادی برخورد، اندازه‌ی نیروی متوسط وارد بر دیوار را به دست آورید.

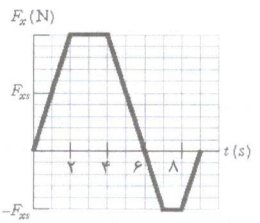


شکل ۹-۴۹ مساله‌ی ۳۰.

•• ۳۱) پرش رو به بالا قبل از برخورد آسانسور. پس از پاره شدن کابل آسانسور و کار نکردن دستگاه ایمنی، اتاقک، فاصله‌ی $36\ m$ را سقوط آزاد می‌کند. در طی برخورد در پایین، مسافر $90\ kg$ در مدت $5/0\ ms$ می‌ایستد. (فرض کنید مسافر و اتاقک، نمی‌جهند.) اندازه‌ی الف) ضربه ب) نیروی متوسط وارد بر مسافر در طی برخورد از طرف آسانسور چه قدر است؟ اگر درست قبل از برخورد آسانسور به ته مسیر در داخل اتاقک، مسافر با اندازه‌ی سرعت

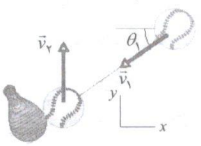
$۷/۰\ m/s$ به طرف بالا بپرد اندازه‌ی ج) ضربه د) نیروی متوسط وارد بر مسافر چه قدر است؟ (فرض کنید توقف در همان مدت، رخ می‌دهد.)

•• ۳۲) ماشین اسباب‌بازی $۵/۰\ kg$ می‌تواند در امتداد محور x حرکت کند. شکل ۹-۵۰، نیروی F_x وارد بر ماشین را نشان می‌دهد که در لحظه‌ی $t = ۰$ از حال سکون، شروع به حرکت می‌کند. در محور F_x، $F_{xs} = ۵/۰\ N$ است. برحسب بردارهای یکه، $\vec{p}$ را در لحظه‌ی الف) $t = ۴/۰\ s$ ب) $t = ۷/۰\ s$ به دست آورید. ج) $\vec{v}$ در لحظه‌ی $t = ۹/۰\ s$ چه قدر است؟



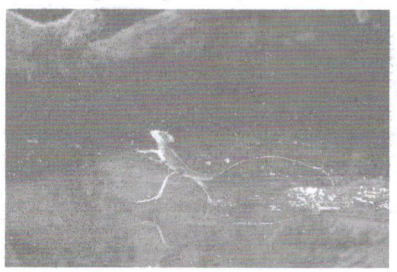
شکل ۹-۵۰ مساله‌ی ۳۲.

•• ۳۳) شکل ۹-۵۱، توپ بیسبال $۰/۳۰۰\ kg$ را قبل و پس از برخورد با چوب بیسبال، نشان می‌دهد. درست قبل از برخورد، توپ دارای سرعت $\vec{v}_۱$ با اندازه‌ی $۱۲/۰\ m/s$ در راستای $\theta_۱ = ۳۵/۰^\circ$ است و درست پس از برخورد، توپ در جهت بالا با سرعت $\vec{v}_۲$ و اندازه‌ی $۱۰/۰\ m/s$ حرکت می‌کند. زمان برخورد $۲/۰۰\ ms$ است. الف) اندازه ب) جهت (نسبت به جهت مثبت محور x) ضربه‌ی وارد بر توپ از طرف چوب بیسبال چه قدر است؟ ج) اندازه د) جهت نیروی متوسط وارد بر توپ از طرف چوب بیسبال را به دست آورید.



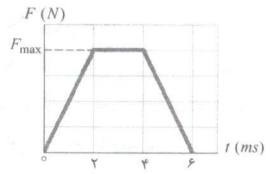
شکل ۹-۵۱ مساله‌ی ۳۳.

•• ۳۴) مارمولک‌های باسیلیسک می‌توانند بر روی سطح آب بدوند (شکل ۹-۵۲). در هر قدم، ابتدا مارمولک، پای خود را بر روی سطح آب گذاشته و سپس خیلی سریع، آن را درون آب، فشار می‌دهد که یک حباب هوا در زیر پای او، ایجاد شود. برای اجتناب از نیروی کشش آب بر روی پا هنگام بیرون کشیدن پا از آب، مارمولک قبل از ورود آب به حباب، پایش را بالا می‌کشد. برای این که مارمولک در آب، فرو نرود باید ضربه‌ی متوسط رو به بالای ناشی از حرکات گذاشتن پا بر روی آب، فشار دادن آن درون آب و بالا کشیدن آن، ضربه‌ی متوسط ناشی از نیروی گرانش رو به پایین وارد بر مارمولک را خنثی کند. فرض کنید جرم مارمولک باسیلیسک $۹۰/۰\ g$، جرم هر یک از پاهایش $۳/۰۰\ g$، اندازه‌ی سرعت هر پا در موقع ضربه به آب $۱/۵۰\ m/s$ و زمان هر قدم $۰/۶۰۰\ s$ باشد. الف) اندازه‌ی ضربه‌ی وارد بر مارمولک در طی ضربه چه قدر است؟ (فرض کنید ضربه مستقیما به طرف بالا است.) ب) در مدت $۰/۶۰۰\ s$ برای هر قدم، ضربه‌ی حاصل از نیروی گرانش وارد بر مارمولک (به طرف پایین) چه قدر است؟ ج) کدام عمل، کوبیدن پا یا فشار دادن آن، تکیه‌گاه اصلی مارمولک است یا هر دو، نقش یکسانی دارند؟



شکل ۹-۵۲ مساله‌ی ۳۴. مارمولک در حال دویدن بر روی آب.

•• ۳۵) شکل ۹-۵۳، منحنی تقریبی اندازه‌ی نیرو F بر حسب زمان t را در طی برخورد توپ $۵۸\ g$ با دیوار، نشان می‌دهد. سرعت اولیه‌ی توپ $۳۴\ m/s$ و عمود بر دیوار است. توپ تقریبا با همان سرعت و عمود بر دیوار برمی‌گردد. F_{max} اندازه‌ی بیشینه نیروی وارد بر توپ از طرف دیوار را به دست آورید.

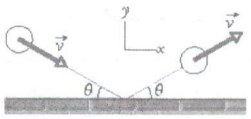


شکل ۹-۵۳ مساله‌ی ۳۵.

•• ۳۶) قرص $۰/۲۵\ kg$ بر روی سطح بدون اصطکاک یخی، ساکن است و در لحظه‌ی $t = ۰$ نیروی افقی، شروع به حرکت دادن قرص می‌کند. نیرو به صورت $\vec{F} = (۱۲/۰ - ۳/۰۰t^۲)\hat{i}$ است. F بر حسب نیوتن و t بر حسب ثانیه است. الف) اندازه‌ی ضربه‌ی وارد بر قرص در بازه‌ی زمانی $t = ۰/۵۰۰\ s$ تا $t = ۱/۲۵\ s$ چه قدر است؟ ب) تغییر تکانه‌ی قرص بین لحظه‌ی $t = ۰$ و لحظه‌ی $F = ۰$ چه قدر است؟

•• ۳۷) فوتبالیستی، توپ ساکن $۰/۴۵\ kg$ را شوت می‌کند. پای فوتبالیست به مدت $۰ \le t \le ۳/۰\times۱۰^{-۳}\ s$ با توپ در تماس است و در بازه‌ی زمانی $۳/۰\times۱۰^{-۳}\ s$ نیرو به صورت $F(t) = [(۶/۰\times۱۰^۶)t - (۲/۰\times۱۰^۹)t^۲]\ N$ وارد می‌شود t بر حسب ثانیه است. اندازه‌ی الف) ضربه‌ی وارد بر توپ در اثر شوت ب) نیروی متوسط وارد بر توپ از طرف پای بازیکن در طول تماس ج) بیشینه نیروی وارد بر توپ از طرف پای بازیکن در طول تماس چه قدر است؟ د) در لحظه‌ی قطع تماس توپ و پای بازیکن، سرعت توپ را به دست آورید.

•• ۳۸) شکل ۹-۵۴، نمای بالا از توپ $۳۰۰\ g$ است که با اندازه‌ی سرعت $v = ۶/۰\ m/s$ تحت زاویه‌ی $\theta = ۳۰^\circ$ با دیواری، برخورد می‌کند و با همان اندازه‌ی سرعت و همان زاویه برمی‌گردد. توپ به مدت $۱۰\ ms$ با دیوار در تماس است. بر حسب بردارهای یکه الف) ضربه‌ی وارد بر توپ از طرف دیوار ب) نیروی متوسط وارد بر دیوار از طرف توپ را به دست آورید.



شکل ۹-۵۴ مساله‌ی ۳۸.

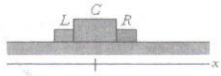
بخش ۹-۵ پایستگی تکانه‌ی خطی

• ۳۹) شخص $۹۱\ kg$ بر روی سطح بدون اصطکاکی، دراز کشیده و سنگ $۶۸\ g$ را هل می‌دهد و به آن، اندازه‌ی سرعت $۴/۰\ m/s$ می‌دهد. در اثر این کار، اندازه‌ی سرعت شخص چه قدر می‌شود؟

• ۴۰) سفینه‌ی فضایی با سرعت $۴۳۰۰\ km/h$ نسبت به زمین، حرکت می‌کند در یک لحظه، موتور موشک (با جرم $۴m$) جدا شده و با اندازه‌ی سرعت $۸۲\ km/h$ نسبت به سفینه اصلی (با جرم m) به طرف عقب می‌رود. درست پس از جدا شدن، اندازه‌ی سرعت سفینه‌ی اصلی نسبت به زمین چه قدر است؟

•• ۴۱) شکل ۹-۵۵، موشک دو طرفه‌ی ساکن را نشان می‌دهد که بر روی سطح بدون اصطکاکی، قرار دارد و مرکز آن بر مبدا محور x منطبق است. موشک، شامل قطعه مرکزی C (با جرم $M = ۶/۰۰\ kg$) و قطعه‌های L و R (هر یک به جرم $m = ۲/۰۰\ kg$) است که در راست و چپ، قرار دارند. انفجارهای کوچک می‌توانند قطعه‌های کناری را در امتداد محور x از نقطه‌ی C دور کنند. حال اتفاقات زیر را در نظر بگیرید: ۱) در لحظه‌ی $t = ۰$ و در اثر انفجار، قطعه‌ی L با اندازه‌ی سرعت $۳/۰۰\ m/s$ نسبت به سرعت بقیه‌ی قطعه‌ها پرتاب می‌شود. ۲) در

لحظه‌ی $t = ۰/۸۰\ s$، قطعه‌ی R با اندازه‌ی سرعت $۳/۰۰\ m/s$ نسبت به قطعه‌ی C به طرف راست، پرتاب می‌شود. در لحظه‌ی $t = ۲/۸۰\ s$ الف) سرعت قطعه‌ی C ب) مکان مرکز آن را به دست آورید.



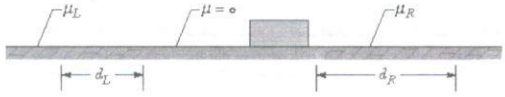
شکل ۹-۵۵ مساله‌ی ۴۱.

•• ۴۲) جسمی به جرم m و اندازه‌ی سرعت v نسبت به یک ناظر به دو قسمت، منفجر می‌شود به طوری که جرم یک قطعه، سه برابر جرم دیگری است. انفجار در فضای دور، اتفاق می‌افتد. قطعه با جرم کمتر، نسبت به ناظر می‌ایستد. از دید چارچوب مرجع ناظر، مقدار انرژی جنبشی اضافه شده به دستگاه را در اثر انفجار به دست آورید.

•• ۴۳) در المپیک سال ۷۰۸ قبل از میلاد، برخی از ورزشکاران در مسابقه‌ی پرش طول در جا از دمبل، استفاده می‌کردند تا پرش بلندتری را انجام دهند (شکل ۹-۵۶). آن‌ها دمبل‌ها را درست قبل از پرش به طرف جلو، بالا آورده و در موقع پرش، آن‌ها را به طرف پایین، تاب داده و به طرف عقب، پرتاب می‌کردند. فرض کنید در زمان حال، یک پرش‌کننده‌ی طول به جرم $۷۸\ kg$ به همین ترتیب از دو دمبل $۵/۵۰\ kg$ استفاده می‌کند و آن‌ها را به طور افقی به طرف عقب در بیشینه ارتفاعش، طوری، پرتاب می‌کند که سرعت افقی آن‌ها نسبت به زمین برابر صفر باشد. فرض کنید سرعت پرش او با دمبل‌ها و یا بدون دمبل‌ها برابر $\vec{v} = (۹/۵\hat{i} + ۴/۰\hat{j})\ m/s$ است و بر روی سطح پرش، فرود می‌آید. استفاده از دمبل‌ها برد او را چه قدر افزایش می‌دهد؟

شکل ۹-۵۶ مساله‌ی ۴۳.

•• ۴۴) در شکل ۹-۵۷، قطعه‌ی ساکن به دو قطعه‌ی L و R منفجر شده و بر روی سطح بدون اصطکاکی، شروع به لغزش می‌کند و سپس وارد سطوح دارای اصطکاک می‌شوند و در آن‌جا می‌ایستند. قطعه‌ی L به جرم $۲/۰۰\ kg$ با ضریب اصطکاک جنبشی $\mu_L = ۰/۴$ مواجه شده و پس از طی مسافت $d_L = ۰/۱۵\ m$ می‌ایستد. قطعه‌ی R با ضریب اصطکاک جنبشی $\mu_R = ۰/۵۰$ مواجه شده و پس از طی مسافت $d_R = ۰/۲۵\ m$ می‌ایستد. جرم قطعه چه قدر است؟



شکل ۹-۵۷ مساله‌ی ۴۴.

•• ۴۵) جسمی به جرم $۲۰/۰\ kg$ در فضا و در امتداد محور x با اندازه‌ی سرعت $۲۰۰\ m/s$ حرکت می‌کند و در اثر یک انفجار داخلی به سه قسمت، تقسیم می‌شود. یک قسمت به جرم $۱۰/۰\ kg$ با اندازه‌ی سرعت $۱۰۰\ m/s$ در جهت مثبت محور y از نقطه‌ی انفجار، دور می‌شود. قسمت دوم به جرم $۴/۰۰\ kg$ با اندازه‌ی سرعت $۵۰۰\ m/s$ در جهت منفی محور x حرکت می‌کند. الف) سرعت قسمت سوم را بر حسب بردارهای یکه به دست آورید. ب) بر اثر انفجار چه مقدار انرژی، آزاد می‌شود؟ از اثرات نیروی گرانش، صرفنظر کنید.

•• ۴۶) جعبه‌ی آشغال $۴/۰\ kg$ هنگام لغزش بر روی سطح بدون اصطکاک به دو قسمت $۲/۰\ kg$، تقسیم می‌شود یکی با سرعت $۳/۰\ m/s$ به طرف شمال و دیگری با سرعت $۵/۰\ m/s$ در جهت ۳۰° شمال شرقی، حرکت می‌کند. اندازه‌ی سرعت اولیه‌ی جعبه‌ی آشغال را به دست آورید.

•• ۴۷) یک قایق ساکن در مبدا دستگاه مختصات xy قرار دارد و به سه قسمت، منفجر می‌شود. درست پس از انفجار، یک قسمت به جرم m با سرعت $(-۳۰\ m/s)\hat{i}$ و قسمت دوم به جرم m با سرعت $(-۳۰\ m/s)\hat{j}$ حرکت می‌کنند. جرم قسمت سوم $۳m$ است. درست پس از انفجار الف) اندازه ب) جهت سرعت قطعه‌ی سوم را به دست آورید.

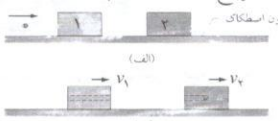
••• ۴۸) ذره‌ی A و ذره‌ی B توسط فنر فشرده‌ای در بین آن‌ها کنار هم قرار دارند. وقتی آن‌ها را رها کنیم فنر آن‌ها را به طرف خارج، هل می‌دهد و می‌توانند از فنر جدا شده و در خلاف جهت هم، آزادانه حرکت کنند. جرم A، $۲/۰۰$ برابر جرم B و انرژی ذخیره شده در فنر $۶۰\ J$ است. فرض کنید جرم فنر، ناچیز است و تمام انرژی ذخیره شده به ذرات، منتقل می‌شود. وقتی انتقال انرژی، کامل می‌شود انرژی جنبشی الف) ذره‌ی A ب) ذره‌ی B چه قدر است؟

بخش ۹-۶ تکانه و انرژی جنبشی در برخوردها

• ۴۹) گلوله‌ای با جرم $۱۰\ g$ به آونگ بالسیکی با جرم $۲/۰\ kg$ برخورد می‌کند. مرکز جرم آونگ به طور قائم به اندازه‌ی $۱۲\ cm$ بالا می‌رود. فرض کنید گلوله در داخل آونگ می‌ماند. اندازه‌ی سرعت اولیه‌ی گلوله را به دست آورید.

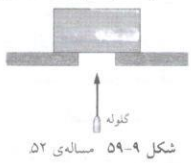
• ۵۰) گلوله‌ی $۵/۲۰\ g$ با سرعت $۶۷۲\ m/s$ حرکت می‌کند و به قطعه چوب $۷۰۰\ g$ ساکن بر روی سطح بدون اصطکاک، برخورد می‌کند. گلوله از قطعه، عبور می‌کند. اندازه‌ی سرعت گلوله، هنگام خروج از قطعه $۴۲۸\ m/s$ است. الف) اندازه‌ی سرعت نهایی قطعه چه قدر است؟ ب) اندازه‌ی سرعت مرکز جرم دستگاه گلوله- قطعه چه قدر است؟

•• ۵۱) در شکل ۹-۵۸ الف، گلوله‌ی $۳/۵۰\ g$ به طور افقی به طرف دو قطعه ساکن بر روی میز بدون اصطکاک، شلیک می‌شود. گلوله از داخل قطعه‌ی ۱ (به جرم $۱/۲۰\ kg$) عبور می‌کند و به داخل قطعه‌ی ۲ (به جرم $۱/۸۰\ kg$) فرو می‌رود. اندازه‌ی سرعت نهایی قطعه‌ها $v_۱ = ۰/۶۳۰\ m/s$ و $v_۲ = ۱/۴۰\ m/s$ است (شکل ۹-۵۸ ب). با صرف‌نظر از جرم کنده شده از قطعه‌ی ۱ توسط گلوله، اندازه‌ی سرعت گلوله را هنگام الف) خروج از قطعه‌ی ۱ ب) ورود به قطعه‌ی ۱ به دست آورید.



شکل ۹-۵۸ مساله‌ی ۵۱

•• ۵۲) در شکل ۹-۵۹، گلوله‌ی $۱۰\ g$ با سرعت $۱۰۰۰\ m/s$ مستقیما به طرف بالا حرکت می‌کند و به قطعه‌ی ساکنی به جرم $۵/۰\ kg$ برخورد می‌کند و از مرکز جرم آن می‌گذرد. گلوله با سرعت $۴۰۰\ m/s$ مستقیما به طرف بالا از قطعه خارج می‌شود. بیشینه ارتفاع قطعه را نسبت به مکان اولیه‌اش به دست آورید.



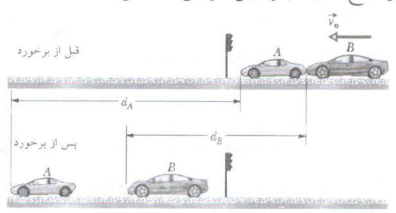
شکل ۹-۵۹ مساله‌ی ۵۲

•• ۵۳) در آنکوراگه، برخورد وسیله‌ی نقلیه با گوزن‌ها متداول است که به صورت مخفف MCV نشان می‌دهند. فرض کنید خودرویی به جرم $۱۰۰۰\ kg$ در جاده‌ی بسیار لغزنده با گوزن ساکنی به جرم $۵۰۰\ kg$ تصادف می‌کند و گوزن را با خودش می‌کشد (نتیجه‌ی معمولی MCV است) الف) در این برخورد چند درصد انرژی جنبشی اولیه به صورت سایر انرژی‌ها تلف می‌شود؟ در عربستان سعودی به دلیل وجود شتر، چنین تصادف‌های خطرناکی، رخ می‌دهد (CVC). ب) اگر همین خودرو با شتر $۳۰۰\ kg$ تصادف کند چند درصد انرژی جنبشی اولیه، تلف می‌شود؟ ج) به طور کلی، اگر جرم حیوان کاهش یابد درصد اتلاف، افزایش می‌یابد یا کاهش؟

•• ۵۴) برخورد غیر کشسان کامل بین دو توپ بتونه‌ای مرطوب، رخ می‌دهد که در امتداد محور قائم مستقیما به طرف هم، حرکت می‌کنند. درست قبل از برخورد یک توپ با جرم kg ۳٫۰ با سرعت m/s ۲۰ به طرف بالا و توپ دیگر با جرم kg ۲٫۰ با سرعت m/s ۱۲ به طرف پایین، حرکت می‌کند. مجموعه‌ی به هم چسبیده‌ی دو توپ تا چه ارتفاعی بالاتر از نقطه‌ی برخورد، بالا می‌روند؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)

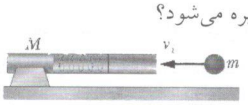
•• ۵۵) قطعه‌ی kg ۵٫۰ با اندازه‌ی سرعت m/s ۳٫۰ به قطعه دیگری به جرم kg ۱۰ با اندازه‌ی سرعت m/s ۲٫۰ برخورد می‌کند که در همان جهت، حرکت می‌کند. پس از برخورد، قطعه‌ی kg ۱۰ با اندازه‌ی سرعت m/s ۲٫۵ در جهت اولیه، حرکت می‌کند. الف) درست پس از برخورد، سرعت قطعه‌ی kg ۵٫۰ چه قدر است؟ ب) در اثر برخورد، انرژی جنبشی دستگاه دو قطعه چه قدر تغییر می‌کند؟ ج) فرض کنید اندازه‌ی سرعت نهایی قطعه‌ی kg ۱۰، برابر m/s ۴٫۰ باشد در این صورت، تغییر انرژی جنبشی کل چه قدر است؟ د) نتیجه‌ی قسمت ج را توضیح دهید.

•• ۵۶) در شکل ۹-۶۰، خودروی A (به جرم kg ۱۱۰۰) در پشت چراغ راهنما متوقف است و خودروی B (به جرم kg ۱۴۰۰) از عقب به آن، برخورد می‌کند. سپس هر دو خودرو با چرخ‌های قفل شده، سر می‌خورند تا نیروی اصطکاک سطح خیابان (با ضریب اصطکاک جنبشی کم $\mu_k = ۰/۱۳$) آن‌ها طی مسافت‌های $d_A = ۸/۲\ m$ و $d_B = ۶/۱\ m$ متوقف کند. پس از برخورد، اندازه‌ی سرعت الف) خودروی A ب) خودروی B در لحظه‌ی برخورد چه قدر است؟ ج) با این فرض که تکانه‌ی خطی در طول برخورد، پایسته است اندازه‌ی سرعت خودروی B درست قبل از برخورد چه قدر است؟ د) توضیح دهید چرا این فرض، ممکن است غلط باشد؟



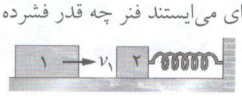
شکل ۹-۶۰ مساله‌ی ۵۶

•• ۵۷) در شکل زیر، توپی به جرم g ۶۰ $= m$ با اندازه‌ی سرعت m/s ۲۲ $= v_i$ به داخل لوله‌ی تفنگ فنری ساکن به جرم g ۲۴۰ $= M$ به روی سطح بدون اصطکاک، پرتاب می‌شود. توپ در نقطه‌ای به لوله می‌چسبد که فنر دارای بیشینه فشردگی است. فرض کنید افزایش انرژی گرمایی ناشی از اصطکاک بین توپ و لوله، ناچیز است. الف) اندازه‌ی سرعت تفنگ فنری درست پس از توقف توپ چه قدر است؟ ب) چه کسری از انرژی جنبشی اولیه‌ی توپ در فنر، ذخیره می‌شود؟



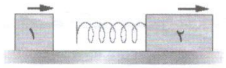
شکل ۹-۶۱ مساله‌ی ۵۷

••• ۵۸) در شکل ۹-۶۲، قطعه‌ی ۲ (به جرم kg ۱٫۰) بر روی سطح بدون اصطکاک، ساکن بوده و به انتهای فنر غیر کشیده با ثابت فنر N/m ۲۰۰ متصل است. انتهای دیگر فنر به دیوار، وصل است. قطعه‌ی ۱ (به جرم kg ۲٫۰) با اندازه‌ی سرعت m/s ۴٫۰ $= v_1$ با قطعه‌ی ۲ برخورد می‌کند و به هم می‌چسبند. وقتی قطعه‌ها به طور لحظه‌ای می‌ایستند فنر چه قدر فشرده می‌شود؟



شکل ۹-۶۲ مساله‌ی ۵۸

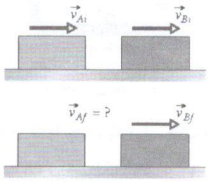
••• ۵۹) در شکل ۹-۶۳، قطعه‌ی ۱ (به جرم kg ۲٫۰) با سرعت m/s ۱۰ و قطعه‌ی ۲ (به جرم kg ۵٫۰) با سرعت m/s ۳٫۰ به طرف راست، حرکت می‌کنند. سطح، بدون اصطکاک و فنری با ثابت فنر N/m ۱۱۲۰ به قطعه‌ی ۲ وصل است. وقتی قطعه‌ها برخورد می‌کنند فشردگی فنر، وقتی بیشینه است که سرعت قطعه‌ها یکسان باشد. بیشینه فشردگی فنر را به دست آورید.



شکل ۹-۶۳ مساله‌ی ۵۹

بخش ۹-۷ برخورد کشسان در یک بعد

• ۶۰) در شکل ۹-۶۴، قطعه‌ی A (به جرم kg ۱٫۶) بر روی سطح بدون اصطکاک به طرف قطعه‌ی B (به جرم kg ۲٫۴) می‌لغزد. جهت‌های سه تا از سرعت‌های قبل (i) و پس (f) از برخورد، نشان داده شده‌اند $v_{Ai} = ۵/۵\ m/s$، $v_{Bi} = ۲/۵\ m/s$ و $v_{Bf} = ۴/۹\ m/s$ است. الف) اندازه ب) جهت (به طرف چپ یا راست) سرعت $\vec{v}_{Af}$ چیست؟ ج) آیا برخورد، کشسان است؟



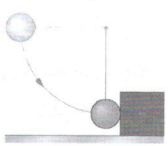
شکل ۹-۶۴ مساله‌ی ۶۰

۶۱) چهارچرخه‌ای به جرم g ۳۴۰ بر روی مسیر مستقیم بدون اصطکاکی با اندازه‌ی سرعت اولیه‌ی m/s ۱٫۲ حرکت می‌کند و با چهارچرخه‌ی ساکنی به طور کشسان، برخورد می‌کند. پس از برخورد، چهارچرخه‌ی اولی در همان جهت با سرعت m/s ۰٫۶۶ به حرکتش، ادامه می‌دهد. الف) جرم چهارچرخه‌ی دوم ب) اندازه‌ی سرعت آن پس از برخورد چه قدر است؟ ج) اندازه‌ی سرعت مرکز جرم مجموعه‌ی دو چهارچرخه را به دست آورید.

• ۶۲) دو کره‌ی تیتانیمی با اندازه‌ی سرعت‌های یکسان به صورت رو در رو، نزدیک می‌شوند و به طور کشسان، برخورد می‌کنند. پس از برخورد، یکی از کره‌ها به جرم g ۳۰۰ می‌ایستد. الف) جرم کره‌ی دیگر چه قدر است؟ ب) اگر اندازه‌ی سرعت اولیه‌ی هر یک از کره‌ها m/s ۲٫۰۰ باشد اندازه‌ی سرعت مرکز جرم دستگاه دو کره را به دست آورید.

•• ۶۳) قطعه‌ی ۱ به جرم m_1 در یک بعد و در امتداد سطح بدون اصطکاک می‌لغزد و با قطعه‌ی ساکن ۲ به جرم $m_2 = ۳m_1$ برخورد کشسان می‌کند. قبل از برخورد، اندازه‌ی سرعت مرکز جرم دستگاه دو قطعه، برابر m/s ۳٫۰۰ است. پس از برخورد، اندازه‌ی سرعت الف) مرکز جرم ب) قطعه‌ی ۲ چه قدر است؟

•• ۶۴) توپ فولادی به جرم kg ۰٫۵۰۰ به انتهای نخی با طول cm ۷۰٫۰ بسته شده و انتهای دیگر نخ، ثابت است. وقتی نخ به طور افقی، قرار دارد توپ، رها می‌شود (شکل ۹-۶۵). در پایین نقطه‌ی مسیر حرکت، توپ به قطعه‌ی فولادی ساکن با جرم kg ۲٫۵ برخورد می‌کند که بر روی سطح بدون اصطکاک، قرار دارد. برخورد کشسان است. درست پس از برخورد الف) اندازه‌ی سرعت توپ ب) اندازه‌ی سرعت قطعه را به دست آورید.

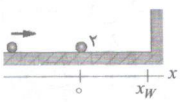

شکل ۹-۶۵ مساله‌ی ۶۴

•• ۶۵) جسمی به جرم kg ۲٫۰ با جسم ساکن دیگری، برخورد کشسان می‌کند و در همان جهت اولیه ولی با $\frac{1}{4}$ اندازه‌ی سرعت اولیه به حرکتش، ادامه می‌دهد. الف) جرم جسم دیگر چه قدر است؟ ب) اگر اندازه‌ی سرعت اولیه‌ی جسم kg ۲٫۰، برابر m/s ۴٫۰ باشد اندازه‌ی سرعت مرکز جرم دستگاه دو جسم را به دست آورید.

•• ۶۶) قطعه‌ی ۱ با جرم m_1 و اندازه‌ی سرعت m/s ۴٫۰ در امتداد محور x بر روی سطح بدون اصطکاک می‌لغزد و با قطعه‌ی ساکن ۲ به جرم

$m_۲ = ۰/۴۰ m_۱$ برخورد کشسان یک بعدی می‌کند. سپس هر دو قطعه به ناحیه‌ای می‌لغزند که ضریب اصطکاک جنبشی آن ۰/۵۰ است و در آن جا می‌ایستند. الف) قطعه‌ی ۱ ب) قطعه‌ی ۲ چه مسافتی را در این ناحیه می‌لغزد؟

•• ۶۷) در شکل ۹-۶۶، ذره‌ی ۱ به جرم $m_۱ = ۰/۳۰\ kg$ در امتداد محور x بر روی سطح بدون اصطکاک با اندازه‌ی سرعت $۲/۰\ m/s$ به طرف راست می‌لغزد. وقتی به مکان $x = ۰$ می‌رسد برخورد کشسان یک بعدی با ذره‌ی ساکن ۲ به جرم $m_۲ = ۰/۴۰\ kg$ انجام می‌دهد. وقتی ذره‌ی ۲ به دیواری در $x_W = ۷۰\ cm$ می‌رسد پس از برخورد با دیوار، بدون کاهش اندازه‌ی سرعت برمی‌گردد. در کدام نقطه بر روی محور x، ذره‌ی ۲ با ذره‌ی ۱ برخورد می‌کند؟

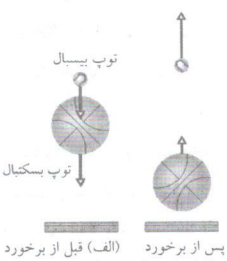


شکل ۹-۶۶ مسأله‌ی ۶۷.

•• ۶۸) در شکل ۹-۶۷، قطعه‌ی ۱ به جرم $m_۱$ از حال سکون، شروع به حرکت می‌کند و در امتداد سطح شیبدار بدون اصطکاک از ارتفاع $h = ۲/۵۰\ m$ به طرف پایین می‌لغزد و سپس با قطعه‌ی ساکن ۲ به جرم $m_۲ = ۲/۰۰ m_۱$ برخورد می‌کند. پس از برخورد، قطعه‌ی ۲ وارد ناحیه‌ای می‌شود که ضریب اصطکاک جنبشی $\mu_k = ۰/۵۰۰$ است و پس از طی مسافت d می‌ایستد. اگر الف) برخورد، کشسان باشد ب) برخورد، غیر کشسان کامل باشد مسافت d را به دست آورید.

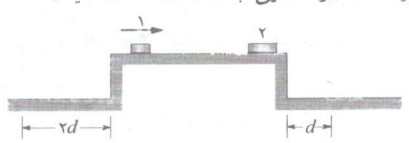
شکل ۹-۶۷ مسأله‌ی ۶۸.

••• ۶۹) توپ کوچکی به جرم m در بالای توپ بزرگ‌تری به جرم $M = ۰/۶۳\ kg$ قرار دارد (مثل توپ بیسبال و توپ بسکتبال شکل ۹-۶۸ الف با فاصله‌ی کم) و هر دو توپ به طور هم‌زمان از ارتفاع $h = ۱/۸\ m$ رها می‌شوند. (فرض کنید شعاع توپ‌ها در مقایسه با h ناچیز است.) الف) اگر توپ بزرگ‌تر پس از برخورد کشسان با زمین بجهد و توپ کوچک‌تر پس از برخورد کشسان با توپ بزرگ‌تر بجهد مقدار m چه قدر باشد تا توپ بزرگ‌تر پس از برخورد با توپ کوچک‌تر بایستد؟ ب) بیشینه ارتفاع توپ کوچک‌تر چه قدر است (شکل ۹-۶۸ ب)؟



شکل ۹-۶۸ مسأله‌ی ۶۹.

••• ۷۰) در شکل ۹-۶۹، گوی ۱ به جرم $m_۱ = ۰/۲۰\ kg$ در امتداد میز بدون اصطکاک می‌لغزد و با گوی ساکن ۲ برخورد کشسان یک بعدی می‌کند. سپس گوی ۲ از لبه‌ی میز، پرتاب می‌شود و در فاصله‌ی d از پایه‌ی میز به زمین، برخورد می‌کند. پس از برخورد، گوی ۱ برمی‌گردد و از لبه‌ی دیگر میز، پرتاب می‌شود و در فاصله‌ی $۲d$ از پایه‌ی میز به زمین، برخورد می‌کند. جرم گوی ۲ چه قدر است؟ (**راهنمایی**: به علامت‌ها دقت کنید.)



شکل ۹-۶۹ مسأله‌ی ۷۰.

بخش ۹-۸ برخورد در دو بعد

•• ۷۱) در شکل ۹-۲۱، ذره‌ی پرتابی ۱، ذره‌ی آلفا و ذره‌ی هدف ۲، هسته‌ی اکسیژن است. ذره‌ی α تحت زاویه‌ی $\theta_۱ = ۶۴/۰^\circ$ پراکنده شده و هسته‌ی اکسیژن با اندازه‌ی سرعت $۱/۲۰ \times ۱۰^۵\ m/s$ تحت زاویه‌ی $\theta_۲ = ۵۱۰/۰^\circ$ پس زده می‌شود. بر حسب یکاهای جرم اتمی، جرم ذره‌ی آلفا u ۴/۰۰ و جرم هسته‌ی اکسیژن u ۱۶/۰ است. اندازه‌ی سرعت الف) نهایی ب) اولیه‌ی ذره‌ی آلفا را به دست آورید.

•• ۷۲) توپ B در جهت مثبت محور x با اندازه‌ی سرعت v حرکت می‌کند و با توپ ساکن A واقع در مبدا برخورد می‌کند. جرم‌های A و B متفاوت هستند. پس از برخورد، B با اندازه‌ی سرعت $v/۲$ در جهت منفی محور y حرکت می‌کند. الف) A در چه جهتی حرکت می‌کند؟ ب) نشان دهید با اطلاعات داده شده نمی‌توان اندازه‌ی سرعت A را به دست آورد.

•• ۷۳) دو جسم با جرم‌ها و اندازه‌ی سرعت‌های اولیه‌ی یکسان، پس از برخورد غیر کشسان کامل با نصف اندازه‌ی سرعت اولیه‌شان با هم حرکت می‌کنند. زاویه‌ی بین سرعت‌های اولیه‌ی دو جسم را به دست آورید.

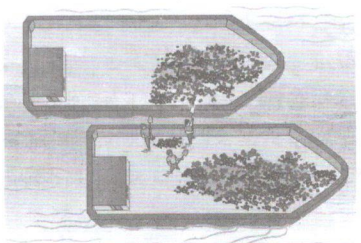
•• ۷۴) دو جسم $۲/۰\ kg$، A و B برخورد می‌کنند. سرعت‌های قبل از برخورد آن‌ها $\vec{v}_A = (۱۵\hat{i} + ۳۰\hat{j})\ m/s$ و $\vec{v}_B = (-۱۰\hat{i} + ۵/۰\hat{j})\ m/s$ است. پس از برخورد $\vec{v}'_A = (-۵/۰\hat{i} + ۲۰\hat{j})\ m/s$ است. الف) سرعت نهایی B ب) تغییر انرژی جنبشی کل (با در نظر گرفتن علامت) را به دست آورید.

•• ۷۵) پروتون پرتابی با اندازه‌ی سرعت $۵۰۰\ m/s$ به طور کشسان با پروتون هدف ساکن، برخورد می‌کند. سپس هر دو پروتون در امتداد مسیرهای عمود بر هم حرکت می‌کنند پروتون پرتابی با مسیر اولیه‌اش، زاویه‌ی ۶۰° می‌سازد. پس از برخورد، اندازه‌ی سرعت الف) پروتون هدف ب) پروتون پرتابی چه قدر است؟

بخش ۹-۹ دستگاه‌هایی با جرم متغیر: موشک

• ۷۶) کاوشگر فضایی $۶۰۹۰\ kg$ با اندازه‌ی سرعت $۱۰۵\ m/s$ نسبت به خورشید به طرف سیاره‌ی مشتری، حرکت می‌کند. موتورهای آن روشن شده و $۸۰/۰\ kg$ گازهای خروجی با اندازه‌ی سرعت $۲۵۳\ m/s$ نسبت به کاوشگر، خارج می‌شوند. سرعت نهایی کاوشگر را به دست آورید.

• ۷۷) در شکل ۹-۷۰، دو قایق دراز در یک جهت در آب آرام، یکی با اندازه‌ی سرعت $۱۰\ km/h$ و دیگری با اندازه‌ی سرعت $۲۰\ km/h$ حرکت می‌کنند. وقتی از کنار هم می‌گذرند زغال‌سنگ با آهنگ $۱۰۰۰\ kg/min$ از قایق کندتر به قایق سریع‌تر، ریخته می‌شود. چه مقدار نیروی اضافی توسط موتورهای الف) قایق سریع‌تر ب) قایق کندتر، تامین شود تا اندازه‌ی سرعت آن‌ها تغییر نکند؟ فرض کنید جهت ریخته شدن زغال سنگ در امتداد حرکت قایق‌ها نیست و اصطکاک بین قایق‌ها و آب به جرم آن‌ها بستگی ندارد.



شکل ۹-۷۰ مسأله‌ی ۷۷.

• ۷۸) موشکی را در عمق فضا در نظر بگیرید که نسبت به چارچوب مرجع لخت، ساکن است. قرار است موتور موشک برای بازه‌ی زمانی معینی، روشن شود. اگر اندازه‌ی سرعت اولیه‌ی موشک نسبت به چارچوب لخت الف) برابر اندازه‌ی سرعت گازهای خروجی (اندازه‌ی سرعت گازهای خروجی نسبت به

موشک) ب) ۲/۰ برابر اندازه‌ی سرعت گازهای خروجی باشد در این بازه‌ی زمانی، نسبت جرم موشک (نسبت جرم نهایی به اولیه) چه قدر است؟

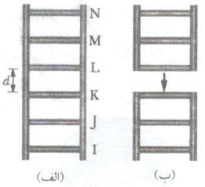
• ۷۹) موشکی در عمق فضا قرار دارد و در ابتدا نسبت به چارچوب مرجع لخت، ساکن و دارای جرم $2/55\times10^5\ kg$ است که $1/81\times10^5\ kg$ از جرم آن، سوخت است. سپس موتور موشک به مدت $250\ s$ روشن می‌شود و سوخت با آهنگ $480\ kg/s$ مصرف می‌شود. اندازه‌ی سرعت گازهای خروجی نسبت به موشک $3/27\ km/s$ است. الف) نیروی پیشران موشک چه قدر است؟ پس از $250\ s$ ب) جرم ج) اندازه‌ی سرعت موشک چه قدر است؟

مسائل اضافی

۸۰) جسمی، توسط ایستگاه رادار، ردیابی می‌شود و بردار مکان آن به صورت $\vec{r}=(3500-16t^2)\,\hat{i}+2700\,\hat{j}+300\,\hat{k}$ است $\vec{r}$ بر حسب متر و t بر حسب ثانیه است. محور x ایستگاه رادار به طرف شرق، محور y آن به طرف شمال و محور z آن به طرف بالا است. اگر جسم، ماهواره‌ی هواشناسی به جرم $250\ kg$ باشد الف) تکانه‌ی خطی ب) جهت حرکت ج) نیروی برآیند وارد بر آن را به دست آورید.

۸۱) مرحله‌ی آخر موشک متحرک با اندازه‌ی سرعت $7600\ m/s$ شامل دو قسمت است که به هم وصل شده‌اند: بدنه‌ی موشک با جرم $290/0\ kg$ و اتاقک بار با جرم $150/0\ kg$. در لحظه‌ی جدایی، فنر فشرده شده‌ای، باعث می‌شود دو قسمت با اندازه‌ی سرعت $910/0\ m/s$ نسبت به هم جدا شوند. الف) درست پس از جدا شدن آن‌ها اندازه‌ی سرعت بدنه ب) اتاقک بار چه قدر است؟ فرض کنید سرعت‌ها در یک امتداد هستند. انرژی جنبشی دو قسمت را ج) قبل د) پس از جدا شدن به دست آورید. هـ) علت اختلاف این دو حالت را توضیح دهید.

۸۲) ریزش ساختمان بلند. در شکل ۹-۷۱ الف، مقطع یک ساختمان بلند، نشان داده شده است زیرساخت طبقه‌ی K باید وزن W تمام طبقات بالاتر را تحمل کند. معمولا زیرساخت بر اساس ضریب ایمنی s طوری تعریف می‌شود که حتی نیروی رو به پایین بزرگتر از sW را تحمل کند. اگر ستون‌های بین K و L ناگهان بریزند و وزن طبقات بالاتر با هم بر روی طبقه‌ی K سقوط کنند (شکل ۹-۷۱ ب) نیروی برخورد، بیشتر از sW می‌شود و پس از زمان کوتاهی، طبقه‌ی K بر روی طبقه‌ی J می‌ریزد و سپس طبقه‌ی J بر روی طبقه‌ی I می‌ریزد و ادامه می‌یابد تا به زمین برسد. فرض کنید فاصله‌ی طبقات $d=4/0\ m$ است و جرم یکسانی دارند. همچنین فرض کنید وقتی که طبقات بالا بر روی K سقوط آزاد می‌کنند زمان برخورد $1/5\ ms$ است. تحت این شرایط ساده، مقدار ضریب ایمنی s چه قدر باشد تا از ریزش ساختمان، جلوگیری کند؟

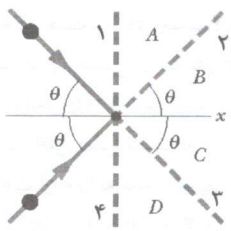


شکل ۹-۷۱ مساله‌ی ۸۲.

۸۳) نسبی، کلمه‌ی مهمی است. در شکل ۹-۷۲، قطعه‌ی L به جرم $m_L=1/00\ kg$ و قطعه‌ی R به جرم $m_R=0/500\ kg$ در حالی، کنار هم هستند که فنر فشرده‌ای، بین آن‌ها قرار دارد. وقتی قطعه‌ها رها می‌شوند فنر، آن‌ها را در دو جهت مخالف، هل می‌دهد و بر روی سطح بدون اصطکاک می‌لغزند. (جرم فنر، ناچیز است و فنر پس از حرکت قطعه‌ها بر روی سطح می‌افتد.) الف) اگر فنر به قطعه‌ی L، اندازه‌ی سرعت $1/20\ m/s$ نسبت به زمین بدهد قطعه‌ی R در مدت $0/800\ s$ بعدی چه مسافتی را می‌پیماید؟ ب) اگر اندازه‌ی سرعت قطعه‌ی L نسبت به اندازه‌ی سرعت قطعه‌ی R، برابر $1/20\ m/s$ باشد قطعه‌ی R در مدت $0/800\ s$ بعدی چه مسافتی را می‌پیماید؟

شکل ۹-۷۲ مساله‌ی ۸۳.

۸۴) شکل ۹-۷۳، نمای بالا از دو ذره را نشان می‌دهد که با سرعت ثابت بر روی سطح بدون اصطکاک می‌لغزند. ذرات، دارای جرم‌های یکسان و اندازه‌ی سرعت‌های اولیه‌ی $4/00\ m/s$ هستند و در محل تقاطع مسیرها برخورد می‌کنند. محور x بر نیمساز مسیرهای اولیه‌ی آن‌ها قرار دارد و $\theta=40/0^\circ$ است. ناحیه‌ی طرف راست برخورد، توسط محور x و چهار پاره خط نقطه‌چین شماره‌دار به چهار قسمت تقسیم شده که هر قسمت، برچسب زده شده است. اگر برخورد الف) غیر کشسان کامل ب) کشسان ج) غیر کشسان باشد ذرات در کدام ناحیه یا در امتداد کدام پاره خط حرکت می‌کنند؟ اگر برخورد د) غیر کشسان کامل هـ) کشسان باشد اندازه‌ی سرعت‌های نهایی دو ذره را به دست آورید.

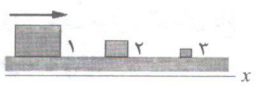


شکل ۹-۷۳ مساله‌ی ۸۴.

۸۵) کاهنده‌ی اندازه‌ی سرعت. در شکل ۹-۷۴، قطعه‌ی ۱ به جرم m_1 در امتداد محور x بر روی سطح بدون اصطکاک با اندازه‌ی سرعت $v_{1i}=4/00\ m/s$ می‌لغزد. سپس برخورد کشسان یک بعدی با قطعه‌ی ساکن ۲ به جرم $m_2=2/00\,m_1$ انجام می‌دهد. سپس قطعه‌ی ۲ برخورد کشسان یک بعدی با قطعه‌ی ساکن ۳ به جرم $m_3=2/00\,m_2$ انجام می‌دهد. الف) پس از برخورد، اندازه‌ی سرعت قطعه‌ی ۳ چه قدر است؟ ب) اندازه‌ی سرعت ج) انرژی جنبشی د) تکانه‌ی خطی قطعه‌ی ۳ نسبت قطعه‌ی ۱، بزرگتر یا کوچکتر و یا مساوی مقادیر اولیه‌ی قطعه‌ی ۱ است؟

شکل ۹-۷۴ مساله‌ی ۸۵.

۸۶) افزاینده‌ی اندازه‌ی سرعت. در شکل ۹-۷۵، قطعه‌ی ۱ به جرم m_1 در امتداد محور x بر روی سطح بدون اصطکاک با اندازه‌ی سرعت $v_{1i}=4/00\ m/s$ می‌لغزد سپس برخورد کشسان یک بعدی با قطعه‌ی ساکن ۲ به جرم $m_2=0/500\,m_1$ انجام می‌دهد نهایتا قطعه‌ی ۲ برخورد کشسان یک بعدی با قطعه‌ی ساکن ۳ به جرم $m_3=0/500\,m_2$ انجام می‌دهد. الف) پس از برخورد، اندازه‌ی سرعت قطعه‌ی ۳ چه قدر است؟ ب) اندازه‌ی سرعت ج) انرژی جنبشی د) تکانه‌ی خطی قطعه‌ی ۳ نسبت به قطعه‌ی ۱ بزرگتر یا کوچکتر و یا مساوی مقادیر اولیه‌ی قطعه‌ی ۱ است؟



شکل ۹-۷۵ مساله‌ی ۸۶.

۸۷) توپی به جرم $150\ g$ با اندازه‌ی سرعت $5/2\ m/s$ به دیواری، برخورد می‌کند و با 50% انرژی جنبشی اولیه از دیوار برمی‌گردد. الف) اندازه‌ی سرعت توپ درست پس از جهش ب) اندازه‌ی ضربه‌ی وارد بر دیوار از طرف توپ چه قدر است؟ ج) اگر توپ به مدت $7/6\ ms$ با دیوار در تماس باشد در این مدت، نیروی متوسط وارد بر توپ از طرف دیوار چه قدر است؟

۸۸) فضاپیمایی در اثر انفجار به دو قسمت، تقسیم می‌شود جرم آن‌ها $1200\ kg$ و $1800\ kg$ و اندازه‌ی ضربه‌ی وارد بر هر قسمت $300\ N\cdot s$ است. در اثر انفجار، اندازه‌ی سرعت نسبی این دو قطعه نسبت به هم چه قدر است؟

۸۹) خودروی $1400\ kg$ با سرعت $5/3\ m/s$ ابتدا به طرف شمال در امتداد مثبت محور y حرکت می‌کند. سپس در مدت $4/6\ s$ یک دور 90° به طرف راست، انجام می‌دهد و با درختی، برخورد می‌کند و پس از $350\ m/s$ می‌ایستد. ضربه‌ی وارد بر خودرو الف) ناشی از دور زدن ب) ناشی از برخورد را بر حسب بردارهای یکه به دست آورید. اندازه‌ی نیروی متوسط وارد بر خودرو ج) ناشی از دور زدن د) ناشی از برخورد چه قدر است؟ هـ) جهت نیروی متوسط را در طول دور زدن به دست آورید.

۹۰) یک هسته‌ی رادیواکتیو خاص (مادر) با گسیل یک الکترون و یک نوترینو به یک هسته‌ی دیگر (دختر) تبدیل می‌شود. هسته‌ی مادر در مبدا دستگاه مختصات xy ساکن است. الکترون با تکانه‌ی خطی $(-1/2\times10^{-22}\ kg\cdot m/s)\hat{i}$ و نوترینو با تکانه‌ی خطی $(-6/4\times10^{-23}\ kg\cdot m/s)\hat{j}$ از مبدا دور می‌شوند. الف) اندازه ب) جهت تکانه‌ی خطی هسته‌ی دختر چیست؟ ج) اگر جرم هسته‌ی دختر $5/8\times10^{-26}\ kg$ باشد انرژی جنبشی آن چه قدر است؟

۹۱) شخص $75\ kg$ بر ارابه‌ی $39\ kg$ سوار است که با سرعت $2/3\ m/s$ حرکت می‌کند. او با سرعت افقی صفر، نسبت به زمین، بیرون می‌پرد. با در نظر گرفتن علامت، تغییر سرعت ارابه را به دست آورید.

۹۲) دو قطعه به جرم‌های $1/0\ kg$ و $3/0\ kg$ توسط فنری به هم وصل شده‌اند و بر روی سطح بدون اصطکاک، ساکن هستند. به آن‌ها سرعت داده می‌شود تا به طرف هم بروند به طوری که سرعت قطعه‌ی $1/0\ kg$، برابر $1/7\ m/s$ به طرف مرکز جرم است و مرکز جرم، ثابت می‌ماند اندازه‌ی سرعت اولیه‌ی قطعه‌ی دیگر را به دست آورید.

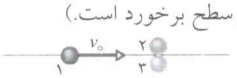
۹۳) واگن باری به جرم $3/18\times10^{4}\ kg$ با واگن ساکن دیگری، برخورد می‌کند و به هم می‌چسبند. 27% انرژی جنبشی اولیه‌ی آن‌ها به انرژی‌های گرمایی، صوتی، نوسانی و غیره، تبدیل می‌شود. جرم واگن دوم را به دست آورید.

۹۴) یک کریسلر قدیمی به جرم $2400\ kg$ در امتداد جاده‌ی مستقیم با سرعت $80\ km/h$ حرکت می‌کند. فورد به جرم $1600\ kg$ با سرعت $60\ km/h$ آن را تعقیب می‌کند. سرعت مرکز جرم دو خودروی متحرک را به دست آورید.

۹۵) در شکل ۹-۲۱، توپ بیلیارد ۱ با اندازه‌ی سرعت $2/2\ m/s$ حرکت می‌کند و برخورد مایل با توپ بیلیارد ساکن ۲ انجام می‌دهد. پس از برخورد، توپ ۲ با اندازه‌ی سرعت $1/1\ m/s$ تحت زاویه‌ی $\theta_2=60^\circ$ حرکت می‌کند. پس از برخورد الف) اندازه ب) جهت سرعت توپ ۱ چیست؟ ج) داده‌های مساله، نشان دهنده‌ی برخورد کشسان است یا غیر کشسان؟

۹۶) موشکی با اندازه‌ی سرعت $6/0\times10^{3}\ m/s$ از منظومه‌ی شمسی، دور می‌شود. سپس موتورهایش را روشن کرده و گازهای داغ با اندازه‌ی سرعت $3/0\times10^{3}\ m/s$ نسبت به موشک، خارج می‌شوند. در این لحظه، جرم موشک $4/0\times10^{4}\ kg$ و شتاب آن $2/0\ m/s^2$ است. الف) نیروی پیشران موتور چه قدر است؟ ب) هنگام روشن بودن موتور، گازهای داغ با چه آهنگی بر حسب کیلوگرم بر ثانیه، خارج می‌شوند؟

۹۷) شکل ۹-۷۶، نمای بالا از سه توپ یکسان را نشان می‌دهد. توپ‌های ۲ و ۳ در تماس با یکدیگر و عمود بر مسیر توپ ۱ قرار دارند. توپ ۱ با اندازه‌ی سرعت $v_0=10\ m/s$ به طرف نقطه‌ی تماس توپ‌های ۲ و ۳ حرکت می‌کند. پس از برخورد الف) اندازه ب) جهت سرعت توپ ۲ ج) اندازه د) جهت سرعت توپ ۳ هـ) اندازه و) جهت سرعت توپ ۱ را به دست آورید. (راهنمایی: در غیاب اصطکاک، هر ضربه در امتداد خط واصل مرکز دو توپ برخورد کننده و عمود بر سطح برخورد است.)



شکل ۹-۷۶ مساله‌ی ۹۷.

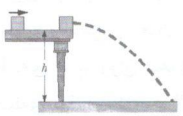
۹۸) توپ $0/15\ kg$ با سرعت $(5/00\ m/s)\hat{i}+(6/50\ m/s)\hat{j}+(4/00\ m/s)\hat{k}$ به دیواری، برخورد می‌کند و سپس با سرعت $(2/00\ m/s)\hat{i}+(3/50\ m/s)\hat{j}+(-3/20\ m/s)\hat{k}$ از دیوار برمی‌گردد. الف) تغییر تکانه‌ی خطی توپ ب) ضربه‌ی وارد بر توپ ج) ضربه‌ی وارد بر دیوار را به دست آورید.

۹۹) در شکل ۹-۷۷، دو ظرف مشابه حاوی شکر، توسط نخی به هم وصل شده‌اند که از روی قرقره‌ی بدون اصطکاک، عبور کرده است. جرم نخ و قرقره، ناچیز است. جرم هر ظرف و شکر داخل آن $500\ g$ و فاصله‌ی مراکز ظرف‌ها از هم $50\ mm$ است و ظرف‌ها در ارتفاع یکسانی، ثابت هستند. فاصله‌ی افقی بین مرکز ظرف ۱ و مرکز جرم دستگاه دو ظرف الف) در ابتدا ب) پس از انتقال $20\ g$ شکر از ظرف ۱ به ظرف ۲ چه قدر است؟ پس از انتقال شکر و رها شدن ظرف‌ها مرکز جرم ج) در چه جهتی د) با چه شتابی، حرکت می‌کند؟

شکل ۹-۷۷ مساله‌ی ۹۹.

۱۰۰) در بازی بیلیارد، توپ اصلی با توپ ساکن دیگری با همان جرم، برخورد می‌کند. پس از برخورد، توپ اصلی با سرعت $3/50\ m/s$ در امتداد خطی تحت زاویه‌ی $22/0^\circ$ با راستای اولیه، حرکت می‌کند و اندازه‌ی سرعت توپ دوم $2/00\ m/s$ است. الف) زاویه بین جهت حرکت توپ دوم و جهت حرکت اولیه‌ی توپ اصلی ب) اندازه‌ی سرعت اولیه‌ی توپ اصلی را به دست آورید. ج) آیا انرژی جنبشی (مرکز جرم، بدون در نظر گرفتن غلتش) پایسته است؟

۱۰۱) در شکل ۹-۷۸، جعبه‌ی $3/2\ kg$ بر روی سطح بدون اصطکاک میزی می‌لغزد و با جعبه‌ی $2/0\ kg$ ساکن در لبه‌ی میز، برخورد می‌کند. ارتفاع سطح میز $h=0/40\ m$ و اندازه‌ی سرعت جعبه‌ی $3/2\ kg$ درست قبل از برخورد $3/0\ m/s$ است. اگر دو جعبه به هم بچسبند انرژی جنبشی آن‌ها درست قبل از برخورد با زمین چه قدر است؟



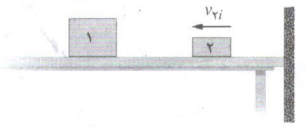
شکل ۹-۷۸ مساله‌ی ۱۰۱.

۱۰۲) در شکل ۹-۷۹، شخص $80\ kg$ از نردبان متصل به بالونی با جرم $320\ kg$ (شامل جرم سبد- مسافر درون آن) آویزان است. ابتدا بالون، نسبت به زمین، ساکن است. اگر شخص آویزان با سرعت $2/5\ m/s$ نسبت به نردبان، بالا برود الف) اندازه ب) جهت اندازه‌ی سرعت بالون چیست؟ ج) اگر شخص بایستد اندازه‌ی سرعت حرکت بالون چه قدر می‌شود؟

شکل ۹-۷۹ مساله‌ی ۱۰۲.

۱۰۳) در شکل ۹-۸۰، قطعه‌ی ساکن ۱ به جرم $m_1=6/6\ kg$ بر روی سطح بدون اصطکاک طویل در مقابل دیواری، قرار دارد. قطعه‌ی ۲ به جرم m_2 بین قطعه‌ی ۱ و دیوار، قرار دارد و با اندازه‌ی سرعت v_{2i} به طرف چپ به طرف قطعه‌ی ۱ می‌رود. جرم m_2 را طوری به دست آورید که پس از این که

قطعه‌ی ۲ با قطعه‌ی ۱ و دیوار هر کدام یک بار برخورد کرده، سرعت دو قطعه با هم برابر باشند. فرض کنید تمام برخوردها کشسان است. (برخورد با دیوار، اندازه‌ی سرعت قطعه‌ی ۲ را تغییر نمی‌دهد.)



شکل ۹-۸۰ مساله‌ی ۱۰۳.

۱۰۴) در یک فیلم حادثه‌ای، خودروی کوچک مسابقه (به جرم $۱۵۰۰\ kg$ و طول $۳/۰\ m$) در امتداد قایقی با عرشه‌ی مسطح (به جرم $۴۰۰۰\ kg$ و طول $۱۴\ m$) از یک انتها تا انتهای دیگر، شتاب می‌گیرد و در آن‌جا با پرش از روی شکاف بین قایق و اسکله (در ارتفاع پایین‌تر) بر روی اسکله، فرود می‌آید. شما ناظر فنی فیلم هستید. مطابق شکل ۹-۸۱ ابتدا قایق با اسکله در تماس است قایق می‌تواند بدون مقاومت قابل توجهی بر روی آب، سر بخورد جرم‌های قایق و خودرو را می‌توان یکنواخت در نظر گرفت. عرض شکاف را وقتی به دست آورید که خودرو در حال پرش است.

شکل ۹-۸۱ مساله‌ی ۱۰۴.

۱۰۵) جسم $۳/۰\ kg$ با سرعت $۸/۰\ m/s$ در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند و برخورد کشسان یک بعدی با جسم ساکنی به جرم M انجام می‌دهد. پس از برخورد، جسم M با سرعت $۶/۰\ m/s$ در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. جرم M چه قدر است؟

۱۰۶) واگن مسطح $۲۱۴۰\ kg$ که می‌تواند با اصطکاک ناچیز، حرکت کند در کنار سکویی، ساکن است. کشتی‌گیر سامورایی $۲۴۲\ kg$ با سرعت $۵/۳\ m/s$ در امتداد سکو (موازی خط آهن) می‌دود و سپس بر روی واگن می‌پرد. اگر الف) شخص بر روی آن بایستد ب) شخص در همان جهت اولیه با سرعت $۵/۳\ m/s$ نسبت به واگن بدود ج) شخص، دور بزند و با سرعت $۵/۳\ m/s$ در خلاف جهت اولیه بر روی واگن بدود اندازه‌ی سرعت واگن چه قدر است؟

۱۰۷) موشک $۶۱۰۰\ kg$ برای پرتاب قائم بر روی زمین، نصب شده است. اگر اندازه‌ی سرعت خروج گاز $۱۲۰۰\ m/s$ باشد در هر ثانیه چه قدر گاز از موشک، خارج شود تا نیروی پیشران آن الف) برابر اندازه‌ی نیروی گرانش وارد بر آن شود؟ ب) شتاب اولیه‌ی $۲۱\ m/s^۲$ رو به بالا به موشک بدهد؟

۱۰۸) اتاقک سوخت $۵۰۰/۰\ kg$ به شاتل $۴۰۰/۰\ kg$ وصل است و با سرعت $۱۰۰۰\ m/s$ نسبت به فضاپیمای ساکن، حرکت می‌کنند. انفجار کوچک، باعث می‌شود تا اتاقک با اندازه‌ی سرعت $۱۰۰/۰\ m/s$ به طرف عقب نسبت به اندازه‌ی سرعت جدید شاتل، حرکت کند و جدا شود. از دید ناظر داخل فضاپیما در اثر انفجار، انرژی جنبشی اتاقک و شاتل با چه کسری افزایش می‌یابد؟

۱۰۹) الف) مرکز جرم دستگاه زمین- ماه در چه فاصله‌ای از مرکز زمین قرار دارد؟ (در پیوست ج، جرم ماه و زمین و فاصله‌ی آن‌ها از هم وجود دارد.) ب) چه کسری از شعاع زمین، برابر این فاصله است؟

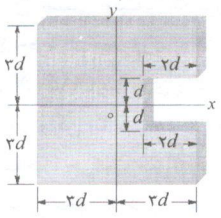
۱۱۰) توپ $۱۴۰\ g$ با اندازه‌ی سرعت $۷/۸\ m/s$ به طور قائم به دیواری، برخورد کرده و با همان اندازه‌ی سرعت و در خلاف جهت برمی‌گردد. برخورد به مدت $۳/۸۰\ ms$ رخ می‌دهد. اندازه‌ی الف) ضربه ب) نیروی متوسط وارد بر دیوار از طرف توپ در طول برخورد کشسان چه قدر است؟

۱۱۱) سورتمه‌ی موشکی به جرم $۲۹۰۰\ kg$ با سرعت $۲۵۰\ m/s$ بر روی مجموعه‌ی ریل‌ها حرکت می‌کند. در یک نقطه‌ی معین، ملاقه‌ای درون باریکه‌ای از آب بین ریل‌ها فرو رفته و شروع به پر کردن مخزن خالی سورتمه می‌کند. با استفاده از اصل پایستگی تکانه‌ی خطی، اندازه‌ی سرعت سورتمه را پس از ورود $۹۲۰\ kg$ آب به مخزن به دست آورید. از نیروی مخالف وارد بر ملاقه، صرف‌نظر کنید.

۱۱۲) تفنگی در هر ثانیه، ۱۰ گلوله‌ی $۲/۰\ g$ را با اندازه‌ی سرعت $۵۰۰\ m/s$ شلیک می‌کند. گلوله‌ها توسط دیوار صلب، متوقف می‌شوند. الف) اندازه‌ی تکانه‌ی خطی هر گلوله ب) انرژی جنبشی هر گلوله ج) اندازه‌ی نیروی متوسط وارد بر دیوار، توسط جریان گلوله‌ها را به دست آورید. د) اگر هر گلوله به مدت $۰/۶۰\ ms$ با دیوار در تماس باشد در طول این تماس، اندازه‌ی نیروی متوسط وارد بر دیوار از طرف هر گلوله چه قدر است؟ هـ) چرا این نیروی متوسط با نیروی متوسط قسمت ج، متفاوت است؟

۱۱۳) واگن قطار باری با اندازه‌ی سرعت ثابت $۳/۲۰\ m/s$ از زیر بالابر گندم می‌گذرد. دانه‌ها با آهنگ $۵۴۰\ kg/min$ به درون واگن می‌ریزند. اگر اصطکاک، ناچیز باشد اندازه‌ی نیروی لازم برای حرکت واگن با اندازه‌ی سرعت ثابت چه قدر است؟

۱۱۴) شکل ۹-۸۲ صفحه‌ی مربعی یکنواخت با ضلع $۶d = ۶/۰\ m$ را نشان می‌دهد که از داخل آن، یک قطعه‌ی مربعی به ضلع $۲d$ برداشته شده است. الف) مختصه‌ی x ب) مختصه‌ی y مرکز جرم قسمت باقی‌مانده را به دست آورید.



شکل ۹-۸۲ مساله‌ی ۱۱۴.

۱۱۵) در لحظه‌ی $t = ۰$ نیروی $\vec{F}_۱ = (-۴/۰۰\hat{i} + ۵/۰۰\hat{j})\ N$ به ذره‌ی ساکن با جرم $۲/۰۰\times۱۰^{-۳}\ kg$ و نیروی $\vec{F}_۲ = (۲/۰۰\hat{i} - ۴/۰۰\hat{j})\ N$ به ذره‌ی ساکن دیگری با جرم $۴/۰۰\times۱۰^{-۳}\ kg$ وارد می‌شوند. از لحظه‌ی $t = ۰$ تا $t = ۲/۰۰\ ms$ الف) اندازه ب) جهت (نسبت به جهت مثبت محور x) جابه‌جایی مرکز جرم دستگاه دو ذره چیست؟ ج) انرژی جنبشی مرکز جرم را در لحظه‌ی $t = ۲/۰۰\ ms$ به دست آورید.

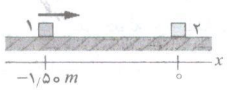
۱۱۶) دو ذره‌ی P و Q از حال سکون و به فاصله‌ی $۱/۰\ m$ از هم رها می‌شوند. P، دارای جرم $۰/۱۰\ kg$ و Q، دارای جرم $۰/۳۰\ kg$ است. P و Q یکدیگر را با نیروی ثابت $۱/۰\times۱۰^{-۲}\ N$ جذب می‌کنند. هیچ نیروی خارجی به دستگاه، وارد نمی‌شود. الف) وقتی فاصله‌ی آن‌ها از هم $۰/۵۰\ m$ است اندازه‌ی سرعت مرکز جرم P و Q چه قدر است؟ ب) در چه فاصله‌ای از مکان اولیه‌ی P، دو ذره، برخورد می‌کنند؟

۱۱۷) برخوردی، بین ذره‌ی $۲/۰۰\ kg$ با سرعت $\vec{v}_۱ = (-۴/۰۰\ m/s)\hat{i} + (-۵/۰۰\ m/s)\hat{j}$ و ذره‌ی $۴/۰۰\ kg$ با سرعت $\vec{v}_۲ = (۶/۰۰\ m/s)\hat{i} + (-۲/۰۰\ m/s)\hat{j}$ رخ می‌دهد. در اثر برخورد، دو ذره به هم وصل می‌شوند الف) سرعت آن‌ها بر حسب بردارهای یکه ب) اندازه‌ی سرعت ج) جهت سرعت را به دست آورید.

۱۱۸) در پیکربندی دو کره‌ی شکل ۹-۲۰، فرض کنید کره‌ی ۱، دارای جرم $۵۰\ g$ و ارتفاع اولیه‌ی $h_۱ = ۹/۰\ cm$ و کره‌ی ۲، دارای جرم $۸۵\ g$ است. پس از این که کره‌ی ۱ رها شد و به طور کشسان با کره‌ی ۲ برخورد کرد الف) کره‌ی ۱ ب) کره‌ی ۲ تا چه ارتفاعی، بالا می‌روند؟ پس از برخورد کشسان یک بعدی دیگر ج) کره‌ی ۱ ب) کره‌ی ۲ تا چه ارتفاعی، بالا می‌رود؟ (راهنمایی: مقادیر را گرد نکنید.)

۱۱۹) در شکل ۹-۸۳، قطعه‌ی ۱ در امتداد محور x بر روی سطح بدون اصطکاک با اندازه‌ی سرعت $۰/۷۵\ m/s$ می‌لغزد. وقتی به قطعه‌ی ساکن ۲

می‌رسد دو قطعه، برخورد کشسان انجام می‌دهند. جدول زیر، جرم، طول قطعه‌ها و مکان مراکز آن‌ها را در لحظه‌ی $t = 0$ نشان می‌دهد. مرکز جرم دستگاه دو قطعه را الف) در لحظه‌ی $t = 0$ ب) هنگام تماس دو قطعه برای اولین بار ج) در لحظه‌ی $t = 4/0\ s$ به دست آورید.



شکل ۹-۸۳ مساله‌ی ۱۱۹.

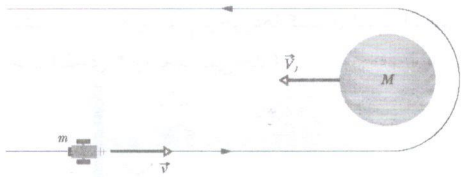
قطعه	جرم (kg)	طول (cm)	مرکز در $t = 0$
۱	۰/۲۵	۵/۰	$x = -1/50\ m$
۲	۰/۵۰	۶/۰	$x = 0$

۱۲۰) جسمی با سرعت $2/0\ m/s$ در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند و هیچ نیرویی به آن، وارد نمی‌شود. یک انفجار داخلی، جسم را به دو قسمت، تقسیم می‌کند که جرم هر یک $4/0\ kg$ است و انفجار، باعث می‌شود که انرژی جنبشی کل، $16\ J$ افزایش یابد. قسمت جلویی به حرکت در همان جهت قبلی، ادامه می‌دهد. اندازه‌ی سرعت الف) قسمت عقبی ب) قسمت جلویی را به دست آورید.

۱۲۱) الکترونی، برخورد کشسان یک بعدی با اتم هیدروژن ساکن، انجام می‌دهد. چه کسری از انرژی جنبشی اولیه‌ی الکترون به انرژی جنبشی اتم هیدروژن، تبدیل می‌شود؟ (جرم اتم هیدروژن، ۱۸۴۰ برابر جرم الکترون است.)

۱۲۲) شخصی (به وزن $915\ N$) بر روی واگن مسطح قطاری (به وزن $2415\ N$) ایستاده است و واگن با سرعت $18/2\ m/s$ در جهت مثبت محور x با اصطکاک ناچیز، حرکت می‌کند. سپس شخص با سرعت $4/00\ m/s$ در جهت منفی محور x شروع به دویدن بر روی واگن می‌کند. اندازه‌ی سرعت واگن چه قدر زیاد می‌شود؟

۱۲۳) مطابق شکل ۹-۸۴ یک کاوشگر فضایی بدون سرنشین (با جرم m و اندازه‌ی سرعت v نسبت به خورشید) به سیاره‌ی مشتری (با جرم M و اندازه‌ی سرعت V_J نسبت به خورشید) نزدیک می‌شود. فضاپیما سیاره را دور می‌زند و در جهت مخالف از آن، دور می‌شود. پس از این دور زدن که می‌توان به صورت یک برخورد، تحلیل کرد اندازه‌ی سرعت آن (بر حسب کیلومتر بر ثانیه) نسبت به خورشید چه قدر است؟ فرض کنید $v = 10/5\ km/s$ و $V_J = 13/0\ km/h$ (اندازه‌ی سرعت مداری مشتری). جرم مشتری، خیلی خیلی بزرگتر از جرم فضاپیما $(M >> m)$ است.



شکل ۹-۸۴ مساله‌ی ۱۲۳.

۱۲۴) توپ $0/550\ kg$ مستقیما بر روی سطح سیمانی می‌افتد و با اندازه‌ی سرعت $12/0\ m/s$ با آن، برخورد می‌کند و با اندازه‌ی سرعت $3/00\ m/s$ مستقیما به طرف بالا می‌جهد. محور y به طرف بالا است. بر حسب بردارهای یکه الف) تغییر تکانه‌ی توپ ب) ضربه‌ی وارد بر توپ ج) ضربه‌ی وارد بر سطح سیمانی را به دست آورید.

۱۲۵) هسته‌ی اتمی به طور ساکن در مبدا دستگاه مختصات xy قرار دارد و به سه ذره، تبدیل می‌شود. ذره‌ی ۱ به جرم $16/7\times10^{-27}\ kg$ با سرعت $(6/00\times10^{6}\ m/s)\hat{i}$ و ذره‌ی ۲ به جرم $8/35\times10^{-27}\ kg$ با سرعت $(-8/00\times10^{6}\ m/s)\hat{j}$ از مبدا دور می‌شوند. الف) تکانه‌ی خطی ذره‌ی سوم به جرم $11/7\times10^{-27}\ kg$ را بر حسب بردارهای یکه بنویسید. ب) در اثر تبدیل چه مقدار انرژی جنبشی، ایجاد شده است؟

۱۲۶) ذره‌ی ۱ به جرم $200\ g$ با اندازه‌ی سرعت $3/00\ m/s$، برخورد یک بعدی با ذره‌ی ساکن ۲ به جرم $400\ g$ انجام می‌دهد. اگر برخورد الف) کشسان باشد ب) غیر کشسان کامل باشد اندازه‌ی ضربه‌ی وارد بر ذره‌ی ۱ را به دست آورید.

۱۲۷) در طول ماموریت ماه‌نورد، لازم است که وقتی فضاپیما نسبت به ماه با سرعت $400\ m/s$ حرکت می‌کند سرعتش را به اندازه‌ی $2/2\ m/s$ افزایش دهند. اندازه‌ی سرعت گازهای خروجی نسبت به فضاپیما $1000\ m/s$ است. چه کسری از جرم اولیه‌ی فضاپیما به صورت گاز، خارج شود تا این افزایش اندازه‌ی سرعت، حاصل شود؟

۱۲۸) چوب بیسبال به توپ ساکنی، برخورد می‌کند و نیروی متوسط $32\ N$ را در مدت $14\ ms$ به آن، وارد می‌کند. اگر جرم توپ $0/20\ kg$ باشد اندازه‌ی سرعت آن، درست پس از برخورد چه قدر است؟