

# فیزیک ۲

## جریان و مقاومت

محمدرضا مظفری

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

بهمن ۱۴۰۰

◀ وقتی دو انتهای سیمی به یکدیگر وصل شود

الکترونهاى آزاد (یا الکترونهاى رسانش) در آن داراى اندازهى سرعت تصادفى هستند. یعنى اگر یک صفحهى فرضى از سیم بگذرد الکترونهاى رسانش در هر دو جهت از آن صفحه مى‌گذرند و هیچ انتقال بار کل وجود ندارد و یا هیچ جریان خالصى از سیم نمى‌گذرد.

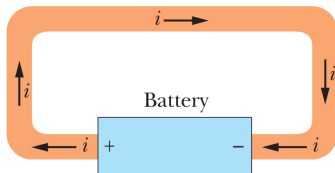


همه‌ی نقاط حلقه‌ی مسی در حال تعادل الکترواستاتیکی است و کل حلقه دارای یک پتانسیل است و میدان الکتریکی همه‌ی نقاط داخل حلقه‌ی مسی برابر صفر است.

## جریان و مقاومت

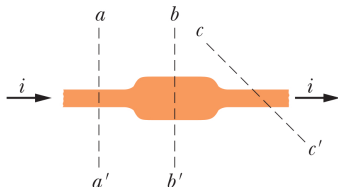
◀ وقتی دو انتهای سیمی به باتری وصل شود

اختلاف پتانسیل ناشی از باتری باعث ایجاد میدان الکتریکی در سیم مسی و وارد شدن نیرو به الکترونهای رسانش می‌شود. بدین ترتیب اگر یک صفحه‌ی فرضی از سیم بگذرد، بار انتقالی الکترونهای رسانش در یک جهت از آن صفحه بیشتر از جهت دیگر است.



وقتی یک باتری به حلقه اضافه شود، حلقه‌ی رسانا دارای یک پتانسیل نخواهد بود و میدان الکتریکی پرماده سازنده‌ی حلقه اثر خواهد کرد و نیروهایی به الکترونهای رسانش وارد می‌شود که باعث حرکت آنها و ایجاد جریان می‌شود. پس از زمان کوتاهی جریان الکترونها به مقدار ثابتی می‌رسد و جریان داخل آن به حالت پایا می‌رسد (و نسبت به زمان تغییر نمی‌کند).

◀ در حالت پایا، جریان عبوری برای همه صفحات  $aa'$ ،  $bb'$  و  $cc'$  یکسان است.



◀ اگر بار  $dq$  در لحظه‌ی  $dt$  از صفحه‌ی فرضی (مانند  $aa'$ ) عبور کند، جریان  $i$  عبوری بصورت زیر تعریف می‌شود

$$i = \frac{dq}{dt}$$

بار عبوری برای بازه‌ی زمانی 0 تا  $t$  برابر است با

$$q = \int_0^t i dt$$

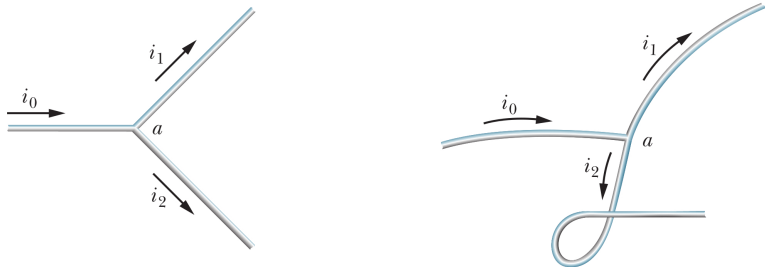
یکای جریان آمپر  $A$  است که

$$1 A = 1 C/s$$

## جریان و مقاومت

◀ جریان یک کمیت اسکال (مقداری) است. ولی اغلب جریان را با پیکانهایی نشان می‌دهند که بیانگر جهت حرکت حامل‌های بار است.

◀ این پیکانها بردار نیستند و لازم نیست برای آنها از جمع برداری استفاده کنیم.

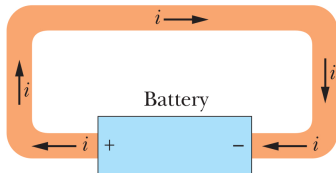


شکل بالا رسانایی با جریان  $i_0$  را نشان می‌دهد که در گره به دو شاخه تقسیم می‌شود. از آنجایی که بار پایسته است با جمع اندازه‌ی جریانها در هر شاخه باید اندازه‌ی جریان اولیه بدست آید،

$$i_0 = i_1 + i_2$$

## جهت جریان و چگالی جریان

◀ قرارداد جهت حرکت جریان: پیکان جریان در جهتی رسم می‌شود که حامل‌های بار مثبت حرکت می‌کنند.



شار بار از هر سطح مقطع رسانا در یک نقطه‌ی خاص را می‌توان با استفاده از چگالی جریان  $\vec{J}$  بصورت

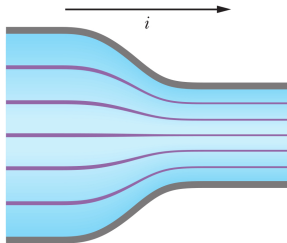
$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

بدست آورد که  $d\vec{S}$  بردار عنصر سطح است یکای چگالی جریان

$$1 \text{ چگالی جریان} = 1 \text{ A/m}^2$$

# جهت جریان و چگالی جریان

◀ خطوط جریان مربوط به چگالی جریان



شکل انتقال جریان بطرف راست از رسانای پهن در طرف چپ به به رسانای باریکتر در طرف راست را نشان می‌دهد.

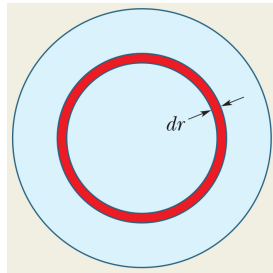
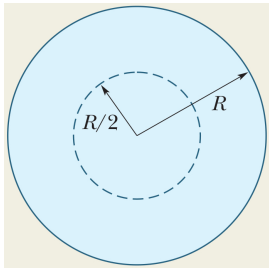
◀ در طی این انتقال مقدار بار و نهایتاً مقدار جریان تغییر نمی‌کند ولی چگالی جریان تغییر می‌کند. مطابق رابطه‌ی

$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

در سمت چپ که رسانا باریکتر می‌شود، چگالی جریان بزرگتر می‌شود و خطوط جریان به هم نزدیکتر می‌شود.

## جهت جریان و چگالی جریان

مسئله-۱: الف) چگالی جریان در سیم استوانه‌ای به شعاع  $R$  در سطح مقطع آن یکنواخت و برابر با  $J$  است. جریان عبوری از قسمت خارجی سیم بین شعاعهای  $R/2$  و  $R$  چقدر است. ب) حالا فرض کنید که چگالی جریان عبوری از سطح مقطع بصورت  $J = r^2$  است که  $r$  فاصله‌ی شعاعی و  $a$  یک ثابت تناسب است. حالا جریان عبوری از همان قسمت خارجی سیم چقدر است.



جریان :  $\vec{J} = J\hat{k}$  ، عنصر سطح :  $d\vec{S} = \hat{k}dS$

$$dS = 2\pi r dr$$



## جهت جریان و چگالی جریان

چگالی جریان :  $\vec{J} = J\hat{k}$ , عنصر سطح :  $d\vec{S} = \hat{k}dS$

$$dS = 2\pi r dr$$

الف) جریان عبور از تمام مقطع سیم

$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{S} = J \int r dr d\theta = J \left( \int_0^R r dr \right) \left( \int_0^{2\pi} d\theta \right) = J\pi R^2$$

جریان عبور از مقطع بیرونی سیم

$$i' = \int \vec{J} \cdot d\vec{S} = J \int r dr d\theta = J \left( \int_{R/2}^R r dr \right) \left( \int_0^{2\pi} d\theta \right) = J(\pi R^2 - \pi R^2/4)$$

$$i' = \frac{3}{4} J\pi R^2$$

## جهت جریان و چگالی جریان

مسئله-۱:

$$\vec{J} = J\hat{k}, \quad \text{عنصر سطح} : d\vec{S} = \hat{k}dS$$
$$dS = 2\pi r dr$$

برای

$$J = ar^2$$

ب) جریان عبور از تمام مقطع سیم

$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int (ar^2)r dr d\theta = a \left( \int_0^R r^3 dr \right) \left( \int_0^{2\pi} d\theta \right) = \frac{1}{2}a\pi R^4$$

جریان عبور از مقطع بیرونی سیم

$$i' = \int \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int (ar^2)r dr d\theta = a \left( \int_{R/2}^R r^3 dr \right) \left( \int_0^{2\pi} d\theta \right)$$

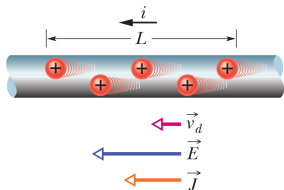
$$i' = \frac{15}{32}a\pi R^4$$

## سرعت سوق در داخل رسانا

◀ همانطور که گفته شد، وقتی هیچ جریانی در داخل رسانا وجود نداشته باشد، الکتروهای رسانش بطور تصادفی حرکت می‌کنند و در هیچ جهت حرکت موثری وجود ندارد.

◀ سرعت سوق: وقتی جریان از رسانا می‌گذرد و با وجود اینکه الکترونها هنوز حرکت تصادفی دارند ولی آنها تمایل دارند حرکت موثری (یا سوقی) در جهت خلاف میدان اعمالی داشته باشند. سرعت این حرکت موثر را سرعت سوق  $v_d$  می‌نامند.

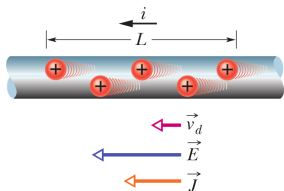
◀ ارزیابی کمی سرعت سوق: اندازه‌ی سرعت سوق در مقایسه با اندازه‌ی سرعت حرکت تصادفی ناچیز است. مثلا درسیم مسی، احتمالا اندازه‌ی سرعت سوق الکترون  $10^{-5}$  تا  $10^{-4}$  متر بر ثانیه است ولی اندازه‌ی سرعت حرکت تصادفی تقریباً  $10^6$  متر بر ثانیه است.



◀ اندازه‌ی سرعت سوق  
< تعداد کل حامل‌ها در طول  $L$  و مقطع  $A$  سیم برابر  $nAL$  است که  $n$  تعداد حامل‌ها بر واحد حجم است.  
< بار کل در طول  $L$

$$q = (nAL)e$$

## سرعت سوق در داخل رسانا



◀ اندازه‌ی سرعت سوق  
< تعداد کل حامل‌ها در طول  $L$  و مقطع  $A$  سیم برابر  $nAL$  است که  $n$  تعداد حامل‌ها بر واحد حجم است.  
< بار کل در طول  $L$

$$q = (nAL)e$$

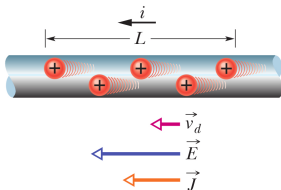
< اندازه‌ی سرعت سوق  $v_d$  بصورت زیر داده می‌شود

$$v_d = \frac{L}{t}$$

که می‌توان زمانی که طول می‌کشد تا حامل‌های بار طول  $L$  را طی کنند را از رابطه زیر بدست آورد

$$i = \frac{q}{t} \Rightarrow t = \frac{q}{i}$$

## سرعت سوق در داخل رسانا



$$\begin{cases} q = (nAL)e \\ v_d = \frac{L}{t} \\ t = \frac{q}{i} \end{cases} \Rightarrow v_d = \frac{Li}{q} = \frac{Li}{(nAL)e} = \frac{1}{ne} \frac{i}{A}$$

با استفاده از تعریف چگالی جریان

$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{S} \Rightarrow i = JA$$

بنابراین

$$v_d = \frac{1}{ne} \frac{i}{A} = \frac{1}{ne} J \Rightarrow \boxed{J = nev_d} \text{ یا } \boxed{\text{سرعت سوق} \times \text{چگالی بار} = \text{چگالی جریان}}$$

## سرعت سوق در داخل رسانا

مسئله-۲: اگر سیم مسی با شعاع  $R = 900 \mu\text{m}$  دارای جریان الکتریکی  $i = 17 \text{ mA}$  باشد، اندازه‌ی سرعت سوق الکترونها‌ی رسانش را بدست آورید. فرض کنید که اتمهای مس با یک الکترون در رسانش شرکت می‌کنند و چگالی جریان در سطح مقطع سیم یکنواخت است.

$$v_d = \frac{J}{ne}$$

$$J = \frac{i}{\pi R^2}$$

$$n = \frac{\text{تعداد اتمها}}{\text{واحد حجم}} = \frac{\text{تعداد اتمها}}{\text{مول}} \times \frac{\text{مول}}{\text{جرم}} \times \frac{\text{جرم}}{\text{واحد حجم}}$$

$$\text{عدد آووگادرو} : N_A = \frac{\text{تعداد اتمها}}{\text{مول}} = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$\text{جرم مولی مس} = \frac{\text{جرم}}{\text{مول}} = M_{\text{Cu}} = 63.54 \times 10^{-3} \text{ kg/mol} \Rightarrow \frac{\text{مول}}{\text{جرم}} = \frac{1}{M_{\text{Cu}}}$$

$$\text{چگالی جرمی مس} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} = \rho_{\text{Cu}} = 8.96 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$\begin{cases} v_d = \frac{J}{ne} \\ J = \frac{i}{\pi R^2} \\ ne = \frac{N_A \rho_{\text{cu}} e}{M_{\text{cu}}} \end{cases} \Rightarrow v_d = \frac{M_{\text{cu}} i}{N_A \rho_{\text{cu}} \pi R^2}$$

$$\begin{aligned} v_d &= \frac{M_{\text{cu}} i}{N_A \rho_{\text{cu}} e \pi R^2} \\ &= \frac{(63.54 \times 10^{-3} \text{kg/mol})(17 \times 10^{-3} \text{A})}{(6.02 \times 10^{23} \text{1/mol})(8.96 \times 10^3 \text{kg/m}^3)(1.6 \times 10^{-19} \text{C})\pi(81 \times 10^{-8} \text{m}^2)} \\ &= 4.9 \times 10^{-7} \text{m/s} \end{aligned}$$

## مقاومت و مقاومت ویژه

◀ مقاومت، ویژگی جسم است.

◀ مقاومت بین دو نقطه‌ی یک رسانا، با اعمال اختلاف پتانسیل  $V$  بین آن نقاط و اندازه‌گیری جریان  $i$  حاصل بدست می‌آید،

$$R = \frac{V}{i} \quad \text{مقاومت :}$$

◀ ابعاد مقاومت ولت بر آمپر است که آنرا اهم ( $\Omega$ ) می‌نامند،

$$1\Omega = 1\text{V/A}$$

◀ در مدار مقاومت با نماد

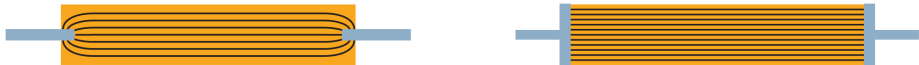


نمایش داده می‌شود.



## مقاومت و مقاومت ویژه

◀ دو روش اعمال اختلاف پتانسیل به میله‌ی رسانایی



مقاومت اندازه‌گیری شده در شکل سمت چپ بزرگتر از شکل سمت راست است.

◀ مقاومت ویژه، ویژگی ماده است.

◀ برای بدست آوردن مقاومت ویژه

◀ بجای تمرکز بر روی اختلاف پتانسیل  $V$  دو سر مقاومت خاص بر روی میدان الکتریکی  $\vec{E}$  در نقطه‌ای داخل مقاومت تمرکز می‌کنیم.

◀ بجای تمرکز بر جریان عبوری  $i$  از مقاومت بر روی چگالی جریان  $\vec{J}$ ، در نقطه‌ای مورد نظر تمرکز داریم.

◀ بجای تمرکز بر مقاومت جسم  $R$  بر مقاومت ویژه‌ی در نقطه‌ای مورد نظر تمرکز داریم.

## مقاومت و مقاومت ویژه

◀ مقاومت ویژه، ویژگی ماده است.

◀ برای بدست آوردن مقاومت ویژه

◀ بجای تمرکز بر روی اختلاف پتانسیل  $V$  دو سر مقاومت خاص بر روی میدان الکتریکی  $\vec{E}$  در نقطه‌ای داخل مقاومت تمرکز می‌کنیم.

◀ بجای تمرکز بر جریان عبوری  $i$  از مقاومت بر روی چگالی جریان  $\vec{J}$ ، در نقطه‌ای مورد نظر تمرکز داریم.

◀ بجای تمرکز بر مقاومت جسم  $R$  بر مقاومت ویژه در نقطه‌ای مورد نظر تمرکز داریم.

$$\rho = \frac{E}{J} \quad \text{تعریف مقاومت ویژه}$$

◀ ابعاد مقاومت ویژه

$$\frac{E \text{ ابعاد}}{J \text{ ابعاد}} = \frac{\text{V/m}}{\text{A/m}^2} = \frac{\text{V}}{\text{A}} \cdot \text{m} = \Omega \cdot \text{m} \quad \text{اُهم-متر} = \Omega \cdot \text{m}$$

نکته: اهم-متر با اهم‌متر که دستگاه اندازه‌گیری مقاومت است، تفاوت دارد.

$$\rho = \frac{E}{J} \quad \text{تعریف مقاومت ویژه}$$

نمایش برداری

$$\vec{J} = \frac{1}{\rho} \vec{E}$$

معکوس مقاومت ویژه بعنوان رسانندگی  $\sigma$  شناخته می‌شود که کمیت شناخته شده تری در مقایسه با مقاومت ویژه می‌باشد.

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

که

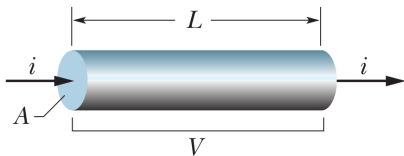
$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

برای مواد همسانگرد  $\sigma$  یک عدد است ولی برای مواد ناهمسانگرد  $\sigma$  یک تانسور است.

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zx} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

## محاسبه مقاومت و مقاومت ویژه

اگر مقاومت ویژه ماده‌ای مانند مس معلوم باشد، می‌توان مقاومت سیمی از آن ماده به طول  $L$  و مقطع  $A$  را بدست آورد.



$$V = EL \quad \text{اختلاف پتانسیل دو سر سیم}$$

$$i = JA \quad \text{چگالی جریان}$$

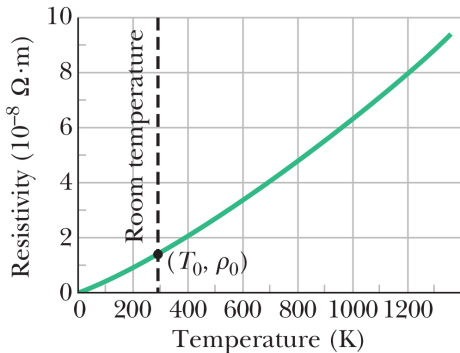
با استفاده از تعریف مقاومت ویژه

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{V/L}{i/A} = \frac{V}{i} \frac{A}{L} = R \frac{A}{L}$$

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

## محاسبه مقاومت و مقاومت ویژه

تغییرات دمایی مقاومت ویژه برای مس



در حالت کلی برای فلزات برای گستره‌ی وسیعی از دما تقریباً خطی است،

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 a (T - T_0)$$

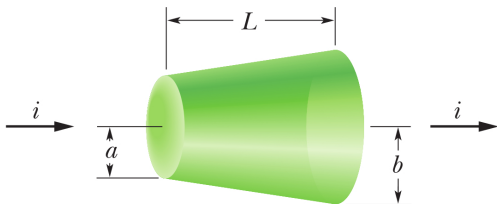
که  $a$  ضریب دمایی مقاومت ویژه نامیده می‌شود.

## محاسبه مقاومت و مقاومت ویژه

Material	Resistivity, $\rho$ ( $\Omega \cdot \text{m}$ )	Temperature Coefficient of Resistivity, $\alpha$ ( $\text{K}^{-1}$ )
<i>Typical Metals</i>		
Silver	$1.62 \times 10^{-8}$	$4.1 \times 10^{-3}$
Copper	$1.69 \times 10^{-8}$	$4.3 \times 10^{-3}$
Gold	$2.35 \times 10^{-8}$	$4.0 \times 10^{-3}$
Aluminum	$2.75 \times 10^{-8}$	$4.4 \times 10^{-3}$
Manganin <sup>a</sup>	$4.82 \times 10^{-8}$	$0.002 \times 10^{-3}$
Tungsten	$5.25 \times 10^{-8}$	$4.5 \times 10^{-3}$
Iron	$9.68 \times 10^{-8}$	$6.5 \times 10^{-3}$
Platinum	$10.6 \times 10^{-8}$	$3.9 \times 10^{-3}$

## محاسبه مقاومت و مقاومت ویژه

مسئله-۳: در شکل جریانی از داخل مخروط قائم دایره‌ای ناقص با مقاومت ویژه  $\rho$ ، شعاع قاعده‌ی چپ  $a$ ، و شعاع قاعده‌ی راست  $b$  و طول  $L$  عبور می‌کند. فرض کنید چگالی جریان عبوری از مخروط، عمود بر سطح آن و یکنواخت است. مقاومت مخروط را بدست آورید.



فرم دیفرانسیلی رابطه

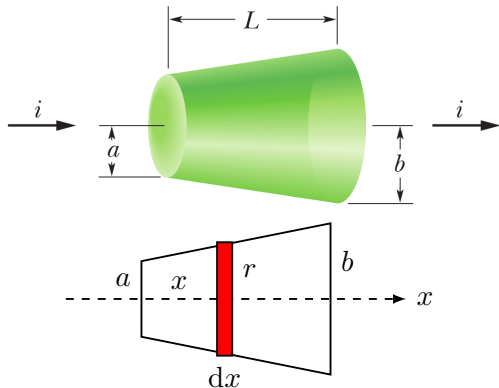
$$R = \rho \frac{L}{A}$$

برای یک میله استوانه‌ای، بطول  $dL$  و مقطع  $A$  برابر است با

$$dR = \rho \frac{dL}{A}$$

# محاسبه مقاومت و مقاومت ویژه

مسئله-۳:



$$dR = \rho \frac{dL}{A} = \rho \frac{dx}{\pi r^2}$$

$$dL = dx, \quad \frac{x}{L} = \frac{r - a}{b - a} \Rightarrow r = a + \frac{b - a}{L}x$$



$$dR = \rho \frac{dL}{A}$$

$$dL = dx, \quad \frac{x}{L} = \frac{r-a}{b-a} \Rightarrow r = a + \frac{b-a}{L}x$$

$$dR = \rho \frac{dx}{\pi r^2}$$

$$dR = \rho \frac{dx}{\pi \left[ a + \frac{b-a}{L}x \right]^2} = \rho \frac{L^2}{\pi} \frac{dx}{[aL + (b-a)x]^2}$$

$$R = \rho \frac{L^2}{\pi} \int_0^L \frac{dx}{[aL + (b-a)x]^2}$$

$$aL + (b-a)x = u \Rightarrow dx = \frac{1}{b-a} du$$

$$R = \rho \frac{L^2}{\pi} \int_0^L \frac{dx}{[aL + (b-a)x]^2}$$

$$aL + (b-a)x = u \Rightarrow dx = \frac{1}{b-a} du$$

$$R = \rho \frac{L^2}{\pi(b-a)} \int_{u_0}^{u_1} \frac{du}{u^2}$$

$$R = \rho \frac{L^2}{\pi(b-a)} \left[ -\frac{1}{u} \right]_{u_0}^{u_1} = \rho \frac{L^2}{\pi(b-a)} \left[ -\frac{1}{aL + (b-a)x} \right]_0^L$$

$$R = \rho \frac{L^2}{\pi(b-a)} \left[ \frac{1}{aL} - \frac{1}{bL} \right]$$

$$R = \rho \frac{L}{\pi(b-a)} \left[ \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right] = \rho \frac{L}{\pi ab}$$

## محاسبه مقاومت و مقاومت ویژه

مسئله-۴: پوسته کروی به شعاع داخلی  $r_a$  شعاع خارجی  $r_b$  از ماده‌ای با مقاومت ویژه  $\rho$  تشکیل شده است. اگر جریان بطور شعاعی منتقل شود، مقاومت را بدست آورید (فرض کنید چگالی جریان یکنواخت باشد).  
فرم دیفرانسیلی رابطه

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

برای یک عنصر کروی، بطول  $dr$  و مقطع  $A = 4\pi r^2$  برابر است با

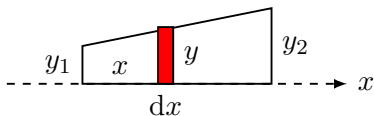
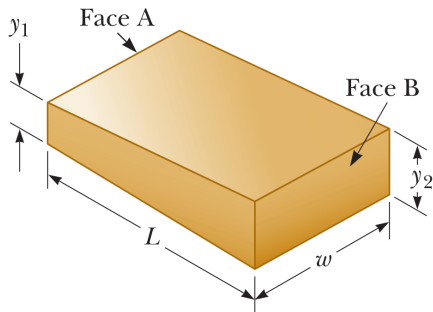
$$dR = \rho \frac{dL}{A} = \rho \frac{dr}{4\pi r^2}, \quad r_a \leq r \leq r_b$$

$$R = \frac{\rho}{4\pi} \int_{r_a}^{r_b} \frac{dr}{r^2} = \frac{\rho}{4\pi} \left[ -\frac{1}{r} \right]_{r_a}^{r_b}$$

$$R = \frac{\rho}{4\pi} \left[ \frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right]$$

## محاسبه مقاومت و مقاومت ویژه

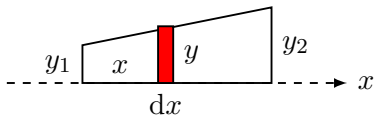
مسئله-۵: ماده به شکل گوه با مقاومت ویژه  $\rho$  یکنواخت در شکل نشان داده شده است. مقاومت بین وجه  $A$  و وجه  $B$  گوه را بدست آورید.



$$A = yw, \quad dL = dx, \quad 0 \leq x \leq L$$

# محاسبه مقاومت و مقاومت ویژه

مسئله-۵:



$$A = wy, \quad dL = dx, \quad 0 \leq x \leq L$$

فرم دیفرانسیلی رابطه

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

برای یک عنصر داده شده

$$dR = \rho \frac{dL}{A} = \rho \frac{dx}{wy}, \quad 0 \leq x \leq L$$

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x}{L} \Rightarrow y = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{L}x$$

$$dR = \rho \frac{dL}{A} = \rho \frac{dx}{wy}, \quad 0 \leq x \leq L$$

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x}{L} \Rightarrow y = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{L}x$$

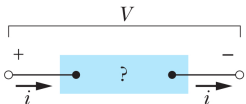
$$dR = \rho \frac{dx}{w \left[ y_1 + \frac{y_2 - y_1}{L}x \right]} = \frac{\rho L}{w} \frac{dx}{y_1 L + (y_2 - y_1)x}$$

$$R = \frac{\rho L}{w} \int_0^L \frac{dx}{y_1 L + (y_2 - y_1)x} = \frac{\rho L}{w} \frac{1}{y_2 - y_1} \ln[y_1 L + (y_2 - y_1)x]_0^L$$

$$R = \frac{\rho L}{w} \frac{1}{y_2 - y_1} [\ln[y_2 L] - \ln[y_1 L]]$$

$$R = \frac{\rho L}{w} \frac{1}{y_2 - y_1} \ln \left[ \frac{y_2}{y_1} \right]$$

# قانون اهم



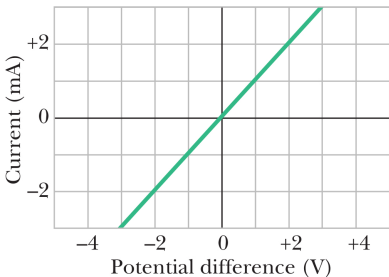
◀ قانون اهم بیان می‌کند که جریان عبوری از یک وسیله رسانا با اختلاف پتانسیل اعمال شده به آن، نسبت مستقیم دارد.

◀ وسایل رسانا وقتی از از قانون اهم پیروی می‌کنند که مقاومت آنها مستقل از اندازه و قطبیت اختلاف پتانسیل اعمالی باشد.

◀ قانون اهم بر این اساس است که که نمودار  $i$  بر حسب  $V$  خطی باشد.

◀ ماده‌ی رسانا وقتی از از قانون اهم پیروی می‌کنند که مقاومت ویژه‌ی ماده مستقل از اندازه و جهت میدان الکتریکی اعمالی باشد.

نکته: بسیار از رساناها در گسترده‌ای از مقادیر میدان الکتریکی از قانون اهم پیروی می‌کنند. ولی اگر میدان خیلی قوی باشد آنها از قانون اهم پیروی نمی‌کنند.



## دیدگاه میکروسکوپی قانون اهم

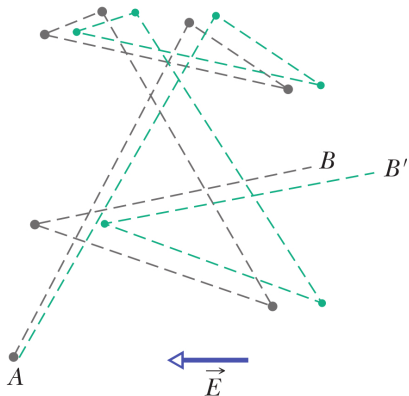
◀ الکترونهاى رسانش داخل فلز مانند

مولکولهای گاز در محفظه‌ی بسته آزادانه در داخل حجم نمونه حرکت می‌کنند.

◀ الکترونهاى رسانش با اندازه سرعت موثر  $v_{\text{eff}}$  حرکت می‌کنند که این اندازه سرعت اساسا مستقل از دما است. برای مس  $v_{\text{eff}} = 1.6 \times 10^6 \text{ m/s}$  است.

◀ وقتی میدان الکتریکی اعمال می‌شود، الکترونها حرکت خود را به آرامی تصحیح می‌کنند و خیلی آهسته در خلاف جهت میدان سوق داده می‌شوند.

اندازه‌ی سرعت سوق از مرتبه‌ی  $10^{-7}$  متر بر ثانیه است که خیلی کوچکتر از سرعت موثر (تقریبا  $10^6$  متر بر ثانیه) می‌باشد.





## دیدگاه میکروسکوپی قانون اهم

◀ اگر الکترونی در میدان الکتریکی  $E$  قرار داشته باشد، طبق قانون دوم نیوتن، شتاب

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} \quad (1)$$

به الکترون وارد می‌شود.

◀ اگر  $\tau$  بازه‌ی زمانی متوسط هر دو برخورد متوالی باشد، اندازه‌ی سرعت سوق الکترون  $v_d$  بصورت زیر داده می‌شود،

$$v_d = a\tau \quad (2)$$

◀ از رابطه‌ی (1) و (2) داریم

$$v_d = \frac{eE}{m}\tau = \frac{e\tau}{m}E \quad (3)$$

◀ رابطه چگالی جریان بر حسب سرعت سوق بصورت زیر داده می‌شود

$$J = (ne)v_d \quad (4)$$

## دیدگاه میکروسکوپی قانون اهم

◀ از رابطه‌ی (1) و (2) داریم

$$v_d = \frac{eE}{m}\tau = \frac{e\tau}{m}E \quad (3)$$

◀ رابطه چگالی جریان بر حسب سرعت سوق بصورت زیر داده می‌شود

$$J = (ne)v_d \quad (4)$$

◀ از رابطه‌ی (3) و (4) داریم

$$J = (ne)v_d = \frac{ne^2\tau}{m}E$$

از مقایسه عبارت بالا با  $E = \rho J$ ، مقاومت ویژه برابر است با

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau}$$

# دیدگاه میکروسکوپی قانون اهم

◀ رابطه‌ی

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau}$$

را در صورتی می‌توان بیانی از قانون اهم برای فلزات در نظر گرفت که برابر مقدار ثابت و مستقل از  $E$  باشد.

◀ در اینجا  $e$ ،  $n$  و  $m$  کمیت‌های ثابتی هستند. بنابراین کافی است خودمان را قانع کنیم که  $\tau$  مقدار ثابت و مستقل از  $E$  است.

◀ از آنجایی که سرعت سوق  $v_d$  ایجاد شده بوسیله‌ی میدان  $E$  کوچکتر از سرعت موثر الکترون  $v_{\text{eff}}$  است،  $\tau$  بسختی تحت تاثیر میدان الکتریکی است.

◀ توان یا آهنگ انتقال انرژی در وسایل الکتریکی که اختلاف پتانسیل  $V$  به دو سر آنها اعمال شده برابر است با

$$P = iV$$

◀ اگر وسیله یک مقاومت باشد، توان با توجه به رابطه جریان و پتانسیل با مقاومت ( $V = iR$ ) بصورت

$$P = i^2 R$$

و

$$P = \frac{V^2}{R}$$

داده می شود.

◀ در یک مقاومت، انرژی پتانسیل در اثر برخورد بین حاملهای بار و اتمها به انرژی گرمایی داخلی تبدیل می شود.