فیزیک ۲
میدان مغناطیسی

محمدرضا مظفری

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

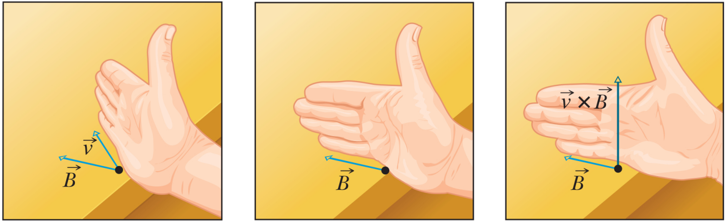
بهمن ۱۴۰۰

تعریف میدان مغناطیسی $\vec{B}$

وقتی ذره‌ی باردار **متحرکی** از میدان مغناطیسی عبور می‌کند، نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B$ به ذره وارد می‌شود.

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

نیروی $\vec{F}_B$ وارد بر ذره‌ی باردار متحرک با سرعت $\vec{v}$ در میدان مغناطیس $\vec{B}$، همواره بر $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عمود است.

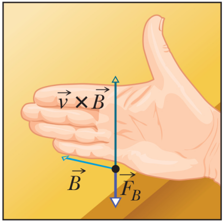


تعریف میدان مغناطیسی $\vec{B}$

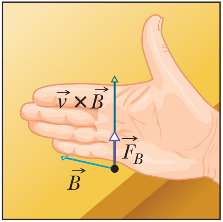
وقتی ذره‌ی باردار **متحرکی** از میدان مغناطیسی عبور می‌کند، نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B$ به ذره وارد می‌شود.

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

نیروی $\vec{F}_B$ وارد بر ذره‌ی باردار متحرک با سرعت $\vec{v}$ در میدان مغناطیس $\vec{B}$، همواره بر $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عمود است.



نیروی وارد بر ذره‌ی با بار منفی



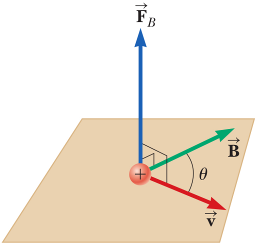
نیروی وارد بر ذره‌ی با بار مثبت

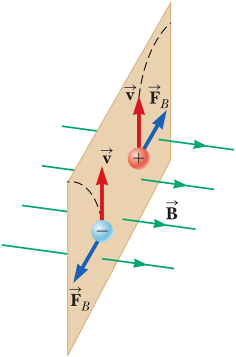
تعریف میدان مغناطیسی $\vec{B}$

وقتی ذره‌ی باردار **متحرکی** از میدان مغناطیسی عبور می‌کند، نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B$ به ذره وارد می‌شود.

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

نیروی $\vec{F}_B$ وارد بر ذره‌ی باردار متحرک با سرعت $\vec{v}$ در میدان مغناطیس $\vec{B}$، همواره بر $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عمود است.





تعریف میدان مغناطیسی $\vec{B}$

وقتی ذره‌ی باردار **متحرکی** از میدان مغناطیسی عبور می‌کند، نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B$ به ذره وارد می‌شود.

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

نیروی $\vec{F}_B$ وارد بر ذره‌ی باردار متحرک با سرعت $\vec{v}$ در میدان مغناطیس $\vec{B}$، همواره بر $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عمود است.

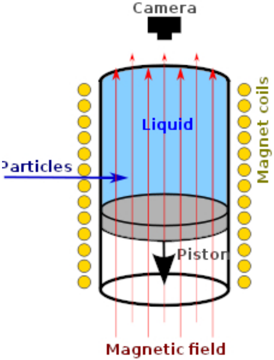
میدان مغناطیسی عمود بر صفحه در دو جهت: ۱- بطرف داخل صفحه $\vec{B}_{\text{in}}$ و ۲- بطرف بیرون صفحه $\vec{B}_{\text{out}}$

تعریف میدان مغناطیسی $\vec{B}$

نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B$ وارد بر ذره‌ی با سرعت $\vec{v}$ و بار q

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

اتاقک حباب در آزمایشگاه فرمی در شیکاگو

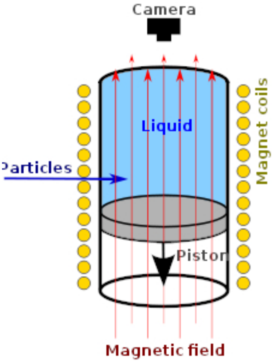


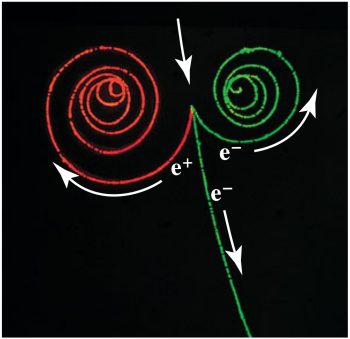
اتاقک حباب پر از هیدروژن مایع است

تعریف میدان مغناطیسی $\vec{B}$

نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B$ وارد بر ذره‌ی با سرعت $\vec{v}$ و بار q

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$



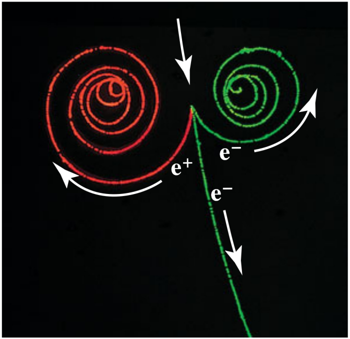


در اتاقک حباب، ذرات بخاطر باردار بودن در ضمن حرکت از خود رد بجا می‌گذرانند.

تعریف میدان مغناطیسی $\vec{B}$

نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B$ وارد بر ذره‌ی با سرعت $\vec{v}$ و بار q

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$



در شکل ذره‌ی گاما فرودی (که بدون بار است) در هنگام برخورد به الکترون بیرونی اتم هیدروژنی به یک الکترون e^- و یک پوزیترون e^+ تبدیل می‌شود.
الکترون با مسیر طولانی مربوط به الکترون بیرونی اتم هیدروژن است. حرکت مارپیچی سریع برای بارهای e^- و e^+ دارای جهت چرخش متفاوتی هستند.

میدان مغناطیسی بطرف خارج صفحه است.

تعریف میدان مغناطیسی $\vec{B}$

نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B$ وارد بر ذره‌ی با سرعت $\vec{v}$ و بار q

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

واحد میدان مغناطیسی

$$\frac{N}{Cm/s} = \frac{\text{نیوتن}}{\text{کولن(متر/ثانیه)}}$$

است که

$$\frac{N}{A.m} = \frac{\text{نیوتن}}{\text{متر.آمپر}} = \frac{\text{نیوتن}}{\text{متر(کولن/ثانیه)}} = \frac{\text{نیوتن}}{\text{کولن(متر/ثانیه)}}$$

و طبق قرارداد

$$1\frac{N}{A.m} = 1\,\text{تِسلا} = 1\,\mathrm{T}$$

برای میدان مغناطیسی یک واحد فرعی شناخته شده‌ای به نام **گاوس** وجود دارد که

$$1\,\mathrm{G} = 10^4\,\mathrm{T}$$

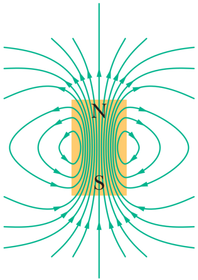
تعریف میدان مغناطیسی $\vec{B}$

نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B$ وارد بر ذره‌ی با سرعت $\vec{v}$ و بار q

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

خطوط میدان مغناطیسی

- جهت مماس بر خط میدان مغناطیسی در هر نقطه، جهت $\vec{B}$ در آن نقطه را می‌دهد.
- فاصله‌ي بین خطوط نشان دهنده‌ی اندازه‌ی $\vec{B}$ است. در میدان مغناطیسی قوی‌تر، خطوط میدان $\vec{B}$ نزدیک بهم‌تر هستند.



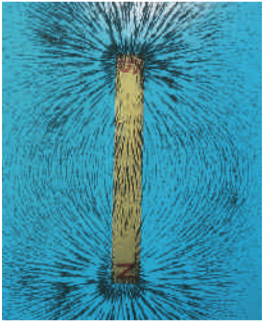
شکل، خطوط میدان مغناطیسی در نزدیکی آهن‌ربای میله‌ای را نشان می‌دهد. اثرات میدان مغناطیسی در دو انتهای میله قوی‌تر است و خطوط میدان خیلی نزدیک بهم هستند.
خطوط میدان (بسته) از یک انتها وارد و از انتهای دیگر خارج می‌شوند. خطوط میدان از قطب شمال N خارج و از قطب جنوب S وارد می‌شوند

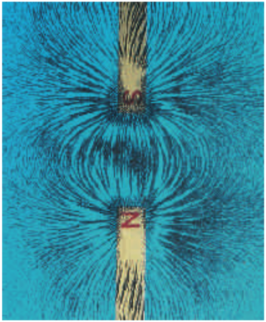
تعریف میدان مغناطیسی $\vec{B}$

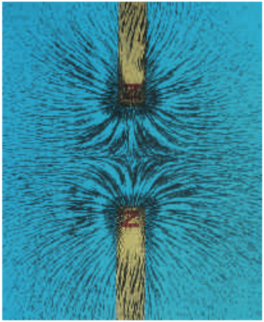
نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B$ وارد بر ذره‌ی با سرعت $\vec{v}$ و بار q

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

خطوط میدان مغناطیسی





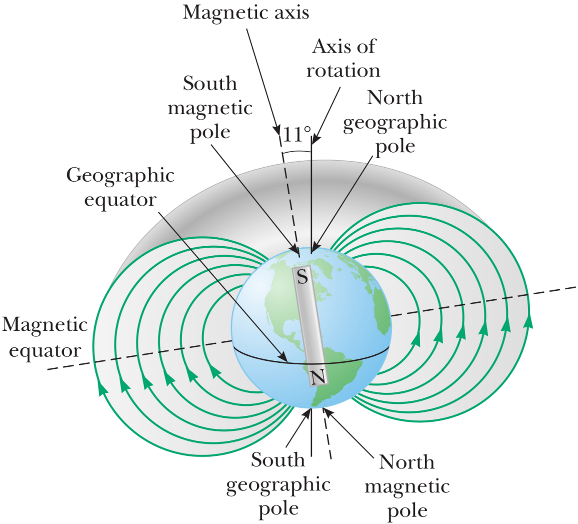


تعریف میدان مغناطیسی $\vec{B}$

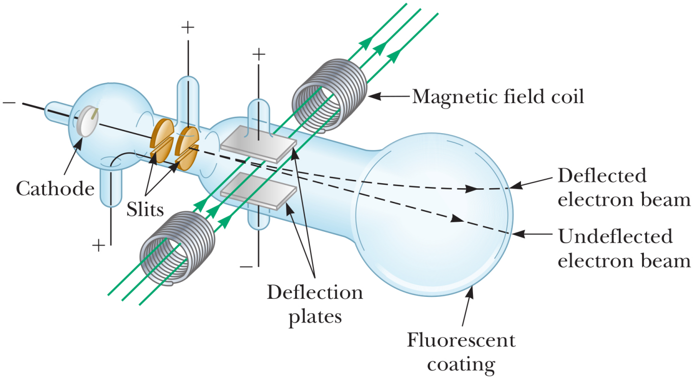
نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B$ وارد بر ذره‌ی با سرعت $\vec{v}$ و بار q

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

خطوط میدان مغناطیسی زمین



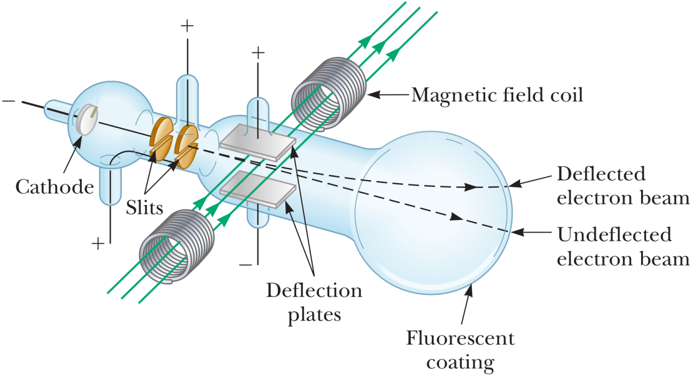
میدانهای متقاطع: نسبت q/m الکترون



◄ شکل بالا دستگاه آزمایش تامسون، **لامپ پرتوی کاتدی**، را نشان می‌دهد.

◄ ذرات باردار (که می‌دانیم الکترون هستند) توسط یک رشته داغ در انتهای لامپ خلا گسیل می‌شوند و با اختلاف پتانسیل V اعمال شده شتاب می‌گیرند. سپس از شکاف صفحات می‌گذرند و باریکه‌ی نازکی را تشکیل می‌دهند.

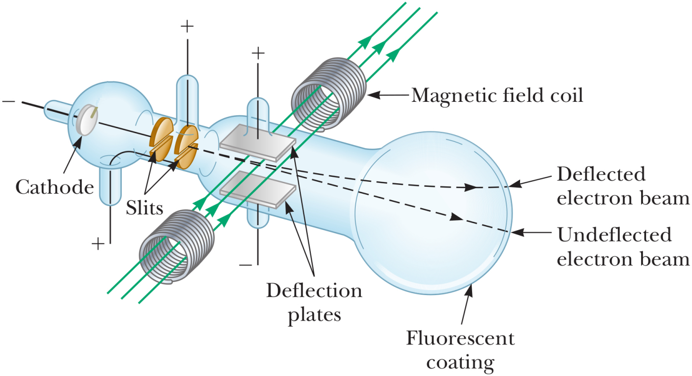
میدانهای متقاطع: نسبت q/m الکترون



◄ سپس از ناحیه‌ی میدان‌های $\vec{E}$ و $\vec{B}$ متقاطع می‌گذرند و بطرف صفحه‌ی فلورسان می‌روند و در آنجا نقطه‌ی روشنی ایجاد می‌کنند (در تلویزیون نقطه بخش از تصویر است).

◄ نیروی وارد بر ذرات باردار در ناحیه متقاطع می‌توانند آنها را از مرکز صفحه منحرف کنند. با کنترل اندازه و جهت میدان‌ها، تامسون توانست مکان نقطه‌ی ظاهر شده بر روی صفحه فلورسانس را کنترل کند.

میدانهای متقاطع: نسبت q/m الکترون

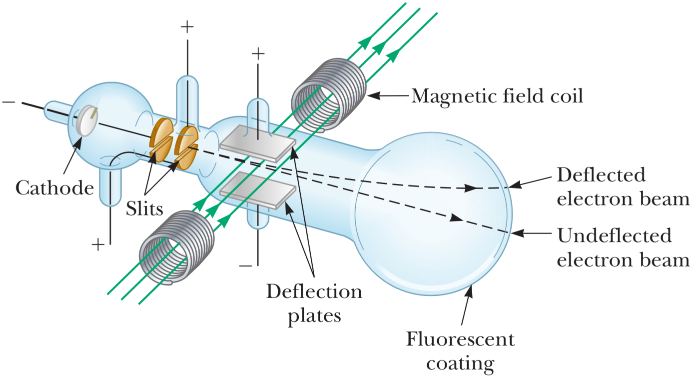


◀ الکترونها تحت تاثیر میدان الکتریکی $\vec{E}$ بطرف بالای صفحه می‌روند و تحت تاثیر میدان مغناطیسی $\vec{B}$ بطرف پایین صفحه می‌روند.

◀ گام اول: مشخص کردن نقطه‌ی روشن ایجاد شده در $\vec{E}=0$ و $\vec{B}=0$

◀ گام دوم: مشخص کردن نقطه‌ی روشن منحرف شده و اندازه‌گیری آن وقتی $\vec{E}$ را روشن می‌کنیم.

میدانهای متقاطع: نسبت q/m الکترون

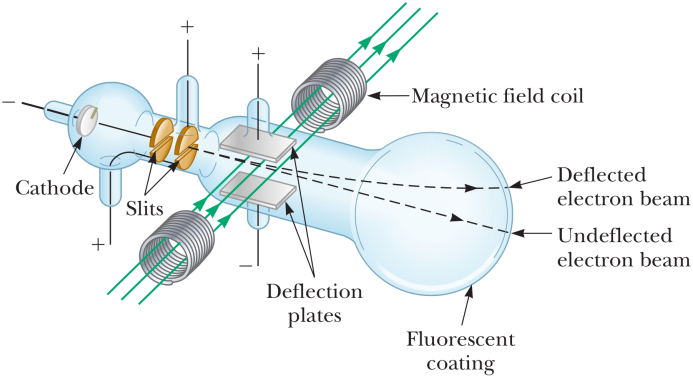


◄ گام سوم: در حالیکه میدان $\vec{E}$ روشن است، میدان $\vec{B}$ را روشن کرده و آنرا طوری تنظیم می‌کنیم که باریکه به مکان منحرف نشده برگردد.

$$\text{نقطه‌ی منحرف شده در میدان } \vec{E} : \quad y = \frac{qEL^2}{2mv^2}$$

$$\text{خنثی شدن نیروها} : \quad qE = qvB\sin(90) = qvB \Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

میدانهای متقاطع: نسبت q/m الکترون

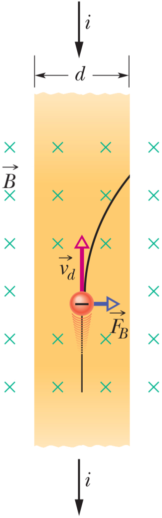


$\vec{E}$ نقطه‌ی منحرف شده در میدان : $y = \dfrac{qEL^2}{2mv^2}$ (1)

خنثی شدن نیروها : $qE = qvB\sin(90) = qvB \Rightarrow v = \dfrac{E}{B}$ (2)

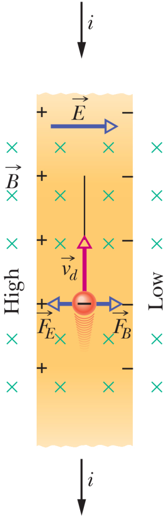
(1) و (2) : $\dfrac{q}{m} = \dfrac{B^2L^2}{2yE}$ کمیتهای سمت راست قابل اندازه‌گیری هستند

میدانهای متقاطع: اثر هال



- ◄ شکل، نوار مسی با عرض d و ضخامت ℓ را نشان می‌دهد که حامل جریان i است. حاملهای بار که الکترونها هستند، سرعت سوق v_d در خلاف جهت جریان دارند.
- ◄ میدان مغناطیسی عمود بر صفحه، باعث انحراف الکترونها به طرف لبه‌ی راست نوار می‌شود.

میدانهای متقاطع: اثر هال



◄ شکل، نوار مسی با عرض d و ضخامت ℓ را نشان می‌دهد که حامل جریان i است. حاملهای بار که الکترونها هستند، سرعت سوق v_d در خلاف جهت جریان دارند.

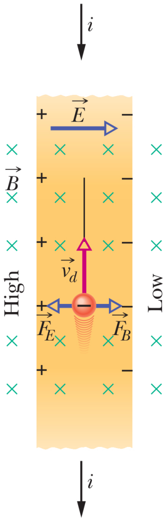
◄ میدان مغناطیسی عمود بر صفحه، باعث انحراف الکترونها به طرف **لبه‌ی راست نوار** می‌شود.

◄ با گذشت زمان، **الکترونها در لبه‌ی راست نوار** بیشتر انباشته می‌شوند و باعث تجمع **بارهای مثبت خنثی نشده در لبه‌ی چپ نوار** می‌شوند.

◄ جدا شدگی بارهای مثبت در لبه‌ی چپ و بارهای منفی در لبه‌ی راست، میدان الکتریکی $\vec{E}$ را در داخل نوار ایجاد می‌کند که از طرف چپ به طرف راست است.

◄ نیروی الکتریکی وارد بر هر الکترون بقدری افزایش می‌یابد تا برابر نیروی مغناطیسی شود. وقتی این اتفاق رخ می‌دهد، نیروهای مغناطیسی و الکتریکی وارد بر الکترون اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند.

میدانهای متقاطع: اثر هال



◄ با موازنه شدن نیروهای الکتریکی و مغناطیسی، الکترونها بدون اینکه بر روی الکترونهای لبه‌راست نوار بیشتر انباشه شوند و باعث افزایش میدان الکتریکی $\vec{E}$ شوند، با سرعت سوق v_d بطرف بالای صفحه می‌روند.

◄ اختلاف پتانسیل هال

$$\Delta V_H = Ed$$

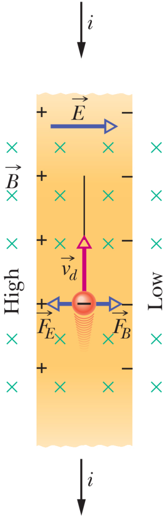
◄ موازنه شدن نیروهای الکتریکی و مغناطیسی، الکترونها

$$eE = ev_d B$$

◄ سرعت سوق

$$J = (ne)v_d \Rightarrow v_d = \frac{J}{ne} = \frac{i}{neA}$$

میدانهای متقاطع: اثر هال



$$\begin{cases} \Delta V_H = Ed \\ eE = ev_d B \\ v_d = \dfrac{J}{ne} = \dfrac{i}{neA} \end{cases} \Rightarrow \Delta V_H = v_d B d = \frac{Bd}{neA} i$$

$$A = \ell d$$

$$\Delta V_H = v_d B d = \frac{B}{ne\ell} i$$

می‌توان چگالی حامل‌های بار را از کمیته‌های قابل اندازه گیری بدست آورد،

$$n = \frac{B}{\Delta V_H \ell e} i$$

چرخش ذرات باردار در میدان مغناطیسی-حرکت دوبعدی

اگر ذره‌ی بادار q از $(x_0, y_0, 0)$ با سرعت اولیه $\vec{v}_0 = (v_0, 0, 0)$ وارد میدان مغناطیسی $\vec{B} = B\hat{k}$ بشود، معادله‌ی حرکت آن بصورت زیر داده می‌شود

$$m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

قانون دوم نیوتن برای هر مولفه از دستگاه مختصات دکارتی بصورت زیر داده می‌شود

$$\begin{cases} m\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} & = qv_yB \quad ① \\ m\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} & = -qv_xB = -qB\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \quad ② \\ m\dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} & = 0 \end{cases}$$

$$② : \; m\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} = -qB\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \Rightarrow \int_0^{v_y} \mathrm{d}v_y = -\frac{qB}{m}\int_0^x \mathrm{d}x \Rightarrow v_y = -\frac{qB}{m}(x-x_0) \quad ③$$

چرخش ذرات باردار در میدان مغناطیسی-حرکت دوبعدی

اگر ذره‌ی بادار q از $(x_0, y_0, 0)$ با سرعت اولیه $\vec{v}_0 = (v_0, 0, 0)$ وارد میدان مغناطیسی $\vec{B} = B\hat{k}$ بشود، معادله‌ی حرکت آن بصورت زیر داده می‌شود

$$m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

قانون دوم نیوتن برای هر مولفه از دستگاه مختصات دکارتی بصورت زیر داده می‌شود

$$\begin{cases} m\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = qv_yB \quad (1) \\ v_y = -\dfrac{qB}{m}(x - x_0) \quad (3) \\ m\dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = 0 \end{cases}$$

$$(1),(3): \quad \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{qB}{m}v_y \Rightarrow \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = -\left(\frac{qB}{m}\right)^2 (x - x_0)$$

جواب معادله‌ی دیفرانسیل : $x = x_0 + A\cos(\omega t + \phi), \ \omega = \dfrac{qB}{m}$

چرخش ذرات باردار در میدان مغناطیسی-حرکت دوبعدی

اگر ذره‌ی بادار q از مبدا با سرعت اولیه $\vec{v}_0 = (v_0, 0, 0)$ وارد میدان مغناطیسی $\vec{B} = B\hat{k}$ بشود، معادله‌ی حرکت آن بصورت زیر داده می‌شود

$$m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = q\vec{v}\times\vec{B}$$

قانون دوم نیوتن برای هر مولفه از دستگاه مختصات دکارتی بصورت زیر داده می‌شود

$$\begin{cases} m\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = qv_yB \quad (1) \\ v_y = -\dfrac{qB}{m}(x - x_0) \quad (3) \\ m\dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = 0 \end{cases}$$

$$x = x_0 + A\cos(\omega t + \phi),\ \omega = \frac{qB}{m},$$ اعمال شرایط اولیه : $$x = x_0 + \frac{v_0}{\omega}\sin\omega t \quad (4)$$

$$(3), (4):\ v_y = -v_0\sin\omega t \Rightarrow \int_{y_0}^{y}\mathrm{d}y = -v_0\int_0^t \sin\omega t\mathrm{d}t \Rightarrow y = y_0 + \frac{v_0}{\omega}(\cos\omega t$$

چرخش ذرات باردار در میدان مغناطیسی-حرکت دوبعدی

اگر ذره‌ی بادار q از $(x_0, y_0, 0)$ با سرعت اولیه $\vec{v}_0 = (v_0, 0, 0)$ وارد میدان مغناطیسی $\vec{B} = B\hat{k}$ بشود، معادله‌ی حرکت آن بصورت زیر داده می‌شود

$$m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

قانون دوم نیوتن برای هر مولفه از دستگاه مختصات دکارتی بصورت زیر داده می‌شود

$$\begin{cases} x = x_0 + \dfrac{v_0}{\omega}\sin\omega t \\ y = y_0 + \dfrac{v_0}{\omega}(\cos\omega t - 1) \\ z = 0 \end{cases}$$

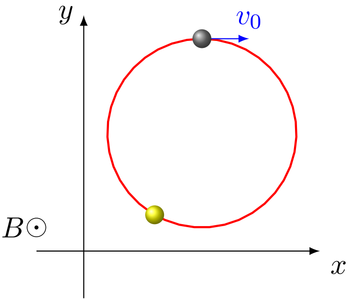
مسیر حرکت دایره‌ای ذره باردار : $(x - x_0)^2 + (y - y_0 - v_0/\omega)^2 = v_0^2/\omega^2, \quad \omega = \dfrac{qB}{m}$

مبدا : $(x_0, y_0 + v_0/\omega, 0)$، شعاع : v_0/ω

چرخش ذرات باردار در میدان مغناطیسی-حرکت دوبعدی

اگر ذره‌ی بادار q از $(x_0, y_0, 0)$ با سرعت اولیه $\vec{v}_0 = (v_0, 0, 0)$ وارد میدان مغناطیسی $\vec{B} = B\hat{k}$ بشود، معادله‌ی حرکت آن بصورت زیر داده می‌شود

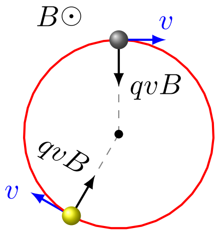
$$\begin{cases} x = x_0 + \dfrac{v_0}{\omega}\sin\omega t \\ y = y_0 + \dfrac{v_0}{\omega}(\cos\omega t - 1) \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x & = v_0\cos\omega t \\ v_y & = -v_0\sin\omega t \\ v_z & = 0 \end{cases}$$



چرخش ذرات باردار در میدان مغناطیسی-حرکت دوبعدی

◀ مسیر حرکت ذره‌ی بادار q در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ یک مسیر دایره‌ای با شعاع مشخص است.

◀ برای یک مسیر دایره‌ای به شعاع r، نیروی شعاعی توسط شتاب شعاعی بصورت زیر تامین می‌شود،



$$F_r = m\frac{v^2}{r}$$

$$qvB = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB} \quad (1)$$

$$v = r\omega \quad (2)$$

$$(1),\ (2):\ \omega = \frac{qB}{m}$$

چرخش ذرات باردار در میدان مغناطیسی-حرکت سه‌بعدی

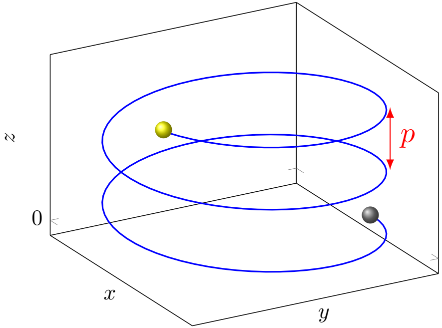
اگر ذره‌ی بادار q از $(x_0, y_0, 0)$ با سرعت اولیه $\vec{v}_0 = (v_{0x}, 0, v_{0z})$ وارد میدان مغناطیسی $\vec{B} = B\hat{k}$ بشود، معادله‌ی حرکت آن بصورت زیر داده می‌شود

$$\begin{cases} x = x_0 + \dfrac{v_{0x}}{\omega}\sin\omega t \\ y = y_0 + \dfrac{v_{0x}}{\omega}(\cos\omega t - 1) \\ z = v_{0z}t \end{cases}$$

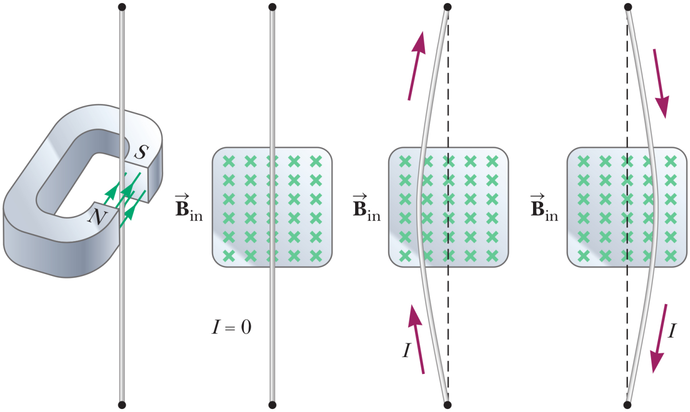
طول پیچ : $p = z(t = T)$

$$z(t = T) = v_{0z}T = v_{0z}\frac{2\pi}{\omega}$$

$$p = 2\pi\frac{v_{0z}}{\omega}$$



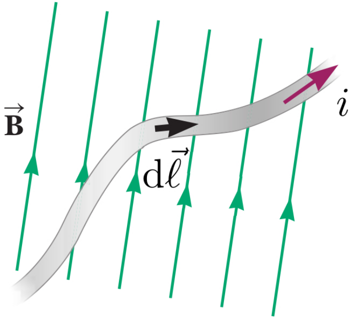
نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان



مطابق شکل، سیم کشیده‌ای تحت تاثیر میدان مغناطیس آهنربایی قرار دارد. میدان مغناطیسی یکنواخت و عمود بر سیم می‌باشد.

یادآوری: بطور قراردادی جریان مربوط به حرکت حاملهای با **بار مثبت** است.

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان



$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

فرم دیفرانسیلی : $\mathrm{d}\vec{F} = \mathrm{d}q(\vec{v} \times \vec{B})$ (1)

می‌دانیم $i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \Rightarrow \mathrm{d}q = i\mathrm{d}t$ (1)

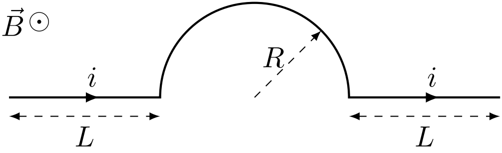
$$(1), \ (2): \ \mathrm{d}\vec{F} = i\mathrm{d}t(\vec{v} \times \vec{B}) = i(\vec{v}\mathrm{d}t) \times \vec{B} = i\mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B}$$

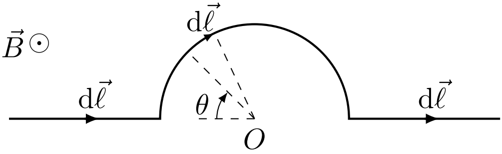
نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = i\mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B}}$$

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مسئله–۱: نیروی وارد بر سیم زیر را بدست آورید. میدان مغناطیسی یکنواخت، عمود برصفحه بطرف خارج است.

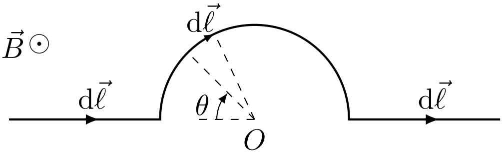




$$\mathrm{d}\vec{F} = i\mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = i\int_{\text{سیم سمت چپ}} \mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B} + i\int_{\text{نیمدایره}} \mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B} + i\int_{\text{سیم سمت راست}} \mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B}$$

مسئله-۱:



$$\mathrm{d}\vec{F} = i\mathrm{d}\vec{\ell}\times\vec{B}$$

$$\vec{F} = -iB\hat{j}\int_{-L-R}^{-R}\mathrm{d}\ell + iBR\int_0^{\pi}(\hat{\theta}\times\hat{k})\mathrm{d}\theta - iB\hat{j}\int_R^{R+L}\mathrm{d}\ell$$

$$\hat{\theta} = \hat{\imath}\sin\theta + \hat{\jmath}\cos\theta, \quad \hat{\theta}\times\hat{k} = -\hat{\jmath}\sin\theta + \hat{\imath}\cos\theta$$

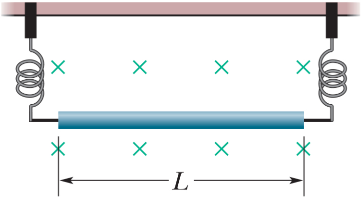
$$\vec{F} = -iBL\hat{j} + iBR\int_0^{\pi}(-\hat{j}\sin\theta + \hat{\imath}\cos\theta)\mathrm{d}\theta - iBL\hat{j}$$

$$\vec{F} = -iBL\hat{j} + iBR\left(-\hat{j}\left[-\cos\theta\right]_0^{\pi} + \hat{\imath}\left[\sin\theta\right]_0^{\pi}\right) - iBL\hat{j}$$

$$\vec{F} = -2iB(L+R)\hat{j}$$

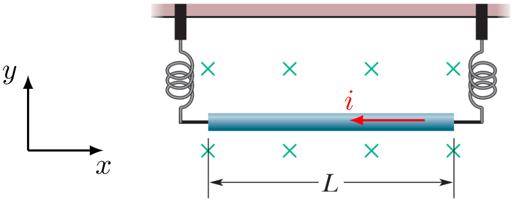
نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مسئله–۲: سیمی به جرم m و طول L توسط یک جفت فنر در میدان مغناطیسی B آویزان است. اندازه و جهت جریان را طوری تعیین کنید که اثر کشش فنرها بی اثر شود.



نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مسئله–۲:



اگر جریان از راست به چپ باشد : $\mathrm{d}\vec{\ell} = -\hat{i}\mathrm{d}x, \quad \vec{B} = -B\hat{k}$

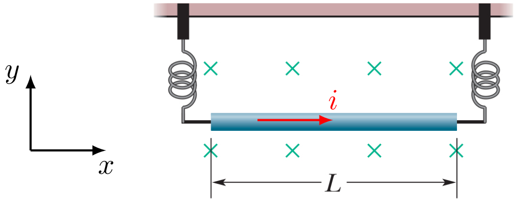
$$\mathrm{d}\vec{F} = i\mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B}$$

نیروی مغناطیسی وراد بر سیم بطرف پایین است : $\vec{F} = -iB\hat{j}\int_0^L \mathrm{d}x = -iBL\hat{j}$

با توجه به اینکه نیروی مغناطیسی و نیروی وزن هم راستا هستند، امکان بی اثر شدن نیروی کشش فنر وجود ندارد.

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مسئله–۲:



اگر جریان از چپ به راست باشد : $\mathrm{d}\vec{\ell} = \hat{i}\mathrm{d}x, \quad \vec{B} = -B\hat{k}$

$$\mathrm{d}\vec{F} = i\mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = iB\hat{j}\int_0^L \mathrm{d}x = iBL\hat{j}$$: نیروی مغناطیسی وراد بر سیم بطرف بالا است

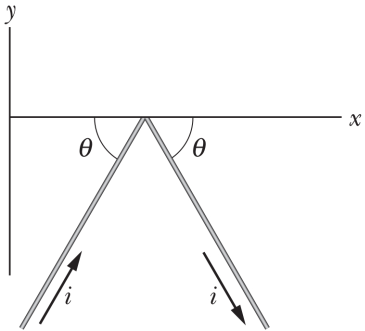
اگر نیروی مغناطیسی اثر نیروی وزن را خنثی کند نیروی کشش فنر بی اثر خواهد شد. بنابراین

$$\vec{F} + \vec{W} = 0 \Rightarrow iBL\hat{j} - Mg\hat{j} = 0$$

$$i = \frac{Mg}{BL}$$

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مسئله–۳: سیم خمیده‌ای در میدان مغناطیسی یکنواخت B قرار دارد. هر بخش مستقیم سیم طول L داردو با محور x زاویه‌ی θ می‌سازد. اگر میدان مغناطیسی الف) $\vec{B} = B\hat{k}$ و ب) $\vec{B} = B\hat{i}$ باشد نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را بدست آورید.

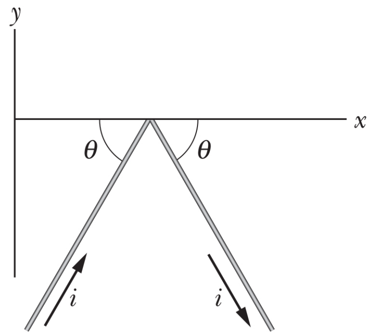


$$\text{بخش سمت چپ سیم} : \; \mathrm{d}\vec{\ell} = (\hat{i}\cos\theta + \hat{j}\sin\theta)\mathrm{d}\ell$$

$$\text{بخش سمت راست سیم} : \; \mathrm{d}\vec{\ell} = (\hat{i}\cos\theta - \hat{j}\sin\theta)\mathrm{d}\ell$$

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مسئله–۳:



$$\mathrm{d}\vec{F} = i\mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = i\int_{\text{سیم سمت چپ}} \mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B} + i\int_{\text{سیم سمت راست}} \mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B}$$

مسئله-۳:

الف) $\vec{B} = B\hat{k}$

$$\text{بخش سمت چپ سیم} :\ \mathrm{d}\vec{\ell} = (\hat{\imath}\cos\theta + \hat{\jmath}\sin\theta)\mathrm{d}\ell$$

$$\text{بخش سمت راست سیم} :\ \mathrm{d}\vec{\ell} = (\hat{\imath}\cos\theta - \hat{\jmath}\sin\theta)\mathrm{d}\ell$$

$$\vec{F} = i\int_{\text{سیم سمت چپ}} \mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B} + i\int_{\text{سیم سمت راست}} \mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = iB\int_0^L [(\hat{\imath}\cos\theta + \hat{\jmath}\sin\theta) \times \hat{k}]\mathrm{d}\ell + iB\int_0^L [(\hat{\imath}\cos\theta - \hat{\jmath}\sin\theta) \times \hat{k}]\mathrm{d}\ell$$

$$\vec{F} = iBL(-\hat{\jmath}\cos\theta + \hat{\imath}\sin\theta) + iBL(-\hat{\jmath}\cos\theta - \hat{\imath}\sin\theta)$$

$$\vec{F} = -2iBL\cos\theta\hat{\jmath}$$

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مسئله–۳:

ب) $\vec{B} = B\hat{i}$

$$\text{بخش سمت چپ سیم}: \ \mathrm{d}\vec{\ell} = (\hat{i}\cos\theta + \hat{j}\sin\theta)\mathrm{d}\ell$$

$$\text{بخش سمت راست سیم}: \ \mathrm{d}\vec{\ell} = (\hat{i}\cos\theta - \hat{j}\sin\theta)\mathrm{d}\ell$$

$$\vec{F} = i\int_{\text{سیم سمت چپ}} \mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B} + i\int_{\text{سیم سمت راست}} \mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B}$$

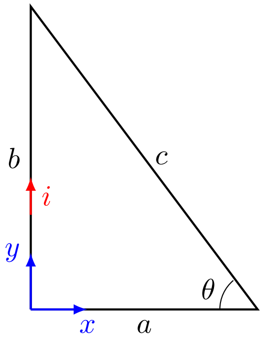
$$\vec{F} = iB\int_0^L [(\hat{i}\cos\theta + \hat{j}\sin\theta) \times \hat{i}]\mathrm{d}\ell + iB\int_0^L [(\hat{i}\cos\theta - \hat{j}\sin\theta) \times \hat{i}]\mathrm{d}\ell$$

$$\vec{F} = iBL(-\hat{k}\sin\theta) + iBL(\hat{k}\sin\theta)$$

$$\vec{F} = 0$$

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مسئله–۴: یک حلقه حامل جریان i به شکل مثلث قائم الزاویه با اضلاع a، b و $c(=\sqrt{a^2+b^2})$ است. حلقه در میدان مغناطیسی B قرار دارد که جهت آن موازی جریان در ضلع b حلقه است. اندازه‌ی نیروی وارد بر هر ضلع را بدست آورید و نهایتا نیروی برایند بر حلقه را بدست آورید.



$$a:\ \mathrm{d}\vec{\ell} = -\hat{i}\mathrm{d}x$$

$$b:\ \mathrm{d}\vec{\ell} = \hat{j}\mathrm{d}y$$

$$c:\ \mathrm{d}\vec{\ell} = (\hat{i}\cos\theta - \hat{j}\sin\theta)\mathrm{d}\ell$$

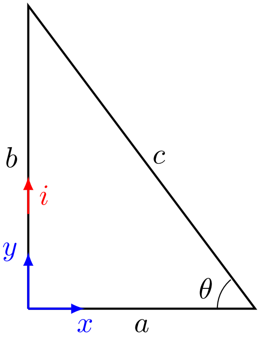
$$\cos\theta = \frac{a}{c}, \quad \sin\theta = \frac{b}{c}$$

$$c = \sqrt{a^2+b^2}$$

$$\vec{B} = B\hat{j}$$

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مسئله–۴:



$$a: \ \mathrm{d}\vec{\ell} = -\hat{i}\mathrm{d}x$$

$$b: \ \mathrm{d}\vec{\ell} = \hat{j}\mathrm{d}y$$

$$c: \ \mathrm{d}\vec{\ell} = (\hat{i}\cos\theta - \hat{j}\sin\theta)\mathrm{d}\ell$$

$$\cos\theta = \frac{a}{c}, \quad \sin\theta = \frac{b}{c}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\vec{B} = B\hat{j}$$

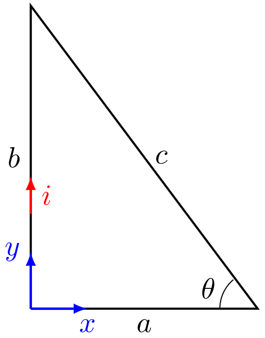
$$\mathrm{d}\vec{F} = i\mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B}$$

$$a \text{ سیم}: \ \vec{F}_a = iB(-\hat{i} \times \hat{j}) \int \mathrm{d}x = -iBa\hat{k}$$

$$b \text{ سیم}: \ \vec{F}_a = iB(\hat{j} \times \hat{j}) \int \mathrm{d}y = 0$$

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مسئله–۴:



$$a:\ \mathrm{d}\vec{\ell} = -\hat{i}\mathrm{d}x$$

$$b:\ \mathrm{d}\vec{\ell} = \hat{j}\mathrm{d}y$$

$$c:\ \mathrm{d}\vec{\ell} = (\hat{i}\cos\theta - \hat{j}\sin\theta)\mathrm{d}\ell$$

$$\cos\theta = \frac{a}{c}, \quad \sin\theta = \frac{b}{c}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\vec{B} = B\hat{j}$$

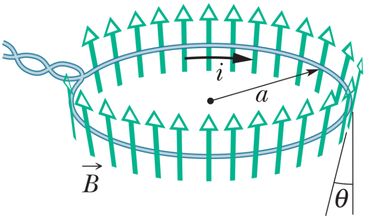
$$\mathrm{d}\vec{F} = i\mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B}$$

$$c\ \text{سیم}:\ \vec{F}_c = iB\left[\left(\frac{a}{c}\hat{i} - \frac{b}{c}\hat{j}\right) \times \hat{j}\right] \int \mathrm{d}\ell = iB\frac{a}{c}\hat{k} \int \mathrm{d}\ell = iBa\hat{k}$$

$$\vec{F}_{\text{کل}} = \vec{F}_a + \vec{F}_b + \vec{F}_c = -iBa\hat{k} + 0 + iBa\hat{k} = 0$$

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مسئله–۵: در شکل حلقه‌ی سیمی به شعاع a بر میدان مغناطیسی واگرا عمود است. میدان از نظر شعاعی، متقارن و در در همه جای حلقه دارای اندازه‌ی یکسان B است و جهت آن در همه جای حلقه با جهت عمود بر حلقه زاویه‌ی θ می‌سازد. سیم‌های بهم پیچیده هیچ تاثیری ندارند. اگر حلقه حامل جریان i باشد، اندازه نیروی وارد بر حلقه از طرف میدا را بدست آورید.

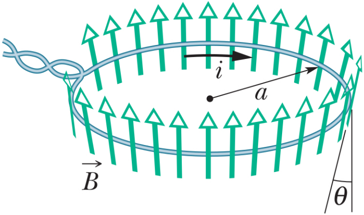


$$\mathrm{d}\vec{\ell} = -(-\hat{\imath}\sin\phi + \hat{\jmath}\cos\phi)R\mathrm{d}\phi, \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi$$

$$\vec{B} = B(\hat{\imath}\cos\phi\sin\theta + \hat{\jmath}\sin\phi\sin\theta + \hat{k}\cos\theta)$$

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مسئله–۵:



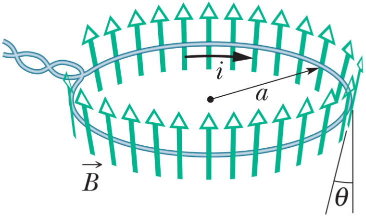
$$d\vec{\ell} = -(-\hat{\imath}\sin\phi + \hat{\jmath}\cos\phi)a\,d\phi, \quad 0 \le \phi \le 2\pi$$

$$\vec{B} = B(\hat{\imath}\cos\phi\sin\theta + \hat{\jmath}\sin\phi\sin\theta + \hat{k}\cos\theta)$$

$$d\vec{\ell}\times\vec{B} = Ba\begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\imath} & \hat{k} \\ \sin\phi & -\cos\phi & 0 \\ \cos\phi\sin\theta & \sin\phi\sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix} d\phi$$

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مسئله–۵:



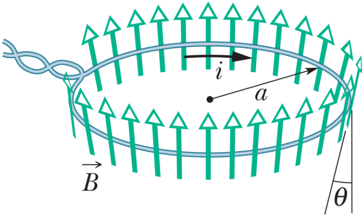
$$d\vec{\ell} \times \vec{B} = Ba \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{i} & \hat{k} \\ \sin\phi & -\cos\phi & 0 \\ \cos\phi\sin\theta & \sin\phi\sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix} d\phi$$

$$d\vec{\ell} \times \vec{B} = Ba[-\hat{i}\cos\theta\cos\phi - \hat{j}\cos\theta\sin\phi + \hat{k}\sin\theta]d\phi$$

$$\vec{F} = iBa\left[-\hat{i}\cos\theta\int_0^{2\pi}\cos\phi d\phi - \hat{j}\cos\theta\int_0^{2\pi}\sin\phi d\phi + \hat{k}\sin\theta\int_0^{2\pi}d\phi\right]$$

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مسئله–۵:



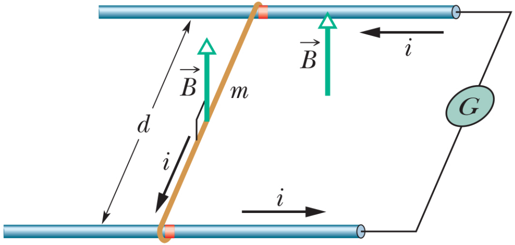
$$\vec{F} = iBa\left[-\hat{i}\cos\theta\int_0^{2\pi}\cos\phi\,\mathrm{d}\phi - \hat{j}\cos\theta\int_0^{2\pi}\sin\phi\,\mathrm{d}\phi + \hat{k}\sin\theta\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi\right]$$

$$\int_0^{2\pi}\sin\phi\,\mathrm{d}\phi = \int_0^{2\pi}\cos\phi\,\mathrm{d}\phi = 0, \qquad \int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi = 2\pi$$

$$\vec{F} = 2\pi aiB\sin\theta\hat{k}$$

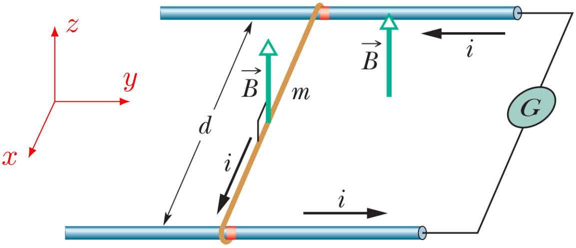
نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مسئله–۶: در شکل سیم فلزی با جرم m می‌تواند با اصطکاک ناچیزی بر روی دو ریل افقی موازی با فاصله‌ی d بلغزد. این مجموعه در میدان مغناطیسی یکنواخت قائم B قرار داردو در لحظه‌ی $t = 0$ منبع G به ریل ها وصل می‌شود . جریان ثابت i را درسیم و ریل ایجاد می‌کند. در لحظه‌ی t، سرعت سیم و جهت حرکت سیم را بدست آورید.



نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مسئله–۶:



$$\mathrm{d}\vec{\ell} = \hat{i}\mathrm{d}x, \quad \vec{B} = B\hat{k}$$

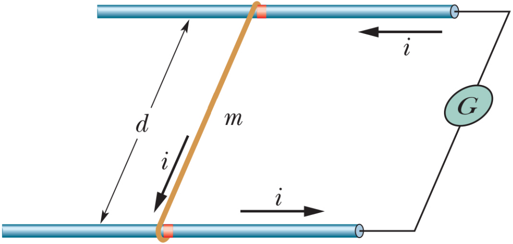
$$\mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B} = (\hat{i} \times \hat{k})B\mathrm{d}x = -\hat{j}B\mathrm{d}x$$

$$\vec{F} = i\int \mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B} = -idB\hat{j}$$

شتاب حرکت : $\vec{a} = -\dfrac{idB}{m}\hat{j}$, معادله‌ی سرعت : $v_y(t) = -\dfrac{idBt}{m}$

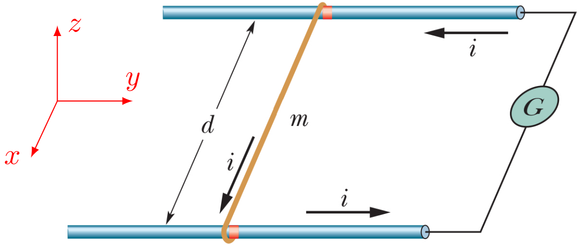
نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مسئله–۸: یک میله‌ی مسی به جرم m بر روی ریل افقی به فاصله‌ی d از هم ساکن بوده و جریان i از ریل عبور می‌کند.ضریب اصطکاک ایستایی بین میله و ریل μ_s است. اندازه و جهت (نسبت به قائم) کمینه‌ی میدان مغناطیسی را طوری بدست آورید که میله در آستانه حرکت قرار بگیرد.



نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مسئله–۸:



$$\mathrm{d}\vec{\ell} = \hat{i}\mathrm{d}x, \quad \vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$$

$$\mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B} = [\hat{i} \times (B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k})]\mathrm{d}x = (\hat{k}B_y - \hat{j}B_z)\mathrm{d}x$$

$$\vec{F} = i\int \mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B} = id(-\hat{j}B_z + \hat{k}B_y)$$

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مسئله–۸:

$$\vec{F} = id(-\hat{j}B_z + \hat{k}B_y)$$

$$\sum F_z = 0 : \quad N + idB_y - mg = 0 \Rightarrow N = mg - idB_y$$

$$\sum F_y = 0 : \quad f_s - idB_z = 0 \Rightarrow f_s = idB_z$$

$$f_s \leq \mu_s N \Rightarrow idB_z \leq \mu_s(mg - idB_y)$$

اگر : $\begin{cases} B_y = B\sin\theta \\ B_z = B\cos\theta \end{cases}$

$$idB\cos\theta \leq \mu_s(mg - idB\sin\theta) \Rightarrow idB(\cos\theta + \mu_s\sin\theta) \leq \mu_s mg$$

$$B \leq \frac{\mu_s mg}{id(\cos\theta + \mu_s\sin\theta)}$$

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مسئله–۸:

$$B \leq \frac{\mu_s mg}{id(\cos\theta + \mu_s \sin\theta)}$$

در آستانه حرکت : $B(\theta) = \dfrac{\mu_s mg}{id(\cos\theta + \mu_s \sin\theta)}$

$$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}\theta} = 0: \quad \frac{\mu_s mg}{id}\,\frac{-\sin\theta + \mu_s\cos\theta}{(\cos\theta + \mu_s\sin\theta)^2} = 0 \Rightarrow -\sin\theta + \mu_s\cos\theta = 0$$

$$\tan\theta_{\min} = \mu_s$$

$$\sin\theta = \frac{\mu_s}{\sqrt{1+\mu_s^2}}, \qquad \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{1+\mu_s^2}}$$

$$B(\theta = \theta_{\min}) = \frac{\mu_s mg}{id\sqrt{1+\mu_s^2}}$$

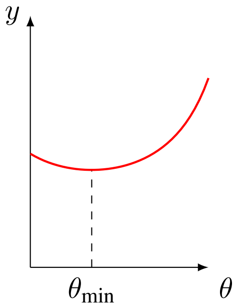
نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

مسئله–۸:

$$B(\theta) = \frac{\mu_s mg}{id(\cos\theta + \mu_s \sin\theta)}$$

$$\tan\theta_{\min} = \mu_s$$

$$B(\theta = \theta_{\min}) = \frac{\mu_s mg}{id\sqrt{1+\mu_s^2}}$$



مسئله–۹: یک رسانای بلند و صلب در امتداد محور x قرار دارد و حامل جریان $i = 5\,\mathrm{A}$ در جهت منفی محور x است. رسانا داخل میدان مغناطیسی $B = 3\hat{i} + 8x^2\hat{j}$ قرار دارد. B بر حسب میلی تسلا و x بر حسب متر است. نیروی وارد بر طول 2 متری از رسانا واقع در $x = 1\,m$ و $x = 3\,m$ را بدست آورید.

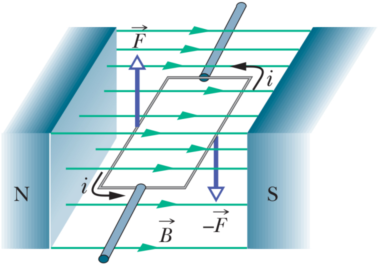
$$d\vec{\ell} = \hat{i}dx$$

$$\vec{F} = i\int_3^1 [\hat{i} \times (3 \times 10^{-3}\hat{i} + 8 \times 10^{-3}x^2\hat{j})]dx = i\left(\int_3^1 8 \times 10^{-3}x^2dx\right)\hat{k}$$

$$\vec{F} = i\left[\frac{8 \times 10^{-3}}{3}x^3\right]_3^1 \hat{k}$$

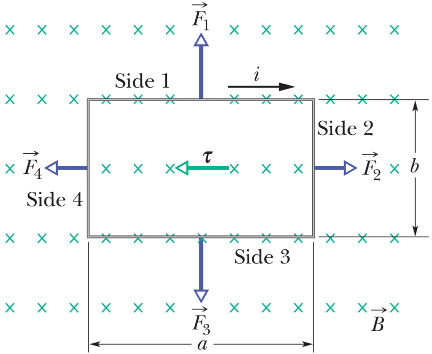
$$\vec{F} = 5\frac{8 \times 10^{-3}}{3}[1 - 27]\hat{k} = -0.347\hat{k}\,\mathrm{N}$$

گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان



◄ شکل بالا موتور ساده‌ای را نشان می‌دهد که شامل یک حلقه‌ی جریان در میدان مغناطیسی است.

گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان



◄ شکل بالا حلقه مستطیلی با ابعاد a و b را نشان می‌دهد که حامل جریان i واقع در میدان مغناطیسی یکنواخت B بطرف داخل صفحه است.

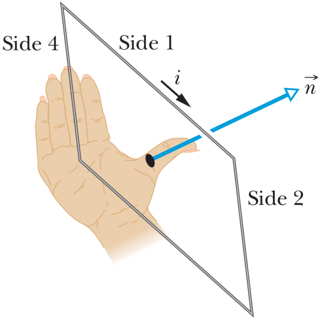
◄ اضلاع بلند ۱ و ۳ **همواره** عمود بر جهت میدان **هستند**.

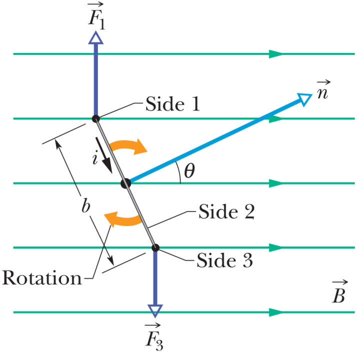
◄ اضلاع کوتاه ۲ و ۴ **همواره** عمود بر جهت میدان **نیستند**. با توجه به زاویه‌ی چرخش حلقه حول محور مرکزی، اضلاع ۲ و ۴ می‌توانند از وضعیت موازی تا عمود تغییر کنند.

◄ دو نیروی مغناطیسی F_1 و F_3 با هم برابر و در خلاف جهت یکدیگر هستند.نیروها، گشتاور بر حلقه وارد می‌کنند که می‌خواهند حلقه را حول محور مرکزی بچرخانند.

◄ دو نیروی مغناطیسی F_2 و F_4 با هم برابر و در خلاف جهت یکدیگر هستند. نیروها **همواره** از محور مرکزی عبور می‌کنند و گشتاوری برابر صفر دارند.

گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان





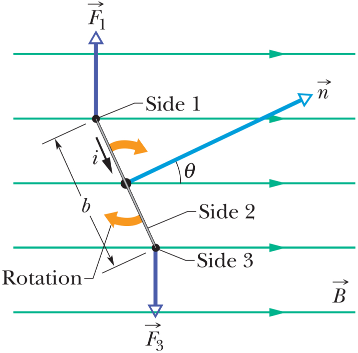
$$F_1 = F_3 = iaB$$

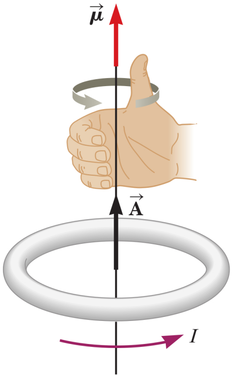
بزرگی گشتاور نیرو : $\tau_{\text{کل}} = \tau_1 + \tau_3 = F_1 \frac{b}{2} \sin\theta + F_3 \frac{b}{2} \sin\theta$

$\tau_{\text{کل}} = iaB\frac{b}{2}\sin\theta + iaB\frac{b}{2}\sin\theta = iabB\sin\theta,$ مساحت : $A = ab$

$$\tau_{\text{کل}} = iAB\sin\theta$$

گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان





$$\tau_{\text{کل}} = iAB\sin\theta$$

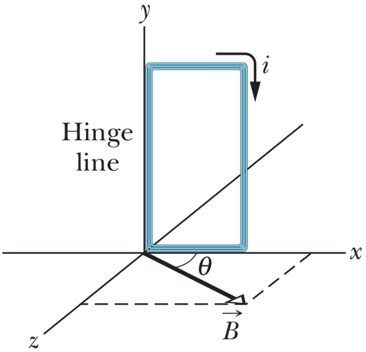
قاعده‌ی دست راست $\vec{\mu} = i\vec{A} = iA\hat{n}$: گشتاور دو قطبی مغناطیسی

$$\tau_{\text{کل}} = \mu B\sin\theta$$

$$\vec{\tau}_{\text{کل}} = \vec{\mu}\times\vec{B}$$

گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

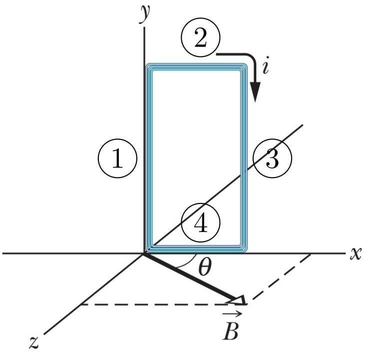
مسئله–۱۰: شکل، پیچه‌ی N دور مستطیل شکل از سیمی با ابعاد a و $b(< a)$ را نشان می‌دهد. این پیچه حامل جریان i بوده و در امتداد یکی از ضلع های خود لولا شده است. پیچه در صفحه‌ی xy قرار دارد و با میدان یکنواخت B زاویه‌ی θ می‌سازد. گشتاور نیروی وارد بر پیچه را حول لولا بدست آورید.



$$\vec{B} = B(\hat{i}\cos\theta + \hat{k}\sin\theta)$$

گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

مسئله– ۱۰:



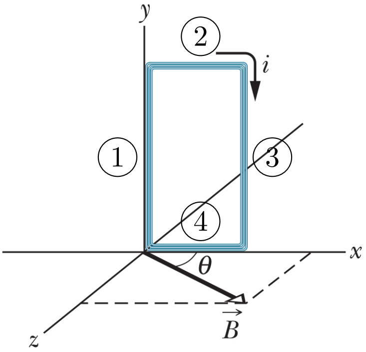
$$\mathrm{d}\vec{\ell}_1 = \hat{j}\mathrm{d}y \qquad \mathrm{d}\vec{\ell}_3 = -\hat{j}\mathrm{d}y$$

$$\vec{F}_1 = Ni\int \mathrm{d}\vec{\ell}_1 \times \vec{B} \qquad \vec{F}_3 = Ni\int \mathrm{d}\vec{\ell}_3 \times \vec{B}$$

$$\vec{F}_1 = NiaB(-\hat{k}\cos\theta + \hat{i}\sin\theta) \qquad \vec{F}_3 = NiaB(\hat{k}\cos\theta - \hat{i}\sin\theta)$$

گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

مسئله– ۱۰:



$$\mathrm{d}\vec{\ell}_2 = \hat{i}\mathrm{d}x$$

$$\vec{F}_2 = Ni\int \mathrm{d}\vec{\ell}_2 \times \vec{B}$$

$$\vec{F}_2 = -NibB\hat{j}\sin\theta$$

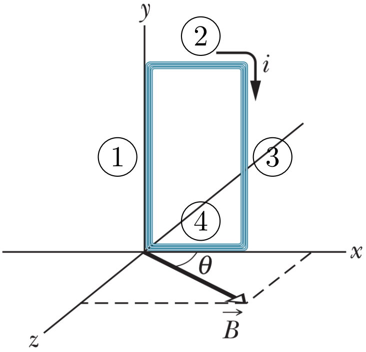
$$\mathrm{d}\vec{\ell}_4 = -\hat{i}\mathrm{d}x$$

$$\vec{F}_4 = Ni\int \mathrm{d}\vec{\ell}_4 \times \vec{B}$$

$$\vec{F}_4 = NibB\hat{j}\sin\theta$$

گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

مسئله–۱۰:



$$\vec{F}_1 = NiaB(-\hat{k}\cos\theta + \hat{i}\sin\theta)$$

$$\vec{F}_3 = NiaB(\hat{k}\cos\theta - \hat{i}\sin\theta)$$

$$\vec{F}_2 = -NibB\hat{j}\sin\theta$$

$$\vec{F}_4 = NibB\hat{j}\sin\theta$$

گشتاور حول محور y : $\vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \vec{\tau}_3 + \vec{\tau}_4$

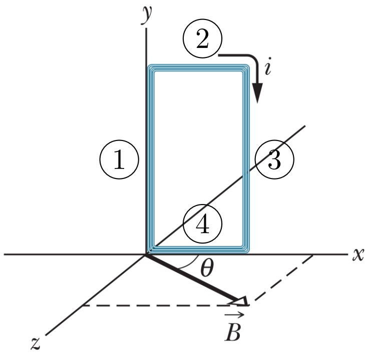
$$\vec{\tau} = 0 + 0 + b\hat{i} \times \vec{F}_3 + 0$$

$$\vec{\tau} = NiabB\hat{i} \times (\hat{k}\cos\theta - \hat{i}\sin\theta)$$

$$\vec{\tau} = -NiabB\hat{j}\cos\theta$$

گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

مسئله–۱۰:



$$\vec{F}_1 = NiaB(-\hat{k}\cos\theta + \hat{i}\sin\theta)$$

$$\vec{F}_3 = NiaB(\hat{k}\cos\theta - \hat{i}\sin\theta)$$

$$\vec{F}_2 = -NibB\hat{j}\sin\theta$$

$$\vec{F}_4 = NibB\hat{j}\sin\theta$$

$$\vec{\tau} = -NiabB\hat{j}\cos\theta$$

روش دیگر: استفاده از گشتاور دوقطبی $\vec{\mu}$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B}$$

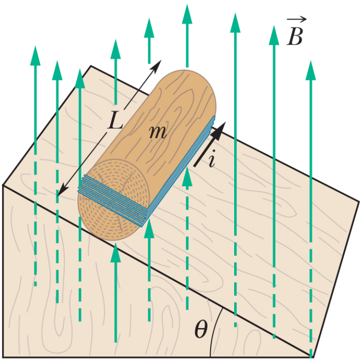
$$\vec{\mu} = -Niab\hat{k}$$

$$\vec{\tau} = -Niab\hat{k}\times B(\hat{i}\cos\theta + \hat{k}\sin\theta)$$

$$\vec{\tau} = -NiabB\hat{j}\cos\theta$$

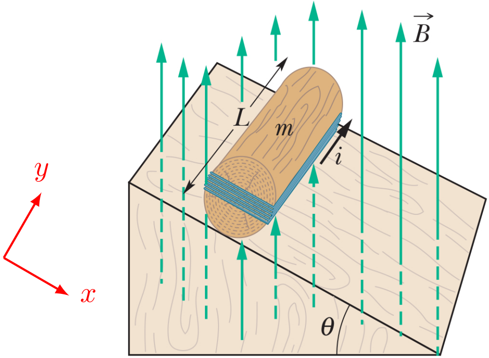
گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

مسئله–۱۱: شکل، استوانه‌ی چوبی به جرم m و طول L را نشان می‌دهد که N دور سیم بطور طولی دور آن پیچیده شده است. پیچه در صفحه‌ای قرار دارد که محور مرکزی استوانه را شامل می‌شود. استوانه روی سطح شیبداری با زاویه شیب θرها می‌شود و صفحه‌ی پیچه با سطح شیبدار موازی است. میدان مغناطیسی یکنواخت B در امتداد قائم اعمال می‌شود. کمینه جریان i پیچه چقدر باشد تا مانع غلتش استوانه بر روی سطح شیبدار شود.



گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

مسئله–۱۱:

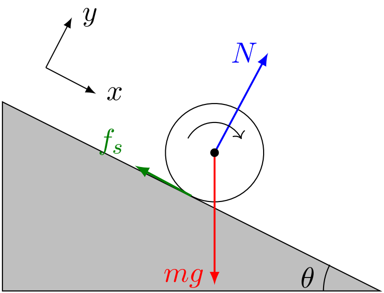


گشتاور نیروی مغناطیسی : $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

$$\vec{\tau} = Ni2RL\hat{j} \times B(-\hat{i}\sin\theta + \hat{j}\cos\theta)$$

$$\vec{\tau} = Ni2RLB\hat{k}\sin\theta$$

مسئله–۱۱:



گشتاور حول محور مرکزی استوانه : $\sum \tau_O = I_O\alpha : \; f_s R - Ni2RLB\sin\theta = I_O\alpha$

حرکت در امتداد سطح شیبدار : $\sum F = ma : \; mg\sin\theta - f_s = ma$

مسئله-۱۱:

$$\begin{cases} f_s R - Ni2RLB\sin\theta = I_O\alpha \\ mg\sin\theta - f_s = ma \end{cases}$$

در وضعیت عدم غلتش

$$\alpha = a = 0$$

بنابراین

$$\begin{cases} f_s R - Ni2RLB\sin\theta = 0 \\ mg\sin\theta - f_s = 0 \end{cases}$$

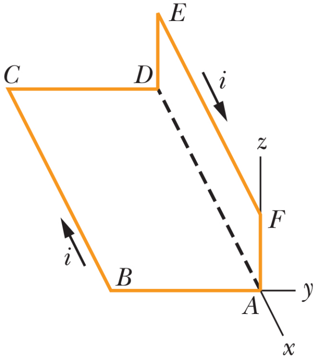
$$mg\sin\theta - f_s = 0 \Rightarrow f_s = mg\sin\theta$$

$$f_s R - Ni2RLB\sin\theta = 0 \Rightarrow mgR\sin\theta - Ni2RLB\sin\theta = 0$$

$$R\sin\theta(mg - Ni2LB) = 0 \Rightarrow i = \frac{mg}{2NLB}$$

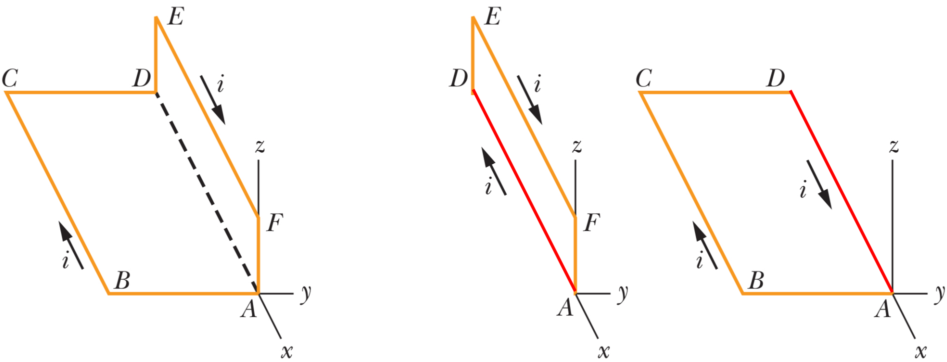
گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

مسئله–۱۱: شکل، حلقه‌ی $ABCDEFA$ را نشان می‌دهد که حامل جریان i است. ضلع‌های حلقه موازی محورهای مختصات هستند. $AB = 2a$ ، $BC = 3a$ و $AF = a$ است. گشتاور دوقطبی مغناطیسی حلقه را بر حسب بردارهای یکه بدست آورید.



گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

مسئله–۱۱:



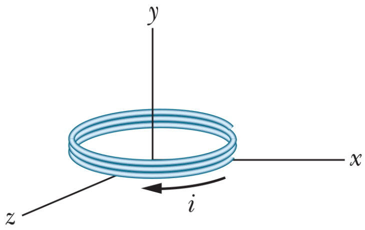
$$ADEF \text{ حلقه‌ی } : \quad \vec{\mu}_1 = i(3a)a\hat{j}$$

$$ABCD \text{ حلقه‌ی } : \quad \vec{\mu}_2 = -i(2a)(3a)\hat{k}$$

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2 \Rightarrow \vec{\mu} = 3ia^2(\hat{j} - 2\hat{k})$$

گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

مسئله–۱۲: در پیچه‌ی زیر جریان i در جهت نشان داده شده می‌گذرد. تعداد دورهای N و مساحت A است و در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = B(2\hat{i} - 3\hat{j} - 4\hat{k})$ قرار دارد. الف) انرژی پتانسیل مغناطیسی دستگاه، ب) گشتاور مغناطیسی وارد بر پیچه را بدست آورید.



$$\vec{\mu} = -iNA\hat{j}$$

$$U = -\mu \cdot \vec{B} = iNAB[\hat{j} \cdot (2\hat{i} - 3\hat{j} - 4\hat{k})] = -3iNAB$$

$$\vec{\tau} = \mu \times \vec{B} = -iNAB[\hat{j} \times (2\hat{i} - 3\hat{j} - 4\hat{k})] = iNAB(2\hat{k} + 4\hat{i})$$