فیزیک ۲

میدان مغناطیسی ناشی از جریان‌ها

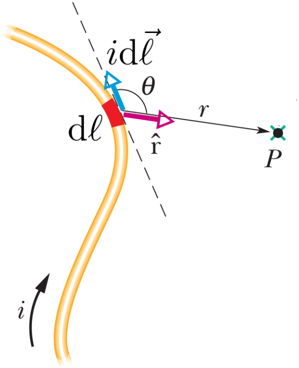
محمدرضا مظفری

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

بهمن ۱۴۰۰

قانون بیو–ساوار

سیم حامل جریان در اطراف خود میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند. در این فصل قصد داریم به دو روش **بیو–ساوار** و **آمپر** میدان مغناطیسی پیرامون سیم حامل جریان را بدست آوریم.



- **قانون بیو–ساوار** (Biot–Savart law): اندازه میدان $\mathrm{d}\vec{B}$ ایجاد شده در نقطه‌ی P در فاصله‌ی r توسط عنصر جریان $i\mathrm{d}\vec{\ell}$ از رابطه‌ی زیر بدست می‌اید،

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\mathrm{d}\vec{\ell}\times\hat{r}}{r^2}}$$

- نماد μ_0 **ثابت تراوایی** نامیده می‌شود و مقدار آن برابر است با

$$\mu_0 = 4\pi\times 10^{-7}\ \mathrm{Tm/A}$$

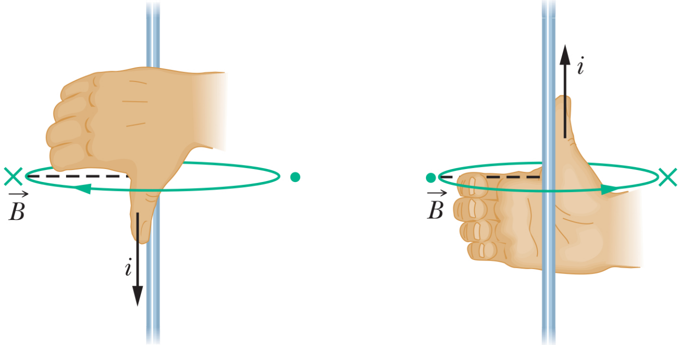
قانون بیو-ساوار

میدان مغناطیسی ناشی از جریان سیم راست و بلند

سمتگیری براده‌های آهن در صفحه‌ی عمود بر سیم حامل جریان

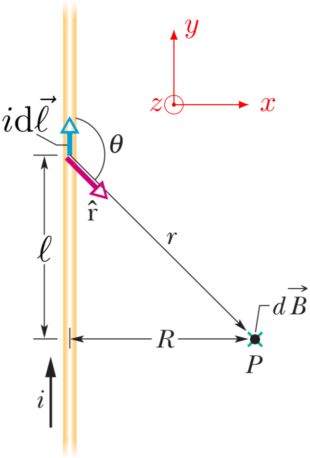
قانون بیو-ساوار

میدان مغناطیسی ناشی از جریان سیم راست و بلند



قاعده‌ی دست راست برای تعیین خطوط میدان در نزدیکی سیم حامل جریان

میدان مغناطیسی ناشی از جریان سیم راست و بلند



$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\mathrm{d}\vec{\ell}\times\hat{r}}{r^2}$$

$$\mathrm{d}\vec{\ell} = \hat{j}\mathrm{d}\ell$$

$$r^2 = R^2 + \ell^2$$

$$\hat{r} = \hat{i}\sin\theta - \hat{j}\cos\theta$$

$$\mathrm{d}\vec{\ell}\times\hat{r} = [\hat{j}\times(\hat{i}\sin\theta - \hat{j}\cos\theta)]\mathrm{d}\ell$$

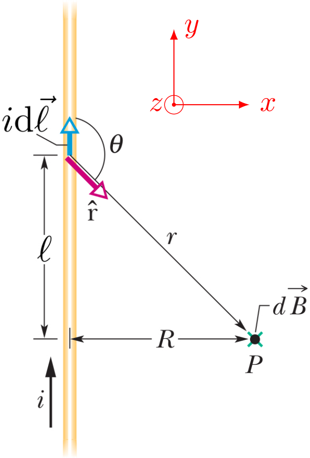
$$\mathrm{d}\vec{\ell}\times\hat{r} = -\hat{k}\sin\theta\mathrm{d}\ell$$

$$\mathrm{d}\vec{B} = -\hat{k}\frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{\sin\theta\mathrm{d}\ell}{R^2+\ell^2}$$

$$\sin(\pi-\theta) = \sin\theta = \frac{R}{\sqrt{R^2+l^2}}$$

قانون بیو–ساوار

میدان مغناطیسی ناشی از جریان سیم راست و بلند



$$\mathrm{d}\vec{B} = -\hat{k}\frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{\sin\theta \mathrm{d}\ell}{R^2+\ell^2}$$

$$\sin(\pi-\theta) = \sin\theta = \frac{R}{\sqrt{R^2+l^2}}$$

$$\mathrm{d}\vec{B} = -\hat{k}\frac{\mu_0 iR}{4\pi}\frac{\mathrm{d}\ell}{[R^2+\ell^2]^{3/2}}$$

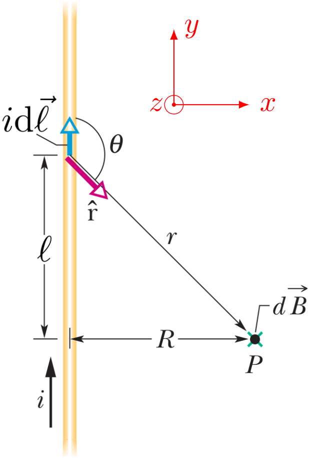
$$\vec{B} = -\hat{k}\frac{\mu_0 iR}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mathrm{d}\ell}{[R^2+\ell^2]^{3/2}}$$

$$\ell = R\tan\alpha, \quad \mathrm{d}\ell = R(1+\tan^2\alpha)\mathrm{d}\alpha$$

$$\int\frac{\mathrm{d}\ell}{[R^2+\ell^2]^{3/2}} = \int\frac{R(1+\tan^2\alpha)\mathrm{d}\alpha}{R^3(1+\tan^2\alpha)^{3/2}} = \frac{1}{R^2}\int\cos\alpha\mathrm{d}\alpha = \frac{1}{R^2}\sin\alpha$$

قانون بیو-ساوار

میدان مغناطیسی ناشی از جریان سیم راست و بلند



$$\vec{B} = -\hat{k}\frac{\mu_0 i R}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mathrm{d}\ell}{[R^2+\ell^2]^{3/2}}$$

$$\ell = R\tan\alpha$$

$$\int \frac{\mathrm{d}\ell}{[R^2+\ell^2]^{3/2}} = \frac{1}{R^2}\sin\alpha = \frac{1}{R^2}\frac{\ell}{\sqrt{R^2+\ell^2}}$$

$$\vec{B} = -\hat{k}\frac{\mu_0 i}{4\pi R}\left[\frac{\ell}{\sqrt{R^2+\ell^2}}\right]_{-\infty}^{\infty}$$

$$\vec{B} = -\hat{k}\frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

قانون بیو–ساوار

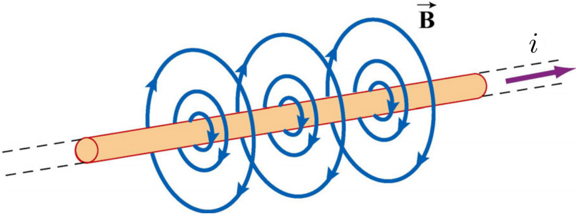
میدان مغناطیسی ناشی از جریان سیم راست و بلند

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

نکته ۱: R فاصله‌ی عمودی نقطه‌ی P از سیم حامل جریان است.

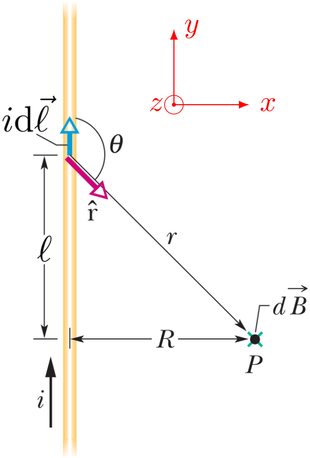
نکته ۲: میدان بصورت $1/R$ کاهش پیدا می‌کند.

نکته ۳: جهت خطوط میدان با استفاده از قاعده‌ی دست راست



قانون بیو-ساوار

میدان مغناطیسی ناشی از جریان سیم راست نیمه بینهایت



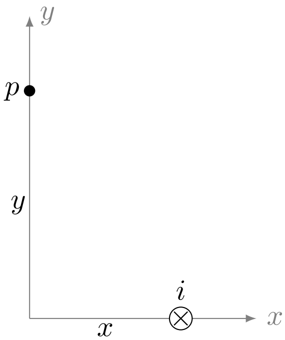
$$\vec{B} = -\hat{k}\frac{\mu_0 i R}{4\pi}\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}\ell}{[R^2+\ell^2]^{3/2}}$$

$$\vec{B} = -\hat{k}\frac{\mu_0 i}{4\pi R}\left[\frac{\ell}{\sqrt{R^2+\ell^2}}\right]_0^\infty$$

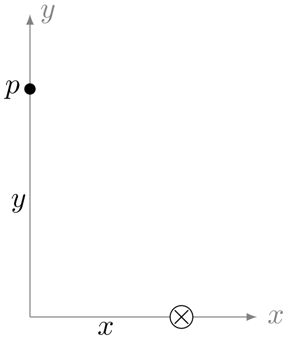
$$\vec{B} = -\hat{k}\frac{\mu_0 i}{4\pi R}$$

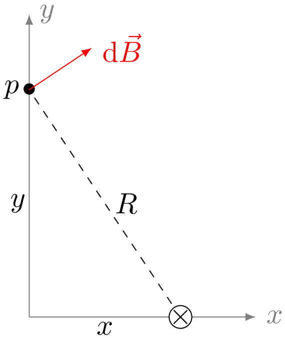
قانون بیو–ساوار

مسئله–۰: شکل، سطح مقطع یک سیم راست و بلند را نشان می‌دهد که حامل جریان i بطرف داخل صفحه هستند. اندازه میدان مغناطیسی برآیند را در نقطه‌ی p بدست آورید.



قانون بیو-ساوار



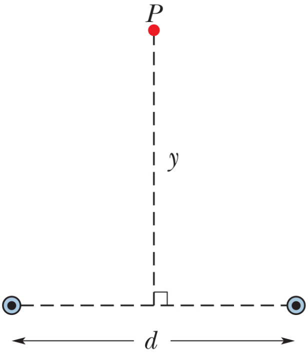


بزرگی میدان مغناطیسی : $B_p = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi\sqrt{x^2+y^2}}, \quad R = \sqrt{x^2+y^2}$

جهت میدان مغناطیسی : $\vec{B}_p = B_p(\hat{i}\sin\theta + \hat{j}\cos\theta)$

$$\vec{B}_p = \frac{\mu_0 i}{2\pi\sqrt{x^2+y^2}}\left(\hat{i}\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} + \hat{j}\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\frac{(\hat{i}y + \hat{j}x)}{x^2+y^2}$$

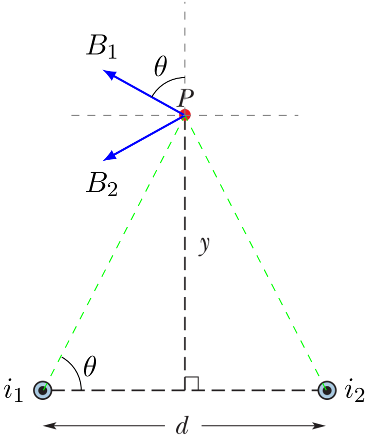
قانون بیو–ساوار



مسئله–۱: شکل، سطح مقطع دو سیم راست و بلند را نشان می‌دهد که هر یک حامل جریان i بطرف خارج صفحه هستند. اندازه میدان مغناطیسی برآیند بر روی عمود منصف فاصله‌ی بین سیم‌ها را بدست آورید.

قانون بیو-ساوار

مسئله-۱:



$$\vec{B}_{\text{کل}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

$$i_1 = i_2 = i$$

$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 i}{4\pi\sqrt{y^2 + d^2/4}}$$

$$\vec{B}_1 = B_1(-\hat{i}\sin\theta + \hat{j}\cos\theta)$$

$$\vec{B}_2 = B_2(-\hat{i}\sin\theta - \hat{j}\cos\theta)$$

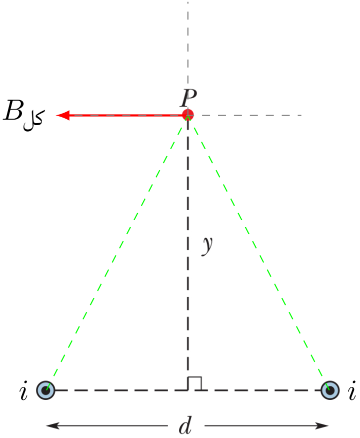
$$\cos\theta = \frac{d/2}{\sqrt{y^2 + d^2/4}}$$

$$\sin\theta = \frac{y}{\sqrt{y^2 + d^2/4}}$$

$$\vec{B}_{\text{کل}} = -\hat{i}\frac{\mu_0 i}{2\pi\sqrt{y^2 + d^2/4}}\sin\theta$$

قانون بیو–ساوار

مسئله–۱:

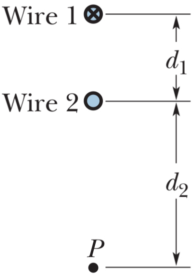


$$\sin\theta = \frac{y}{\sqrt{y^2 + d^2/4}}$$

$$\vec{B}_{کل} = -\hat{i}\frac{\mu_0 i}{2\pi\sqrt{y^2 + d^2/4}}\sin\theta$$

$$\vec{B}_{کل} = -\hat{i}\frac{\mu_0 i y}{2\pi(y^2 + d^2/4)}$$

قانون بیو-ساوار

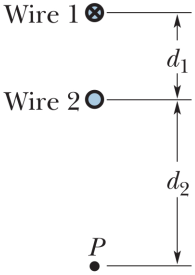


مسئله-۲: در شکل دو سیم راست و بلند عمود بر صفحه در فاصله‌ی d_1 از هم قرار دارند. سیم 1 حامل جریان i_1 بطرف داخل صفحه است. اندازه و جهت داخل یا خارج صفحه جریان سیم 2 چقدر باشد تا میدان مغناطیسی برآیند دو سیم در نقطه‌ی P به فاصله‌ی d_2 از سیم 2 برابر صفر شود.

قانون بیو-ساوار

مسئله-۲:

جریان در سیم 1 بطرف داخل صفحه است.



$$\text{سیم } 1:\quad \vec{B}_1 = -\hat{i}\frac{\mu_0 i_1}{2\pi(d_1+d_2)}$$

$$\text{سیم } 2:\quad \vec{B}_2 = \hat{i}\frac{\mu_0 i_2}{2\pi d_2}$$

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

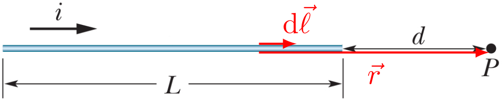
$$\vec{B} = \hat{i}\left(-\frac{\mu_0 i_1}{2\pi(d_1+d_2)} + \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d_2}\right)$$

$$\vec{B} = 0 \Rightarrow -\frac{i_1}{d_1+d_2} + \frac{i_2}{d_2} = 0$$

جریان در سیم 2 باید بطرف خارج صفحه است : $i_2 = -i_1\frac{d_2}{d_1+d_2}$

قانون بیو–ساوار

مسئله–۳: میدان مغناطیسی در امتداد سیمی به طول L و حامل جریان i را در نقطه‌ی P به فاصله‌ی d از یک انتهای سیم را بدست آورید.



$$\mathrm{d}\vec{\ell} = \hat{i}\mathrm{d}x$$

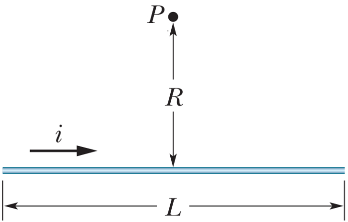
$$\hat{r} = \hat{i}$$

$$\mathrm{d}\vec{\ell} \times \hat{r} = 0$$

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\mathrm{d}\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2} \Rightarrow \vec{B} = 0$$

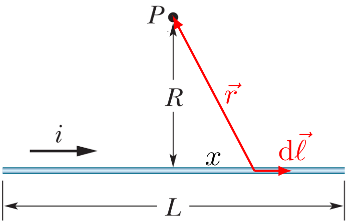
قانون بیو-ساوار

مسئله-۴: میدان مغناطیسی سیمی به طول L و حامل جریان i را در نقطه‌ی P روی عمود منصف سیم به فاصله‌ی d از سیم را بدست آورید. جواب نهایی برای $L \to \infty$ بررسی شود.



قانون بیو–ساوار

مسئله–۴:



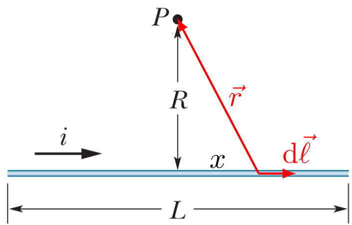
$$d\vec{\ell} = \hat{i}dx, \quad -L/2 \leq x \leq L/2$$

$$x\hat{i} + \vec{r} = R\hat{j} \Rightarrow \vec{r} = R\hat{j} - x\hat{i}, \quad r = \sqrt{R^2 + x^2}, \quad \hat{r} = \frac{R\hat{j} - x\hat{i}}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{[\hat{i} \times (R\hat{j} - x\hat{i})]}{(R^2 + x^2)^{3/2}}dx = \hat{k}\frac{\mu_0 iR}{4\pi}\frac{dx}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

قانون بیو-ساوار

مسئله-۴:



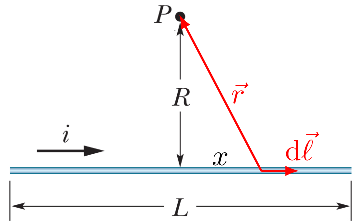
$$\mathrm{d}\vec{B} = \hat{k}\frac{\mu_0 i R}{4\pi}\frac{\mathrm{d}x}{(R^2+x^2)^{3/2}} \Rightarrow \vec{B} = \hat{k}\frac{\mu_0 i R}{4\pi}\int_{-L/2}^{L/2}\frac{\mathrm{d}x}{(R^2+x^2)^{3/2}}$$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{[R^2+x^2]^{3/2}} = \frac{1}{R^2}\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

$$\vec{B} = \hat{k}\frac{\mu_0 i}{4\pi R}\frac{L}{\sqrt{R^2+L^2/4}}$$: بطرف خارج صفحه

قانون بیو–ساوار

مسئله–۴:



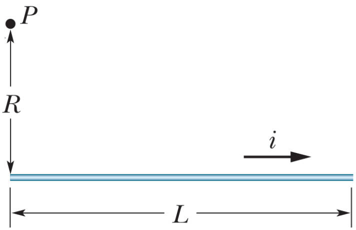
بطرف خارج صفحه : $$\vec{B} = \hat{k}\frac{\mu_0 i}{4\pi R}\frac{L}{\sqrt{R^2 + L^2/4}}$$

$$\lim_{L/R\to\infty} B = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\lim_{L/R\to\infty}\frac{L}{\sqrt{R^2 + L^2/4}}$$

$$\lim_{L/R\to\infty} B = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\times 2 = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

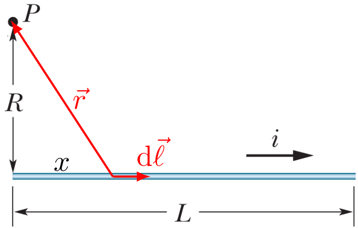
قانون بیو–ساوار

مسئله–۵: میدان مغناطیسی سیمی به طول L و حامل جریان i را در نقطه‌ی P به فاصله‌ی d از یک انتهای سیم بدست آورید.



قانون بیو–ساوار

مسئله–۵:



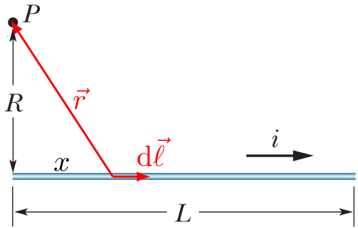
$$\mathrm{d}\vec{\ell} = \hat{i}\mathrm{d}x, \quad -L/2 \leq x \leq L/2$$

$$x\hat{i} + \vec{r} = R\hat{j} \Rightarrow \vec{r} = R\hat{j} - x\hat{i}, \quad r = \sqrt{R^2 + x^2}, \quad \hat{r} = \frac{R\hat{j} - x\hat{i}}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\mathrm{d}\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{[\hat{i} \times (R\hat{j} - x\hat{i})]}{(R^2 + x^2)^{3/2}}\mathrm{d}x = \hat{k}\frac{\mu_0 iR}{4\pi}\frac{\mathrm{d}x}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

قانون بیو–ساوار

مسئله–۵:



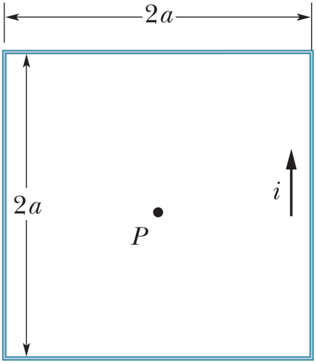
$$\mathrm{d}\vec{B} = \hat{k}\frac{\mu_0 i R}{4\pi}\frac{\mathrm{d}x}{(R^2+x^2)^{3/2}} \Rightarrow \vec{B} = \hat{k}\frac{\mu_0 i R}{4\pi}\int_0^L \frac{\mathrm{d}x}{(R^2+x^2)^{3/2}}$$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{[R^2+x^2]^{3/2}} = \frac{1}{R^2}\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

$$\vec{B} = \hat{k}\frac{\mu_0 i}{4\pi R}\frac{L}{\sqrt{R^2+L^2}}$$: بطرف خارج صفحه

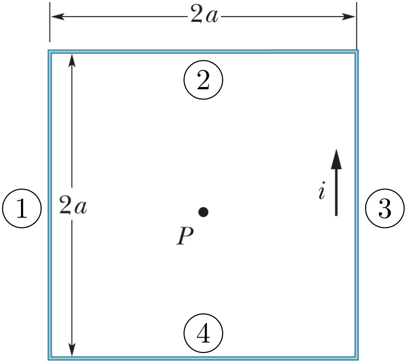
قانون بیو-ساوار

مسئله-۶: برای شکل مقابل میدان مغناطیسی در نقطه‌ی P چقدر است؟



قانون بیو–ساوار

مسئله–۶:



با استفاده از قاعده‌ی دست راست، جهت میدان ناشی همه‌ی قسمتهای در نقطه‌ی P بطرف **خارج** صفحه است. بزرگی میدان را با استفاده از

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \frac{L}{\sqrt{R^2 + L^2/4}}$$

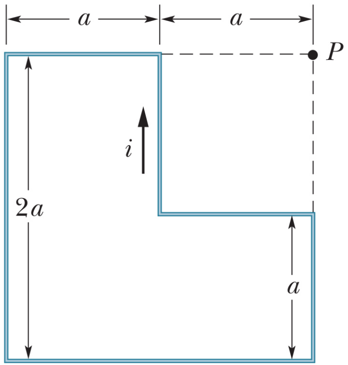
بدست می‌آوریم. برای همه‌ی قسمتها اگر $R = a$ و $L = 2a$

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \frac{\sqrt{2}\mu_0 i}{4\pi a}$$

$$B_{\text{کل}} = 4\frac{\sqrt{2}\mu_0 i}{4\pi a} = \frac{\sqrt{2}\mu_0 i}{\pi a}$$

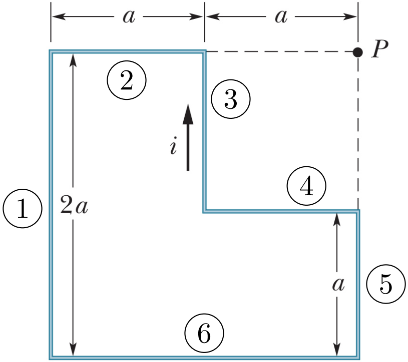
قانون بیو-ساوار

مسئله-۷: برای شکل مقابل میدان مغناطیسی در نقطه‌ی P چقدر است؟



قانون بیو-ساوار

مسئله-۷:

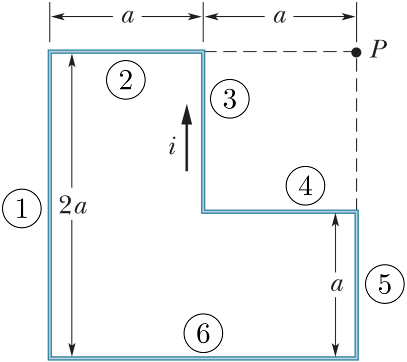


برای قسمتهای 2 و 5 زاویه‌ی بین $\hat{r}$ و $\mathrm{d}\vec{\ell}$ برابر صفر است. بنابراین

$$B_2 = B_5 = 0$$

قانون بیو-ساوار

مسئله-۷:



با استفاده از قاعده‌ی دست راست، جهت میدان ناشی از قسمتهای (1) و (6) در نقطه‌ی P بطرف **خارج** صفحه است. بزرگی میدان را با استفاده از

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\frac{L}{\sqrt{R^2 + L^2}}$$

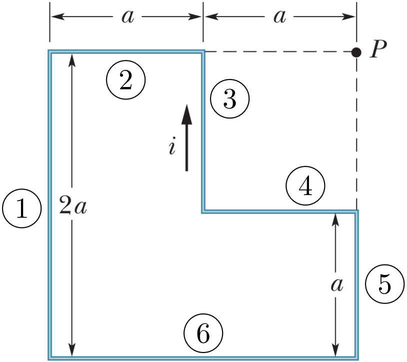
بدست می‌آوریم.

< اگر $R = 2a$ و $L = 2a$

$$B_1 = B_6 = \frac{\mu_0 i}{8\sqrt{2}\pi a}$$

قانون بیو–ساوار

مسئله–۷:



با استفاده از قاعده‌ی دست راست، جهت میدان ناشی از قسمتهای (3) و (4) در نقطه‌ی P بطرف **داخل** صفحه است. بزرگی میدان را با استفاده از

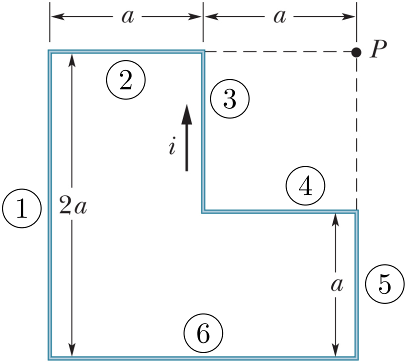
$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \frac{L}{\sqrt{R^2 + L^2}}$$

بدست می‌آوریم.

< اگر $R = a$ و $L = a$

$$B_3 = B_4 = \frac{\mu_0 i}{4\sqrt{2}\pi a}$$

مسئله–۷:



بطرف خارج صفحه : $B_1 = B_6 = \dfrac{\mu_0 i}{8\sqrt{2}\pi a}$

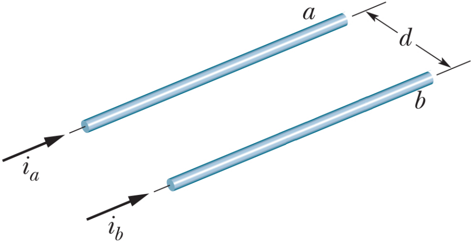
بطرف داخل صفحه : $B_3 = B_4 = \dfrac{\mu_0 i}{4\sqrt{2}\pi a}$

$$B_{\text{کل}} = \sum_{i=1}^{6} B_i = 2\frac{\mu_0 i}{8\sqrt{2}\pi a} - 2\frac{\mu_0 i}{4\sqrt{2}\pi a}$$

$$B_{\text{کل}} = -\frac{\mu_0 i}{4\sqrt{2}\pi a}$$

قانون بیو-ساوار

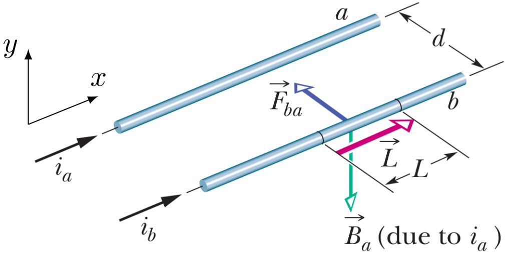
نیروی بین دوسیم بلند با جریان موازی



ابتدا نیروی وارد بر سیم a را از طرف سیم b در نظر بگیریم. برای این منظور، میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط سیم a بر روی سیم b که در فاصله‌ی d قرار دارد، بصورت زیر داده می‌شود

$$B = \frac{\mu_0 i_a}{2\pi d} \quad : \text{بطرف داخل صفحه‌ی دوسیم}$$

نیروی بین دوسیم بلند با جریان موازی



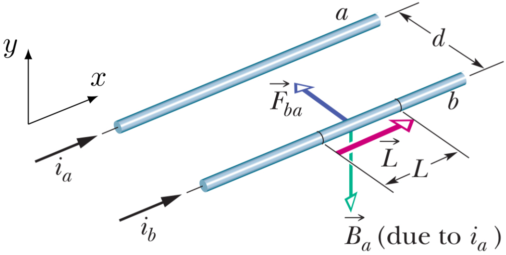
$B_a = \dfrac{\mu_0 i_a}{2\pi d}$: بطرف داخل صفحه‌ی دوسیم

$\vec{F}_{ba} = i_b \int \mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B}_a$: نیرویی که از طرف a به b وارد می‌شود

$$\mathrm{d}\vec{\ell} = \hat{i}\mathrm{d}x, \quad \vec{B}_a = -\frac{\mu_0 i_a}{2\pi d}\hat{j}, \quad \mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B}_a = -\hat{k}\frac{\mu_0 i_a}{2\pi d}\mathrm{d}x$$

قانون بیو-ساوار

نیروی بین دوسیم بلند با جریان موازی



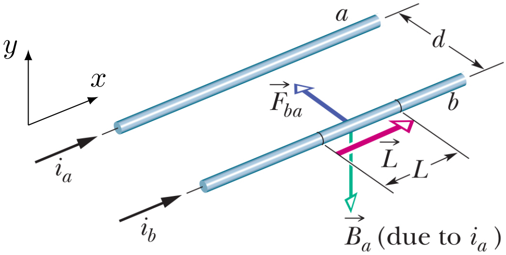
$$\mathrm{d}\vec{\ell} = \hat{i}\mathrm{d}x, \quad \vec{B}_a = -\frac{\mu_0 i_a}{2\pi d}\hat{j}, \quad \mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B}_a = -\hat{k}\frac{\mu_0 i_a}{2\pi d}\mathrm{d}x$$

$$\vec{F}_{ba} = i_b \int \mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B}_a = -\hat{k}\frac{\mu_0 i_a i_b}{2\pi d}\int \mathrm{d}x$$

$$\vec{F}_{ba} = -\hat{k}\frac{\mu_0 i_a i_b L}{2\pi d}$$

قانون بیو-ساوار

نیروی بین دوسیم بلند با جریان موازی

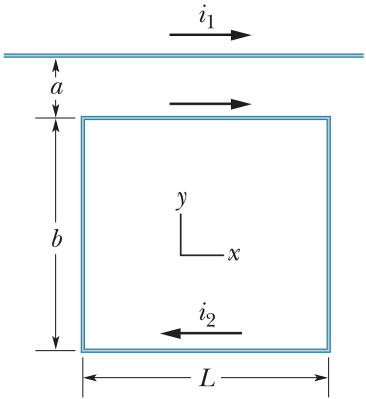


$$\vec{F}_{ba} = -\hat{k}\frac{\mu_0 i_a i_b L}{2\pi d}$$

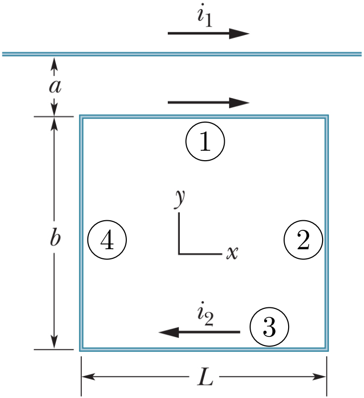
نیروی وارد بر a از طرف b برابر است با نیروی وارد بر b از طرف a ولی در خلاف جهت

$$\vec{F}_{ab} = -\vec{F}_{ba} = \hat{k}\frac{\mu_0 i_a i_b L}{2\pi d}$$

مسئله-۸:در شکل سیم راست و بلند، حامل جریان i_1 و حلقه مستطیلی حامل جریان i_2 است. بر حسب بردارهای یکه، نیروی برآیند وارد بر حلقه را ناشی از سیم i_1 بدست آورید.



مسئله-۸:



$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi y}$$: بطرف داخل صفحه

$$\vec{F}_1 = i_2 \int d\vec{\ell} \times \vec{B}_1 = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi a} [\hat{i} \times (-\hat{k})] \int dx$$

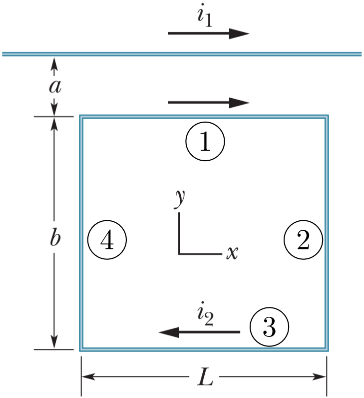
$$\vec{F}_1 = \frac{\mu_0 i_1 i_2 L}{2\pi a} \hat{j}$$

$$\vec{F}_3 = i_2 \int d\vec{\ell} \times \vec{B}_1 = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi (a+b)} [(-\hat{i}) \times (-\hat{k})] \int dx$$

$$\vec{F}_3 = -\frac{\mu_0 i_1 i_2 L}{2\pi (a+b)} \hat{j}$$

قانون بیو–ساوار

مسئله–۸:



$$\vec{F}_2 = i_2 \int \mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B}_1$$

$$= \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi}[(-\hat{j}) \times (-\hat{k})] \int_a^{a+b} \frac{\mathrm{d}y}{y}$$

$$\vec{F}_2 = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \ln[(a+b)/b]\hat{i}$$

$$\vec{F}_4 = i_2 \int \mathrm{d}\vec{\ell} \times \vec{B}_1$$

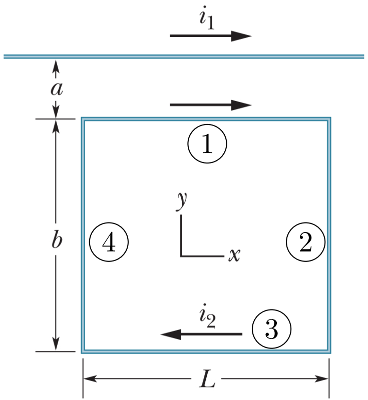
$$= \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi}[\hat{j} \times (-\hat{k})] \int_a^{a+b} \frac{\mathrm{d}y}{y}$$

$$\vec{F}_4 = -\frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \ln[(a+b)/b]\hat{i}$$

$B_1 = \dfrac{\mu_0 i_1}{2\pi y}$: بطرف داخل صفحه

قانون بیو-ساوار

مسئله-۸:



$$\vec{F}_1 = \frac{\mu_0 i_1 i_2 L}{2\pi a}\hat{j}$$

$$\vec{F}_2 = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi}\ln[(a+b)/b]\hat{i}$$

$$\vec{F}_3 = -\frac{\mu_0 i_1 i_2 L}{2\pi(a+b)}\hat{j}$$

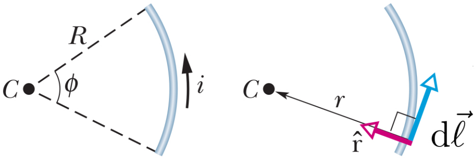
$$\vec{F}_4 = -\frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi}\ln[(a+b)/b]\hat{i}$$

$$\vec{F}_{\text{کل}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

$$\vec{F}_{\text{کل}} = \frac{\mu_0 i_1 i_2 L}{2\pi}\frac{b}{a(a+b)}\hat{j}$$

قانون بیو-ساوار

میدان مغناطیسی در مرکز سیمی به شکل کمان



$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\mathrm{d}\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$$

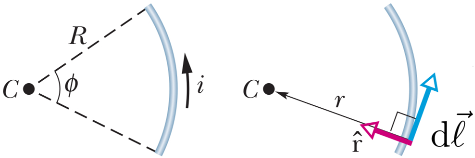
$$\mathrm{d}\vec{\ell} = \hat{\phi}\mathrm{d}\ell = \hat{\phi}R\mathrm{d}\phi$$

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0 iR}{4\pi}\frac{\hat{\phi} \times (-\hat{r})}{R^2}\mathrm{d}\phi = -\frac{\mu_0 iR}{4\pi}\frac{\hat{\phi} \times \hat{r}}{R^2}\mathrm{d}\phi, \quad \hat{\phi} \times \hat{r} = -\hat{k}$$

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\hat{k}\mathrm{d}\phi \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\hat{k}\int_0^{\phi}\mathrm{d}\phi \Rightarrow \vec{B}(\phi) = \frac{\mu_0 i\phi}{4\pi R}\hat{k}$$

قانون بیو–ساوار

میدان مغناطیسی در مرکز سیمی به شکل کمان

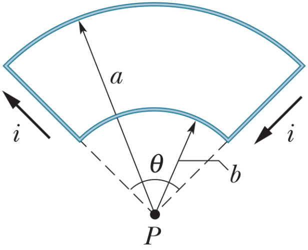


$$\vec{B}(\phi) = \frac{\mu_0 i \phi}{4\pi R}\hat{k}$$: بطرف خارج صفحه

حالت خالص: برای $\phi = 2\pi$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2R}\hat{k}$$: میدان مغناطیسی در مرکز سیمی به شکل دایره

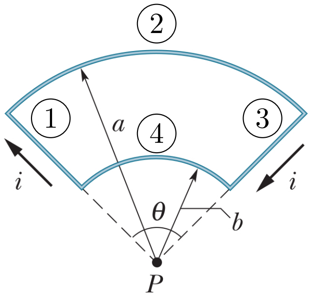
قانون بیو-ساوار



مسئله-۹: در شکل دو کمان دایره‌ای با شعاعهای a و b مقابل به زاویه‌ی θ و حامل جریان i هستند و مرکز آنها P است. اندازه و جهت میدان مغناطیسی برآیند را در نقطه‌ی P بدست آورید.

قانون بیو–ساوار

مسئله–۹:



نقطه‌ی P در امتداد مسیرهای 1 و 3 قرار دارد. بنابراین

$$B_1 = B_3 = 0$$

با استفاده از قاعده‌ی دست راست، جهت میدان قسمت 2 بطرف داخل صفحه و جهت میدان قسمت 4 بطرف خارج صفحه در نقطه‌ی P است. بزرگی میدان را با استفاده از

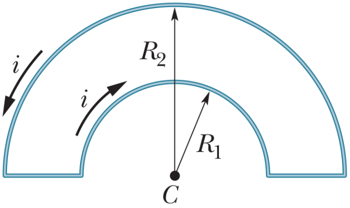
$$B = \frac{\mu_0 i\theta}{4\pi R}\hat{k}$$

بدست می‌آوریم.

$$B_2 = \frac{\mu_0 i\theta}{4\pi a}, \quad B_4 = \frac{\mu_0 i\theta}{4\pi b}$$

$$B_{\text{کل}} = -B_2 + B_4 = \frac{\mu_0 i\theta}{4\pi}\left(-\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

قانون بیو-ساوار



مسئله-۱۰: در شکل دو کمان نیم دایره‌ای با شعاعهای R_1 و R_2 حامل جریان i بوده و مرکز آنحنای آنها C است. اندازه و جهت میدان مغناطیسی برآیند را در نقطه‌ی C بدست آورید.

قانون بیو-ساوار

مسئله-۱۰:

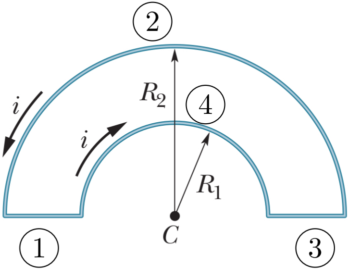
نقطه‌ی P در امتداد مسیرهای (1) و (3) قرار دارد. بنابراین

$$B_1 = B_3 = 0$$

با استفاده از قاعده‌ی دست راست، جهت میدان قسمت (2) بطرف خارج صفحه و جهت میدان قسمت (4) بطرف داخل صفحه در نقطه‌ی P است. بزرگی میدان را با استفاده از

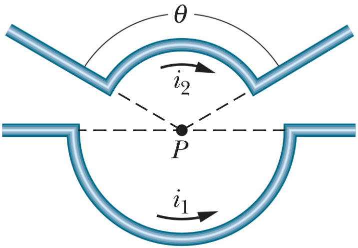
$$B = \frac{\mu_0 i\theta}{4\pi R}\hat{k}$$

بدست می‌آوریم.



$$B_2 = \frac{\mu_0 i}{4R_2}, \quad B_4 = \frac{\mu_0 i}{4R_1}$$

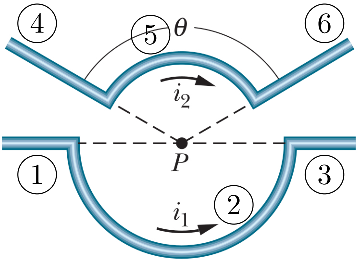
$$B_{\text{کل}} = B_2 - B_4 = \frac{\mu_0 i}{4}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$



مسئله-۱۱: شکل دو قسمت حامل جریان را نشان می‌دهد.قسمت پایینی حامل جریان i_1 شامل یک کمان دایره‌ای به شعاع R_1 و زاویه‌ی 180 درجه است و مرکز آن در نقطه‌ی P قرار دارد. قسمت بالایی، حامل جریان $i_2 = 2i_1$ شامل کمان دایره‌ای به شعاع $R_2(< R_1)$ و زاویه‌ی 120 درجه است و مرکز آن همان نقطه‌ی P است. اندازه و جهت میدان مغناطیسی برآیند $\vec{B}$ را در نقطه‌ی P بدست آورید.

قانون بیو-ساوار

مسئله-۱۱:



نقطه‌ی P در امتداد مسیرهای 1 ، 3 ، 4 و 6 قرار دارد. بنابراین

$$B_1 = B_3 = B_4 = B_6 = 0$$

با استفاده از قاعده‌ی دست راست، جهت میدان قسمت 2 بطرف خارج صفحه و جهت میدان قسمت 5 بطرف داخل صفحه در نقطه‌ی P است. بزرگی میدان را با استفاده از

$$B = \frac{\mu_0 i\theta}{4\pi R}\hat{k}$$

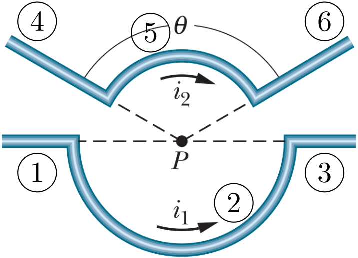
بدست می‌آوریم.

$$B_2 = \frac{\mu_0 i_1}{4R_1}, \quad B_5 = \frac{\mu_0 i_2\theta}{4\pi R_2}$$

$$B_{\text{کل}} = B_2 - B_5 = \frac{\mu_0}{4}\left(\frac{i_1}{R_1} - \frac{i_2\theta}{\pi R_2}\right)$$

قانون بیو-ساوار

مسئله-۱۱:



$$B_{\text{کل}} = \frac{\mu_0}{4}\left(\frac{i_1}{R_1} - \frac{i_2\theta}{\pi R_2}\right)$$

$$i_2 = 2i_1, \quad R_2 = \frac{4}{5}R_1$$

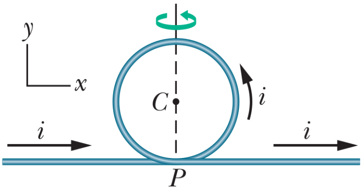
$$\theta = \frac{2\pi}{3}$$

$$B_{\text{کل}} = \frac{\mu_0 i_1}{4R_1}\left(1 - \frac{5}{3}\right)$$

$$B_{\text{کل}} = -\frac{\mu_0 i_1}{6R_1}$$

بطرف داخل صفحه

قانون بیو–ساوار



مسئله–۱۲: مطابق شکل، قسمتی از سیم بسیار بلند حامل جریان i به شکل حلقه‌ی دایره‌ای به شعاع R در آمده است. میدان مغناطیسی را در مرکز حلقه C در شرایط زیر و بر حسب بردارهای یکه بدست آورید. الف) حلقه در صفحه‌ی کاغذ باشد. ب) 90° در جهت پادساعتگرد عمود بر صفحه‌ی کاغذ باشد.

قانون بیو-ساوار

مسئله-۱۲:

الف) اگر مسیر دایره‌ای در صفحه‌ی xy قرار داشته باشد،

$$\vec{B}_1 = \vec{B}_3 = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\hat{k}$$

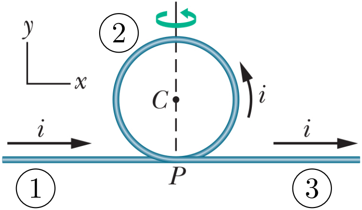
$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 i}{2R}\hat{k}$$

$$\vec{B}_{\text{کل}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$$

$$\vec{B}_{\text{کل}} = \frac{\mu_0 i}{2R}\left(\frac{1}{\pi} + 1\right)\hat{k}$$

ب) اگر مسیر دایره‌ای ۹۰ درجه پادساعتگرد بچرخد،

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 i}{2R}\hat{i}$$



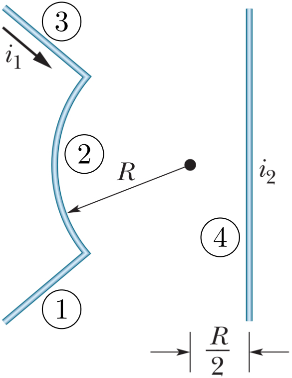
$$\vec{B}_{\text{کل}} = \frac{\mu_0 i}{2R}\left(\frac{1}{\pi}\hat{k} + \hat{i}\right)$$

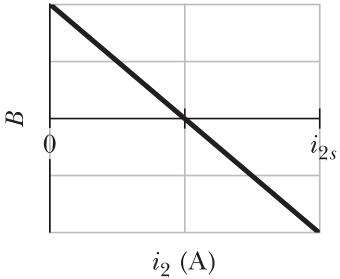
جهت : $\phi = \tan^{-1}\frac{B_z}{B_x} = \tan^{-1}\frac{1}{\pi}$

اندازه : $B = \frac{\mu_0 i}{2R}\sqrt{1 + \frac{1}{\pi^2}}$

قانون بیو–ساوار

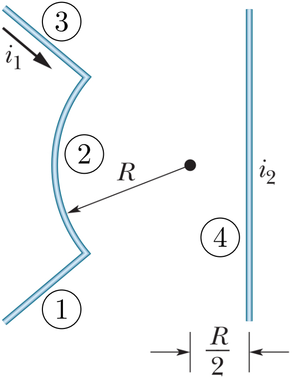
مسئله–۱۳: شکل دو سیم حامل جریان را نشان می‌دهد. سیم 1 از کمان دایره‌ای به شعاع R و دو طول شعاعی، تشکیل شده و حامل جریان i_1 در جهت نشان داده شده است. سیم 2 راست و بلند در فاصله‌ی $R/2$ از مرکز کمان حامل جریان i_2 است که می‌تواند تغییر کند. نمودار میدان مغناطیسی برآیند $\vec{B}$ ناشی از دو جریان در سیمهای 1 و 2 در مرکز انحنای کمان 1 است. اگر $i_{2s} = 1\ \mathrm{A}$ ، زاویه‌ی کمان چقدر است؟

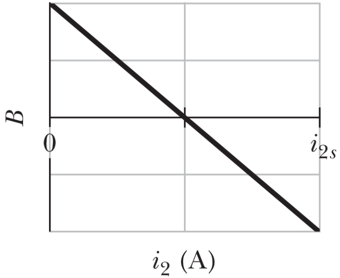




قانون بیو-ساوار

مسئله-۱۳:





نقطه‌ی P در امتداد مسیرهای 1 و 3 قرار دارد. بنابراین

$$B_1 = B_3 = 0$$

قانون بیو-ساوار

مسئله-۱۳:

با استفاده از قاعده‌ی دست راست، جهت میدان قسمت (2) در مرکز بطرف خارج صفحه و بزرگی میدان برابر با

$$B_2 = \frac{\mu_0 i_1 \theta}{4\pi R}\hat{k}$$

است.

اگر جهت جریان i_2 بطرف پایین باشد، جهت میدان قسمت (4) بطرف داخل صفحه در نقطه‌ی P است. بزرگی میدان برابر با

$$B_4 = -\frac{\mu_0 i_2}{2\pi(R/2)}\hat{k}$$

است.

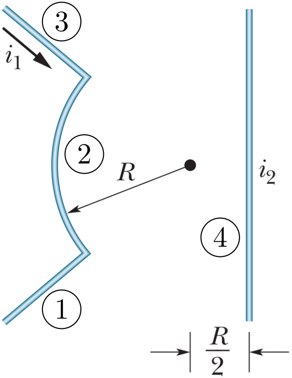
$$\vec{B} = \vec{B}_2 + \vec{B}_4 = \frac{\mu_0}{\pi R}\left(\frac{i_1\theta}{4} - i_2\right)\hat{k}$$

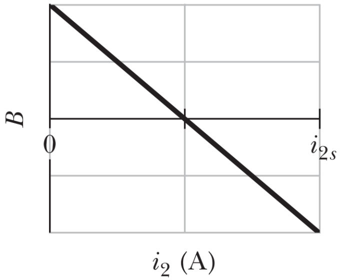
$$i_1 = 2\,\mathrm{A},\ i_{2s} = 1\,\mathrm{A}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{\pi R}\left(\frac{\theta}{2} - i_2\right)\hat{k} \Rightarrow \tilde{B}_z = B_z/(\mu_0/\pi R) = \frac{\theta}{2} - i_2$$

قانون بیو-ساوار

مسئله-۱۳:

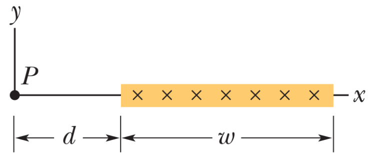




$$\tilde{B}_z(i_2) = \frac{\theta}{2} - i_2 \Rightarrow \tilde{B}_z(i_2 = 1/2) = 0 \Rightarrow \theta/2 - 1/2 = 0 \Rightarrow \theta = 1\text{Rad} = 57.3^\circ$$

قانون بیو-ساوار

مسئله-۱۴: شکل سطح مقطع نوار نازک به عرض w را نشان می‌دهد که از آن جریان i بطور یکنواخت بطرف داخل صفحه می‌گذرد. میدان مغناطیسی ناشی از نوار را در نقطه‌ی P به فاصله d از لبه‌ی سیم بدست آورید.



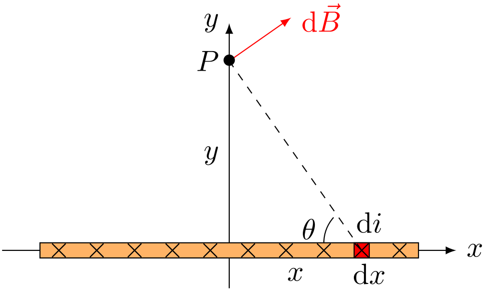
$$\mathrm{d}\vec{B} = \hat{j}\,\frac{\mu_0}{2\pi x}\mathrm{d}i, \quad \mathrm{d}i = \frac{i}{w}\mathrm{d}x, \quad d \leq x \leq (d+w)$$

$$\mathrm{d}B_y = \frac{\mu_0 i}{2\pi w}\frac{\mathrm{d}x}{x}, \quad d \leq x \leq (d+w)$$

$$B_y = \frac{\mu_0 i}{2\pi w}\int_d^{d+w}\frac{\mathrm{d}x}{x} = \frac{\mu_0 i}{2\pi w}\ln\left(1+\frac{w}{d}\right)$$

قانون بیو-ساوار

مسئله-۱۵: شکل سطح مقطع نوار نازک به عرض w را نشان می‌دهد که از آن جریان i بطور یکنواخت بطرف داخل صفحه می‌گذرد. میدان مغناطیسی ناشی از نوار را در نقطه‌ی P روی عمود منصف به فاصله y از سیم بدست آورید.

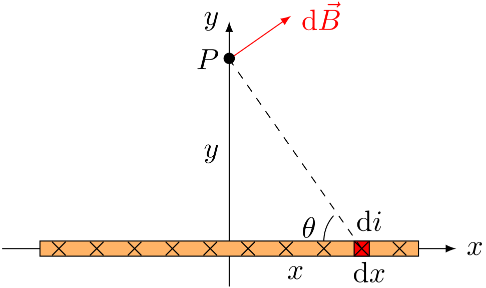


استفاده از مسئله‌ی 0 در فرم دیفرانسیلی : $\mathrm{d}\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{2\pi} \dfrac{(\hat{i}y + \hat{j}x)}{x^2 + y^2} \mathrm{d}i$

چگالی طولی جریان در امتداد x : $\lambda = \dfrac{w}{i}, \quad \mathrm{d}i = \lambda \mathrm{d}x, \quad -w/2 \leq x \leq w/2$

قانون بیو–ساوار

مسئله–۱۵:



$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0\lambda}{2\pi}\frac{(\hat{i}y + \hat{j}x)}{x^2+y^2}\mathrm{d}x, \quad -w/2 \le x \le w/2$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0\lambda}{2\pi}\left(y\hat{i}\int_{-w/2}^{w/2}\frac{\mathrm{d}x}{x^2+y^2} + \hat{j}\int_{-w/2}^{w/2}\frac{x\mathrm{d}x}{x^2+y^2}\right)$$

قانون بیو-ساوار

مسئله-۱۵:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \lambda}{2\pi} \left(y\hat{i} \int_{-w/2}^{w/2} \frac{\mathrm{d}x}{x^2+y^2} + \hat{j} \int_{-w/2}^{w/2} \frac{x\mathrm{d}x}{x^2+y^2} \right)$$

انتگرال تابع فرد در یک بازه‌ی متقارن : $\int_{-w/2}^{w/2} \frac{x\mathrm{d}x}{x^2+y^2} = 0$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2+y^2} = \frac{1}{y^2} \int \frac{\mathrm{d}x}{(x/y)^2+1}, \quad u = x/y,\ y\mathrm{d}u = \mathrm{d}x$$

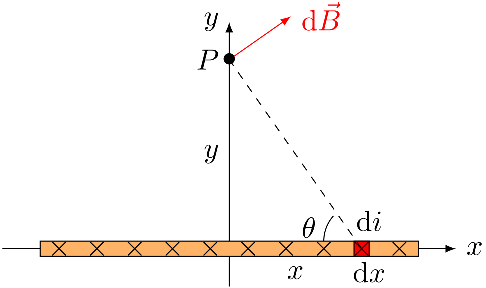
انتگرال تابع فرد در یک بازه‌ی متقارن : $\int_{-w/2}^{w/2} \frac{x\mathrm{d}x}{x^2+y^2} = 0$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2+y^2} = \frac{1}{y^2} \int \frac{\mathrm{d}x}{(x/y)^2+1} = \frac{1}{y} \int \frac{\mathrm{d}u}{u^2+1} = \frac{1}{y} \tan^{-1} u = \frac{1}{y} \tan^{-1}(x/y)$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \lambda}{2\pi} \hat{i} \left[\tan^{-1}(x/y)\right]_{-w/2}^{w/2} \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 \lambda}{\pi} \hat{i} \tan^{-1}(w/2y)$$

قانون بیو-ساوار

مسئله-۱۵:



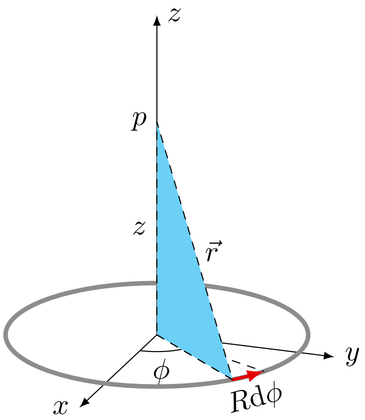
$$B_x = \frac{\mu_0 \lambda}{\pi} \tan^{-1}(w/2y)$$

$$w/y \gg 1 \text{ حالت حدی } : \quad \lim_{w/y\to\infty} B_x = \frac{\mu_0 \lambda}{\pi} \lim_{w/y\to\infty} \tan^{-1}(w/2y)$$

$$\lim_{w/y\to\infty} B_x = \frac{\mu_0 \lambda}{\pi}\frac{\pi}{2} = \frac{1}{2}\mu_0 \lambda$$

قانون بیو-ساوار

میدان ناشی از حلقه‌ی جریان دایره‌ای در نقطه‌ای بر روی محور



$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\mathrm{d}\vec{\ell}\times\hat{r}}{r^2}$$

$$\mathrm{d}\vec{\ell} = (-\hat{\imath}\sin\phi + \hat{\jmath}\cos\phi)R\mathrm{d}\phi$$

$$\vec{r} = z\hat{k} - R(\hat{\imath}\cos\phi + \hat{\jmath}\sin\phi)$$

$$r = \sqrt{z^2+R^2}$$

$$\hat{r} = \frac{z\hat{k} - R(\hat{\imath}\cos\phi + \hat{\jmath}\sin\phi)}{\sqrt{z^2+R^2}}$$

قانون بیو-ساوار

میدان ناشی از حلقه‌ی جریان دایره‌ای در نقطه‌ای بر روی محور

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\mathrm{d}\vec{\ell}\times\hat{r}}{r^2}$$

$$\mathrm{d}\vec{\ell} = (-\hat{i}\sin\phi + \hat{j}\cos\phi)R\mathrm{d}\phi, \quad \hat{r} = \frac{z\hat{k} - R(\hat{i}\cos\phi + \hat{j}\sin\phi)}{\sqrt{z^2+R^2}}$$

$$\mathrm{d}\vec{\ell}\times\hat{r} = \frac{1}{\sqrt{z^2+R^2}}\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ -R\cos\phi & -R\sin\phi & z \end{vmatrix} R\mathrm{d}\phi$$

$$\mathrm{d}\vec{\ell}\times\hat{r} = \frac{1}{\sqrt{z^2+R^2}}[z(\hat{i}\cos\phi + \hat{j}\sin\phi) + R\hat{k}]R\mathrm{d}\phi$$

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{1}{(z^2+R^2)^{3/2}}[z(\hat{i}\cos\phi + \hat{j}\sin\phi) + R\hat{k}]R\mathrm{d}\phi$$

قانون بیو-ساوار

میدان ناشی از حلقه‌ی جریان دایره‌ای در نقطه‌ای بر روی محور

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{1}{(z^2 + R^2)^{3/2}} [z(\hat{i}\cos\phi + \hat{j}\sin\phi) + R\hat{k}] R\mathrm{d}\phi$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{1}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \left[zR\left(\hat{i} \int_0^{2\pi} \cos\phi \mathrm{d}\phi + \hat{j} \int_0^{2\pi} \sin\phi \mathrm{d}\phi \right) \right. \\ \left. + R^2 \hat{k} \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\phi \right]$$

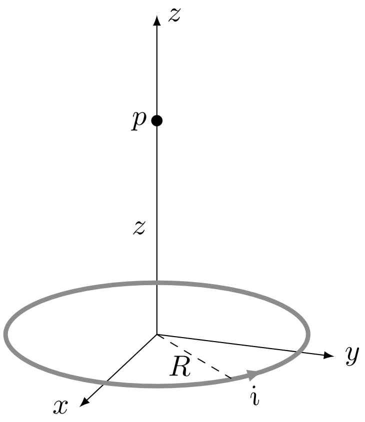
$$\int_0^{2\pi} \cos\phi \mathrm{d}\phi = \int_0^{2\pi} \sin\phi \mathrm{d}\phi = 0, \qquad \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\phi = 2\pi$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{1}{(z^2 + R^2)^{3/2}} R^2 (2\pi) \hat{k}$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2} \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{k}}$$

قانون بیو-ساوار

میدان ناشی از حلقه‌ی جریان دایره‌ای در نقطه‌ای بر روی محور



$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2} \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{k}$$

حالت حدی: $z \gg R$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2} \frac{R^2}{z^3} \frac{1}{(1 + (R/z)^2)^{3/2}} \hat{k}$$

$$\frac{1}{(1 + (R/z)^2)^{3/2}} \simeq 1$$

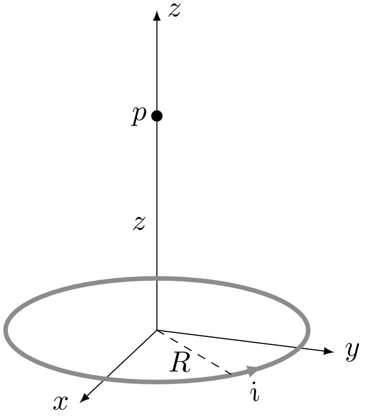
$$\vec{B} \simeq \frac{\mu_0 i}{2} \frac{R^2}{z^3} \hat{k} \simeq \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i\pi R^2 \hat{k}}{z^3}$$

گشتاور دوقطبی : $\vec{\mu} = i(\pi R^2)\hat{k}$

$$\boxed{\text{میدان مغناطیسی ناشی از دوقطبی} : \vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\vec{\mu}}{z^3}}$$

قانون بیو-ساوار

میدان ناشی از حلقه‌ی جریان دایره‌ای در نقطه‌ای بر روی محور



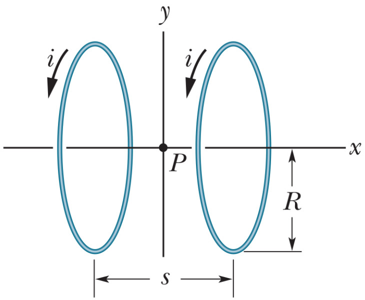
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2} \frac{R^2}{(z^2+R^2)^{3/2}} \hat{k}$$

حالت خاص: $z = 0$

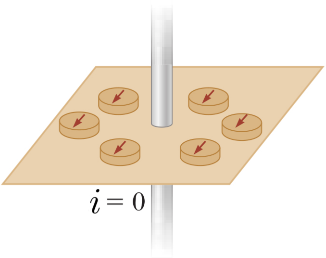
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2R} \hat{k}$$

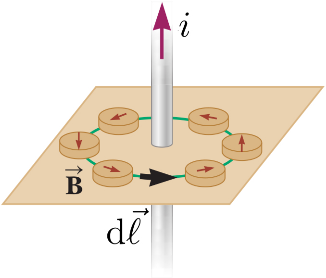
قانون بیو-ساوار

مسئله-۱۶: شکل زیر مجموعه‌ای را نشان می‌دهد که پیچه هلمهولتز نامیده می‌شود. این وسیله از دو پیچه دایره‌ای هم محور تشکیل شده که هر یک دارای N دور سیم به شعاع R هستند و به فاصله‌ی $s = R$ از هم قرار دارند. هر دو پیچه حامل جریانهای هم جهت i هستند. اندازه‌ی میدان مغناطیسی برآیند در نقطه‌ی P در وسط پیچه را بدست آورید.



قانون آمپر





قانون آمپر بصورت زیر داده می‌شود

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 i$$

نکته ۱: دایره‌ی روی انتگرال $\oint$ اشاره می‌کند که ضرب داخلی $\vec{B} \cdot d\vec{\ell}$ روی یک **حلقه بسته** انتگرالگیری می‌شود که به آن **حلقه آمپر** نیز گفته می‌شود

نکته ۲: i، جریان خالص احاطه شده بوسیله **حلقه بسته** است.

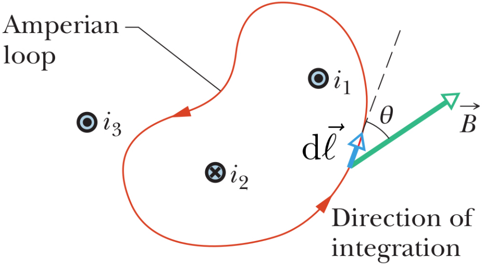
قانون آمپر

قانون آمپر بصورت زیر داده می‌شود

$$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \oint B \cos\theta \mathrm{d}\ell = \mu_0 i$$

نکته ۱: دایره‌ی روی انتگرال $\oint$ اشاره می‌کند که ضرب داخلی $\vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell}$ روی یک **حلقه بسته** انتگرالگیری می‌شود.

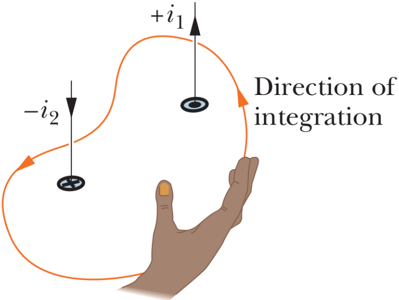
نکته ۲: i در سمت راست، جریان خالص احاطه شده بوسیله **حلقه بسته** است.



قانون آمپر

قانون آمپر بصورت زیر داده می‌شود

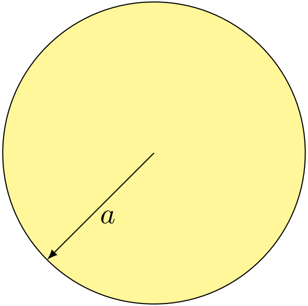
$$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \oint B \cos\theta \mathrm{d}\ell = \mu_0(i_1 - i_2)$$



نکته ۳: حل انتگرال $\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell}$ وقتی ساده می‌شود که بتوان برای پیدا کردن میدان مغناطیسی یک حلقه آمپر متقارن حول سیم حامل جریان انتخاب کرد.

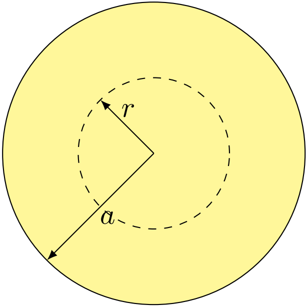
قانون آمپر

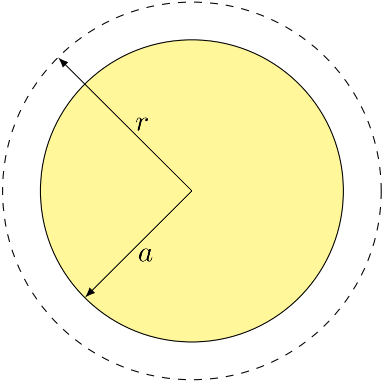
مسئله–۱۷: شکل زیر مقطع سیم راست و بلند به شعاع a را نشان می‌دهد که حامل جریان یکنواخت i بطرف خارج صفحه است. میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط سیم را در شعاعهای الف) $r < a$ و ب) $r > a$ را بدست آورید.



نکته: چون جریان بطور یکنواخت بر روی بر روی سطح مقطع سیم توزیع شده است، میدان ایجاد شده $\vec{B}$ باید دارای **تقارن استوانه‌ای** باشد. بنابراین **حلقه‌ی آمپر** را می‌توان دایره‌ای در نظر گرفت که مرکز آن روی محور سیم و صفحه‌ی آن عمود بر محور سیم است.

مسئله–۱۷:



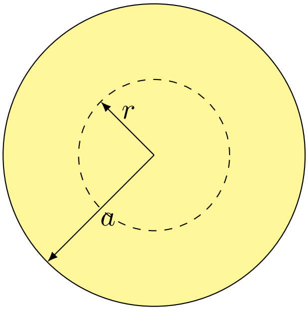


نکته ۲: بزرگی میدان مغناطیسی بر روی تمام نقاط حلقه‌ی در نظر گرفته شده مقدار ثابت و یکسانی دارد.

نکته ۳: میدان مغناطیسی مماس بر حلقه‌ی در نظر گرفته شده است.

قانون آمپر

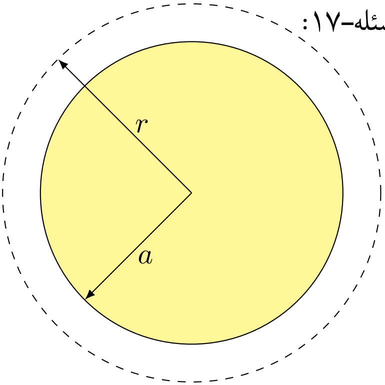
مسئله-۱۷:



$$r \le a: \quad \oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 i$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 \left(\frac{i}{\pi a^2}\right) \pi r^2$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi a^2} r$$



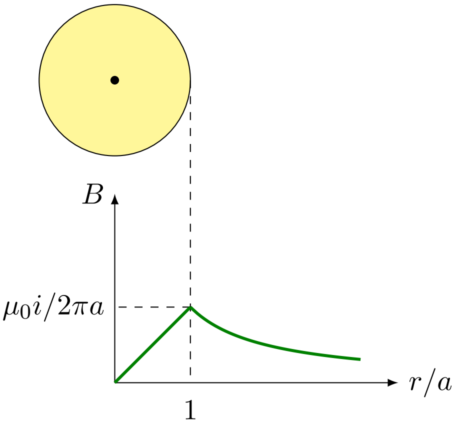
$$r \ge a: \quad \oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 i$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 i$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

قانون آمپر

مسئله–۱۷:



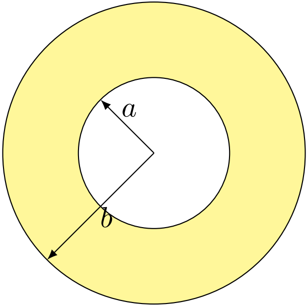
$$B=\begin{cases}\dfrac{\mu_0 i}{2\pi a^2}r & r\leq a\\ \dfrac{\mu_0 i}{2\pi r} & r\geq a\end{cases}$$

برای رسم نمودار

$$B=\frac{\mu_0 i}{2\pi a}\begin{cases}\dfrac{r}{a} & \dfrac{r}{a}\leq 1\\ \dfrac{a}{r} & \dfrac{r}{a}\geq 1\end{cases}$$

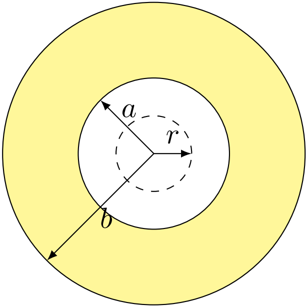
قانون آمپر

مسئله–۱۸: شکل سطح مقطع رسانای استوانه‌ای توخالی با شعاع‌های a و b حامل جریان یکنواخت i را نشان می‌دهد. میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط سیم را در شعاعهای الف) $r < a$ ، ب) $b < r < a$ و ج) $r > b$ را بدست آورید.



قانون آمپر

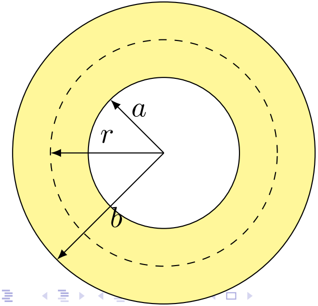
مسئله–۱۸:



$$r \le a: \quad \oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 i$$

$$B(2\pi r) = 0$$

$$B = 0$$

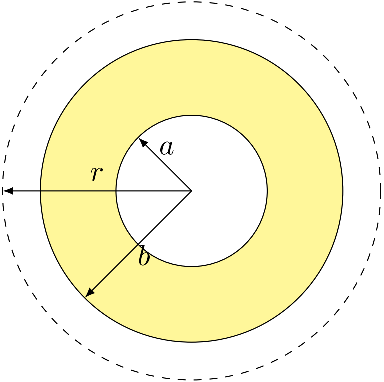


$$a \le r \le b: \quad \oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 i$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 \left(\frac{i}{\pi(b^2-a^2)}\right)\pi(r^2-a^2)$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi(b^2-a^2)}\frac{(r^2-a^2)}{r}$$

مسئله–۱۸:



$$r \geq b: \quad \oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 i$$

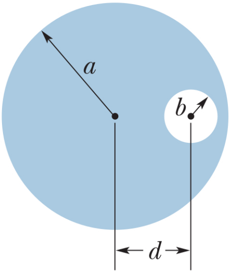
$$B(2\pi r) = \mu_0 i$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

$$B = \begin{cases} 0, & r \leq a \\ \dfrac{\mu_0 i}{2\pi(b^2 - a^2)} \dfrac{(r^2 - a^2)}{r}, & a \leq r \leq b \\ \dfrac{\mu_0 i}{2\pi r}, & r \geq b \end{cases}$$

قانون آمپر

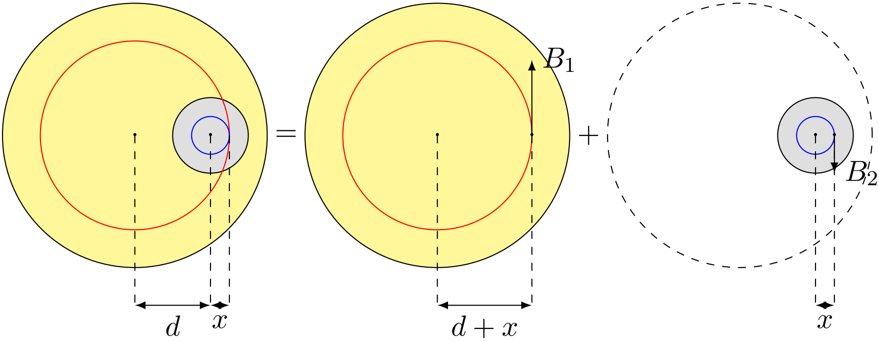
مسئله–۱۹: شکل سطح مقطع یک رسانای استوانه‌ای بلند به شعاع a را نشان می‌دهد که دارای حفره‌ی استوانه‌ای بلند به شعاع b است. محورهای استوانه و حفره موازی در فاصله‌ی d از هم قرار دارند. جریان i بطور یکنواخت از ناحیه‌ی تو پر عبور می‌کند. اندازه میدان مغناطیسی در مرکز حفره چقدر است؟



$$\text{چگالی جریان} : \quad J = \frac{i}{\pi(a^2 - b^2)}$$

قانون آمپر

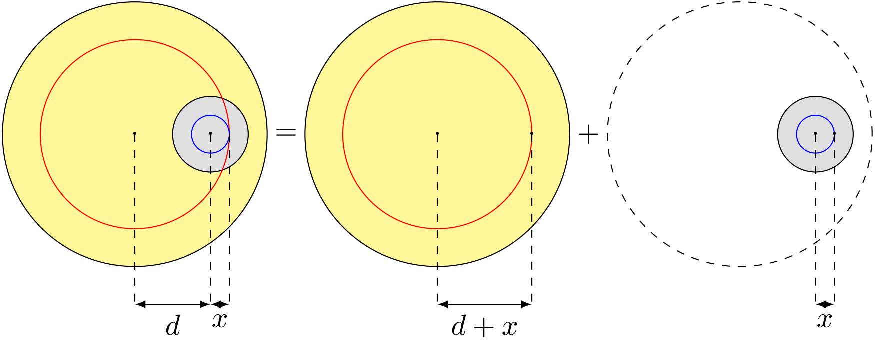
مسئله-۱۹:



$$J = \frac{i}{\pi(a^2-b^2)}$$: چگالی جریان برای سیم کامل

$$B_1(2\pi(d+x)) = \mu_0 J\pi(d+x)^2 \Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 i(d+x)}{2\pi(a^2-b^2)}$$: قانون آمپر برای سیم کامل

مسئله-۱۹:

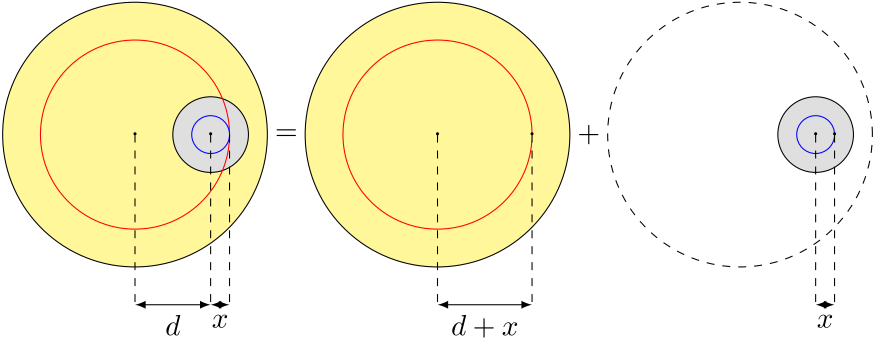


$$J=-\frac{i}{\pi(a^2-b^2)}$$: چگالی جریان برای فقط حفره

$$B_2(2\pi x)=\mu_0 J\pi x^2 \Rightarrow B_2=\frac{\mu_0 i x}{2\pi(a^2-b^2)}$$: قانون آمپر برای فقط حفره

قانون آمپر

مسئله-۱۹:

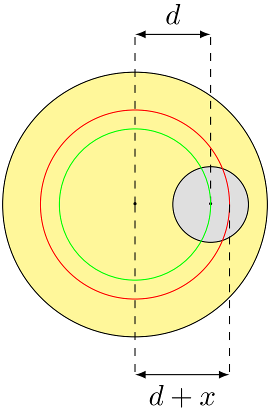


$$B_1 = \frac{\mu_0 i}{2\pi(a^2-b^2)}(d+x), \quad B_2 = \frac{\mu_0 i}{2\pi(a^2-b^2)}x$$

$$B = B_1 + B2 = \frac{\mu_0 i}{2\pi(a^2-b^2)}(d+x)\frac{\mu_0 i}{2\pi(a^2-b^2)}x = \frac{\mu_0 i d}{2\pi(a^2-b^2)}$$

قانون آمپر

مسئله–۱۹:

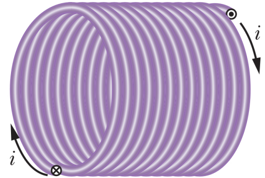


بزرگی میدان مغناطیسی در هر نقطه داخل کاواک برابر است با بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز کاواک

$$B = \frac{\mu_0 i d}{2\pi(a^2 - b^2)}$$

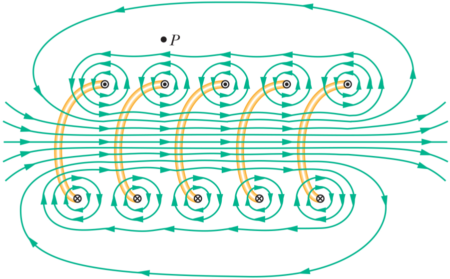
سیملوله‌ها

پیچه‌ای از سیم که بطور مارپیچی بلند درکنار هم پیچیده شده است، سیلوله گفته می‌شود.



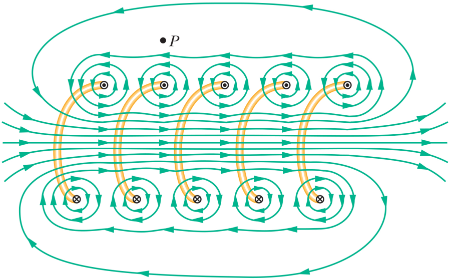
فرض می‌شود که طول سیملوله خیلی بزرگتر از قطر آن است.

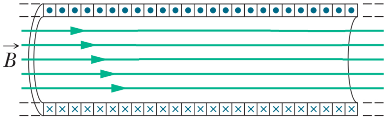
- شکل مقابل برش طولی از سیملوله را نشان می‌دهد.
- میدان مغناطیسی در هر نقطه از جمع برداری میدانهای هر یک از دورههایی سیملوله ایجاد می شود.



سیملوله‌ها

- میدان بین دوره‌های مجاور می‌خواهند یکدیگر را خنثی کنند.
- نقاط نزدیک به هر دور از سیملوله تقریبا مانند سیم راست و بلند رفتار می‌کنند.
- میدان مغناطیسی در نقاط داخلی تقریبا موازی با محور مرکزی سیملوله است.





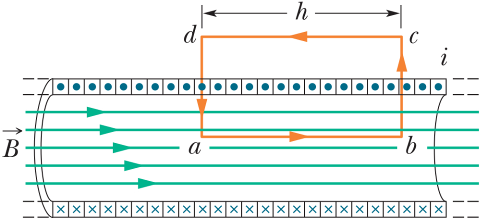
- **سیملوله ایده‌آل** یک سیلوله‌ی بینهایت بلند است که شامل دورهای فشرده از سیم مربعی می‌باشد.
- میدان داخل پیچیده یکنواخت و موازی محور سیملوله است که می‌توان جهت آنرا با استفاده قاعده‌ی دست راست بدست آورد.

سیملوله‌ها

سیملوله ایده‌آل

> میدان در خارج سیملوله بخاطر اثر لبه‌های بالایی و پایینی برابر صفر است.

> در سیملوله واقعی، اگر طول سیملوله خیلی بزرگتر از قطر آن باشد و نقطه‌ای که قصد داریم میدان آنرا بدست آوریم در دو انتهای سیلوله نباشد، فرض میدان خارجی صفر، فرض درستی است.

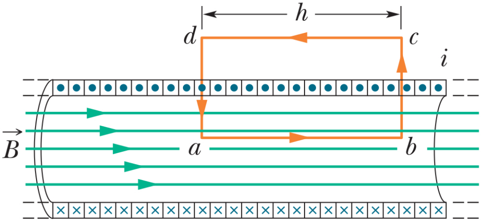


$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 i_{abcda}$$

$$\int_a^b \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} + \int_b^c \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} + \int_c^d \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} + \int_d^a \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 i_{abcda}$$

سیملوله‌ها

سیملوله ایده‌آل



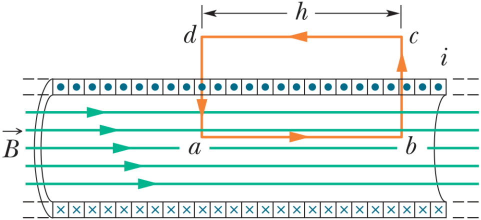
$$\int_a^b \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} + \int_b^c \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} + \int_c^d \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} + \int_d^a \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 i_{abcda}$$

میدان $\vec{B}$ بر مسیرهای bc و da عمود است : $\int_b^c \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \int_d^a \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = 0$

میدان در خارج سیملوله صفر است : $\int_c^d \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = 0$

سیملوله‌ها

سیملوله ایده‌آل



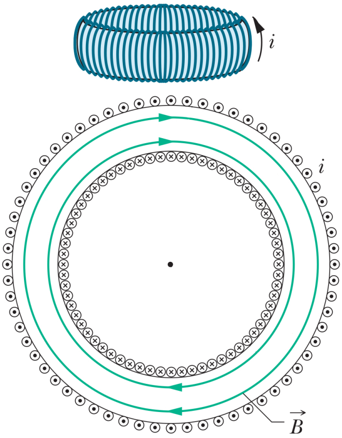
$$\int_a^b \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 i_{abcda}$$

با توجه به یکنواختی میدان $\vec{B}$ در داخل سیملوله : $\int_a^b \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = Bh$

$i_{abcda} = (nh)i,$ تعداد دورهای سیملوله بر واحد طول $= n$

$$\int_a^b \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 i_{abcda} \Rightarrow Bh = \mu_0 (nh) i \Rightarrow \boxed{B = \mu_0 i n}$$

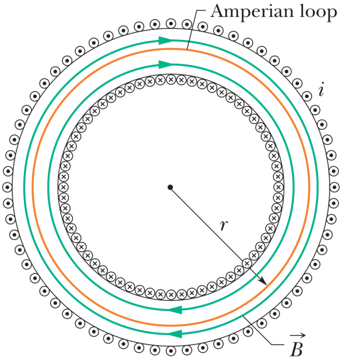
چنبره‌ها



> شکل بالا یک چنیره را نشان می‌دهد که می‌توان آنرا بصورت یک سیملوله‌ی توخالی توصیف کرد که خم شده تا دو انتهای آن بهم برسند.

> با توجه به تقارن، خطوط میدان مغناطیسی ایجاد شده در داخل چنیره دایره‌هایی هم مرکز هستند.

چنبره‌ها



دایره‌ی هم مرکز به شعاع r را بعنوان حلقه‌ی آمپری در نظر گرفت که میدان مغناطیسی روی آن مقدار یکسانی دارد.

$$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 i_{\text{encircled}}$$

$$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = B(2\pi r)$$

$i_{\text{encircled}} = iN,\ \ N =$ تعداد حلقه‌ها

$$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 i_{\text{encircled}}$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 i N \Rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 i N}{2\pi r}}$$