

جلسه دوم

ترمودینامیک و مکانیک آماری

محمدرضا مظفری
گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه
دانشگاه قم
مهر ۹۹

مفاهیمی در فیزیک حرارت

مطالب و عناوین:

- مبانی آماری فیزیک حرارت
- ریاضیات مفید
- گرما
- احتمال
- دما و فاکتور بولتزمن
- توزیع ماکسول بولتزمن
- فشار
- اثر افیوژن مولکولی
- پویش آزاد متوسط و برخوردها
- انرژی و قانون اول ترمودینامیک
- فرایندهای همدمای و بی‌دررو
- ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک
- آنتروپی

مبانی آماری فیزیک حرارت

* اعداد بزرگ در فیزیک حرارت

- می‌شنویم که یک میلیون (10^6) کپی از یک کتاب فروخته شده است.
- یا جمعیت زمین تقریباً هفت بیلیون ($7 \times 10^9 \sim$) نفر است.



این اعداد بزرگ در مقایسه با عددهای درگیر در فیزیک حرارت بسیار ناچیز هستند.

تعداد اتمها در یک تکه از ماده معمولاً خیلی بزرگ و از مرتبه 10^{23} است!!!

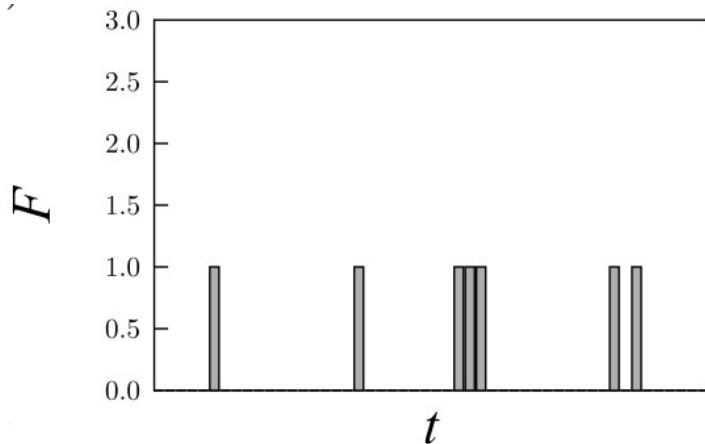
در این شرایط سروکار داشتن با تقریب‌ها و خواص آماری مولکولها (مانند میانگین) در فیزیک حرارت ضروری است.

مبانی آماری فیزیک حرارت

* اعداد بزرگ در فیزیک حرارت

اما سؤال اصلی،

چگونه تعداد بزرگی از مولکولها در یک سیستم ترمودینامیک ممکن است با کمیت‌های متوسط سروکار داشته باشند؟



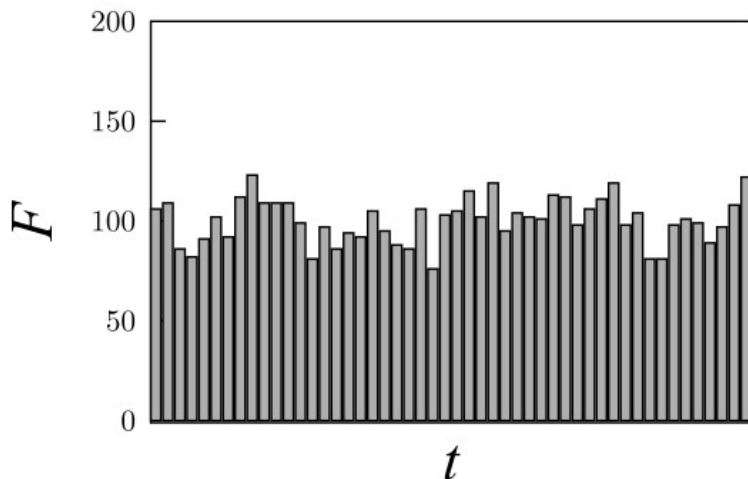
مثال:

مبانی آماری فیزیک حرارت

* اعداد بزرگ در فیزیک حرارت

اما سؤال اصلی،

چگونه تعداد بزرگی از مولکولها در یک سیستم ترمودینامیک ممکن است با کمیت‌های متوسط سروکار داشته باشند؟



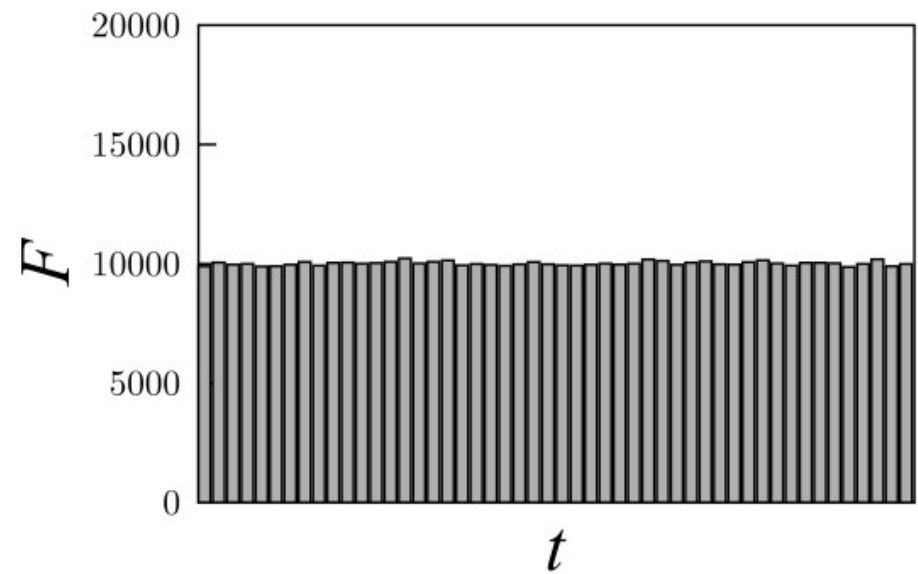
مبانی آماری فیزیک حرارت

* اعداد بزرگ در فیزیک حرارت

اما سؤال اصلی،

چگونه تعداد بزرگی از مولکولها در یک سیستم ترمودینامیک ممکن است با کمیت‌های متوسط سروکار داشته باشند؟

- نیروی متوسط با افزایش مساحت سقف بزرگتر می‌شود.
- افت و خیز نیرو با افزایش مساحت نرم‌تر می‌شود و نیرو هر لحظه بنظر خیلی نزدیک به مقدار متوسط باقی می‌ماند.



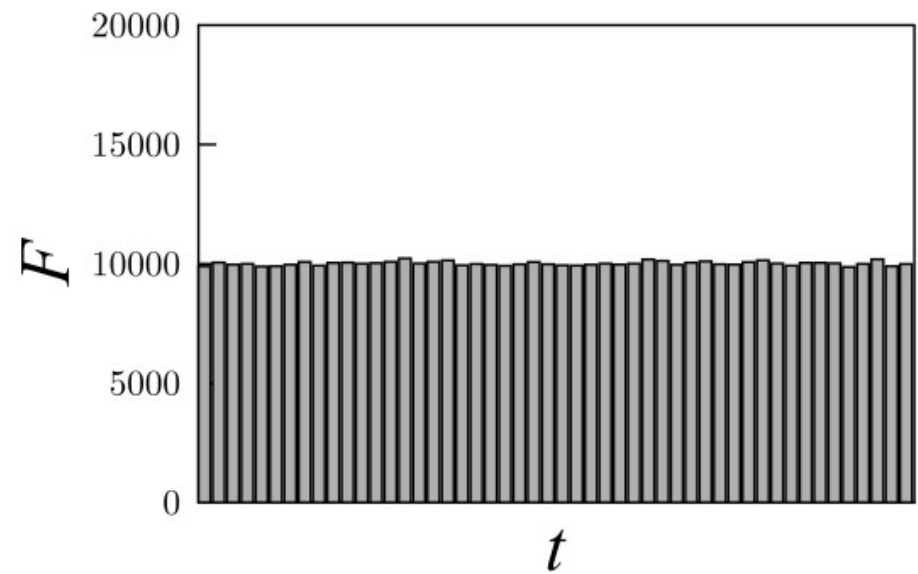
مبانی آماری فیزیک حرارت

* اعداد بزرگ در فیزیک حرارت

اما سؤال اصلی،

چگونه تعداد بزرگی از مولکولها در یک سیستم ترمودینامیک ممکن است با کمیت‌های متوسط سروکار داشته باشند؟

در حقیقت افت و خیزها با افزایش مساحت بزرگ می‌شوند ولی رشد آنها (افت و خیزها) خیلی آهسته‌تر از رشد متوسط نیرو انجام می‌شود.



مبانی آماری فیزیک حرارت

* اعداد بزرگ در فیزیک حرارت

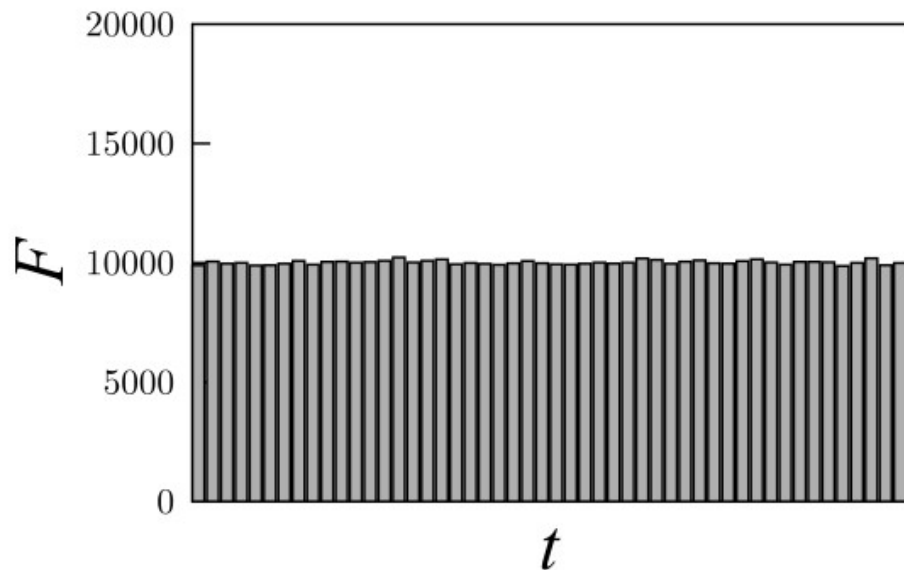
اما سؤال اصلی،

چگونه تعداد بزرگی از مولکولها در یک سیستم ترمودینامیک ممکن است با کمیت‌های متوسط سروکار داشته باشند؟

جواب:

مادامی که رشد افت و خیزها خیلی آهسته‌تر از رشد متوسط کمیت تحت بررسی باشد، متوسط‌گیری در یک سیستم ترمودینامیکی یا آماری قابل قبول است.

مبانی آماری فیزیک حرارت



$$\text{pressure} = \frac{\text{force}}{\text{area}}$$

* اعداد بزرگ در فیزیک حرارت

- متوسط فشار بواسطه افتادن قطره‌ها تغییر نخواهد کرد یعنی هر چه مساحت سقف افزایش می‌یابد، افت و خیزهای فشار کاهش پیدا می‌کند.
- در حقیقت ما می‌توانیم از افت و خیزهای فشار (در حدی که مساحت سقف بطرف بینهایت میل می‌کند) صرفه نظر کرد یا کم اهمیت در نظر گرفت.

این دقیقاً همان حدی است که ما آنرا به حد ترمودینامیک نسبت می‌دهیم.

مبانی آماری فیزیک حرارت

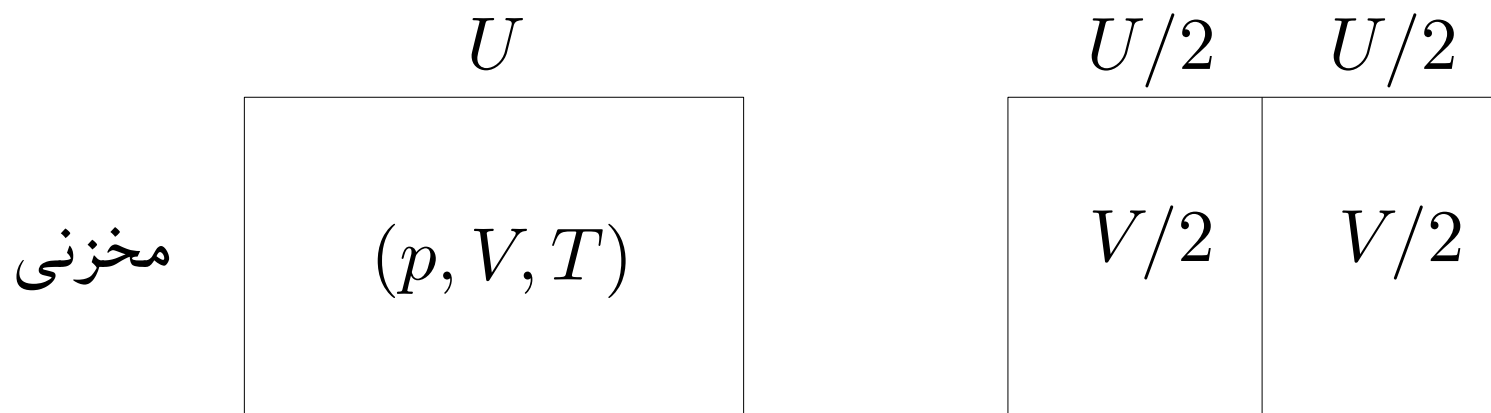
مثال دیگر

- مولکولهای گازی را در نظر بگیرید که در حال حرکت در داخل مخزنی هستند. مولکولها در هر لحظه ضربه به دیواره مخزن وارد می‌کنند. برآیند همه این ضربه‌ها، فشاری است که از طرف گاز به دیواره مخزن وارد می‌شود.
- اگر مخزن خیلی کوچک باشد، مانند مسئله قبل، باید نگران افت و خیز فشار بود.
- اگر تعداد مولکولها در مخزن گاز بطور قابل توجهی بزرگ باشد (یعنی در حد ترمودینامیک) نه تنها چگالی گاز مقدار ثابتی دارد بلکه افت و خیز فشار نیز قابل چشم‌پوشی است.

مبانی آماری فیزیک حرارت

مثال دیگر

مولکولهای گازی را در نظر بگیرید که در حال حرکت در داخل مخزنی هستند. مولکولها در هر لحظه ضربه به دیواره مخزن وارد می‌کنند. برآیند همه این ضربه‌ها، فشاری است که از طرف گاز به دیواره مخزن وارد می‌شود.

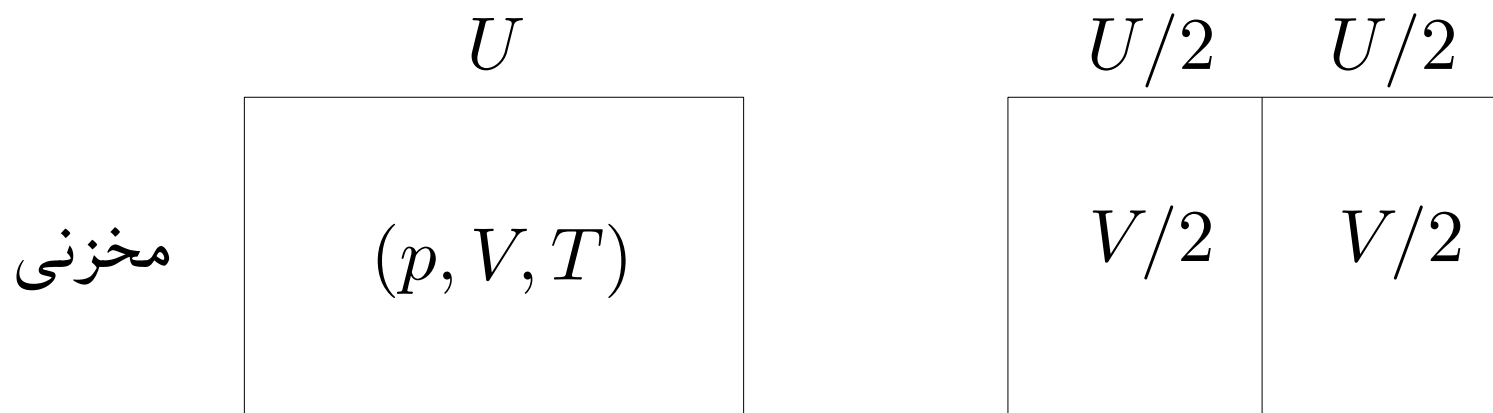


با این وجود، **فشار و دمای** مخزن نصف شده با مخزن اصلی **یکسان** هستند.

مبانی آماری فیزیک حرارت

مثال دیگر

مولکولهای گازی را در نظر بگیرید که در حال حرکت در داخل مخزنی هستند. مولکولها در هر لحظه ضربه به دیواره مخزن وارد می‌کنند. برآیند همه این ضربه‌ها، فشاری است که از طرف گاز به دیواره مخزن وارد می‌شود.

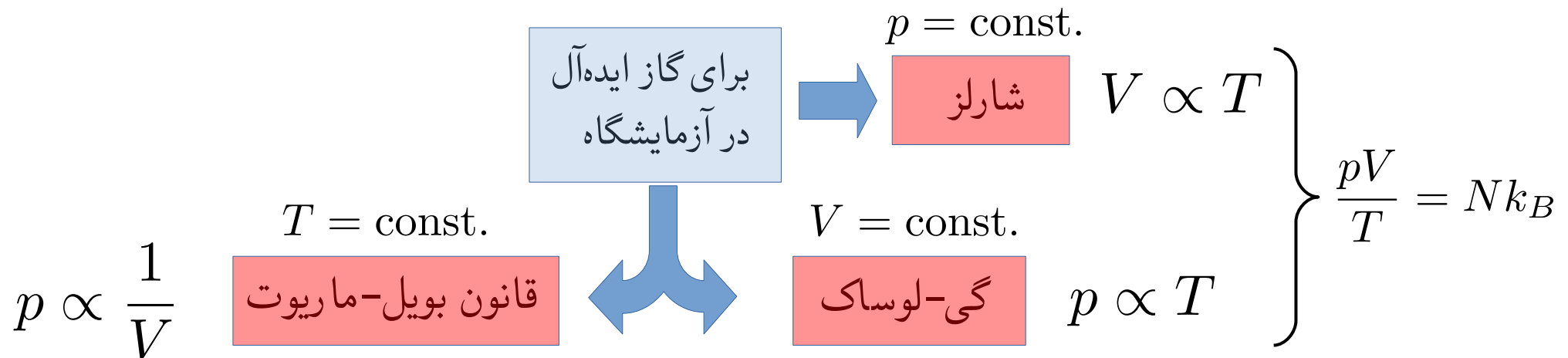


انرژی U و حجم V کمیت‌های حجمی هستند و فشار p و دما T کمیت‌های شدتی هستند.

مبانی آماری فیزیک حرارت

رویکردهای مختلف فیزیک حرارت:

- **ترمودینامیک کلاسیک**، با خواص ماکروسکوپی (مانند فشار، دما و حجم) سروکار دارد بدون اینکه نگرانی درباره اساس فیزیک میکروسکوپی داشته باشد. ترمودینامیک کلاسیک به سیستمهایی که به اندازه کافی بزرگ هستند اعمال می شود بطوری که می تواند در آنها افت و خیزهای میکروسکوپی را صرفه نظر کرد.



مبانی آماری فیزیک حرارت

رویکردهای مختلف فیزیک حرارت:

- **ترمودینامیک کلاسیک**، با خواص ماکروسکوپیک (مانند فشار، دما و حجم) سروکار دارد بدون اینکه نگرانی درباره اساس فیزیک میکروسکوپی داشته باشد. ترمودینامیک کلاسیک به سیستمهایی که به اندازه کافی بزرگ هستند اعمال می شود بطوری که می تواند در آنها افت و خیزهای میکروسکوپی را صرفه نظر کرد.

$$pV = Nk_B T$$

$$k_B = 1.3807 \times 10^{-23} \text{JK}^{-1}$$

ثابت بولتزمن

$$pV = nRT$$

$$R = 8.3145 \text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$$

ثابت جهانی گازها

مبانی آماری فیزیک حرارت

رویکردهای مختلف فیزیک حرارت:

- **ترمودینامیک کلاسیک**، با خواص ماکروسکوپی (مانند فشار، دما و حجم) سروکار دارد بدون اینکه نگرانی درباره اساس فیزیک میکروسکوپی داشته باشد. ترمودینامیک کلاسیک به سیستمهایی که به اندازه کافی بزرگ هستند اعمال می شود بطوری که می تواند در آنها افت و خیزهای میکروسکوپی را صرفه نظر کرد.
- چرا آنها ایده آل می نامیم؟ چون تحت فرضهای (۱) **برهمکنش بین مولکولی وجود ندارد** و (۲) **مولکولها ذره ای هستند و ابعاد برابر صفر دارند**، ارائه خواهد شد.
- معادله گاز ایده آل **پایه بیشتر مطالعات ما از ترمودینامیک کلاسیک** است و باید آنها در خاطر نگهداریم.
- ترمودینامیک برای سیستم هایی غیر گازی هم استفاده می شود بدین ترتیب **معادله گاز ایده آل یک فرمول برای همه سیستمها نیست**.

مبانی آماری فیزیک حرارت

رویکردهای مختلف فیزیک حرارت:

- **نظریه جنبشی گازها**، خواص گازها را بوسیله **بررسی توزیع مربوط به حرکت مولکولها** بدست آورد. این موضوع در ابتدا تا حدودی بحث برانگیز بود چون به وجود اتم ها و مولکول ها تا اواخر قرن نوزدهم و اوایل قرن بیستم شک داشتند.

$$pV = Nk_B T$$

- **مکانیک آماری**، به جای شروع از توصیف خواص ماکروسکوپی، این رویکرد، با تلاش برای **توصیف حالت های میکروسکوپی** یک سیستم آغاز می شود و سپس از روش های آماری برای استخراج خواص ماکروسکوپی از آنها استفاده می کند.

مبانی آماری فیزیک حرارت

مسائل ترکیبی در فیزیک حرارت بسیار مهم هستند!

مثال:

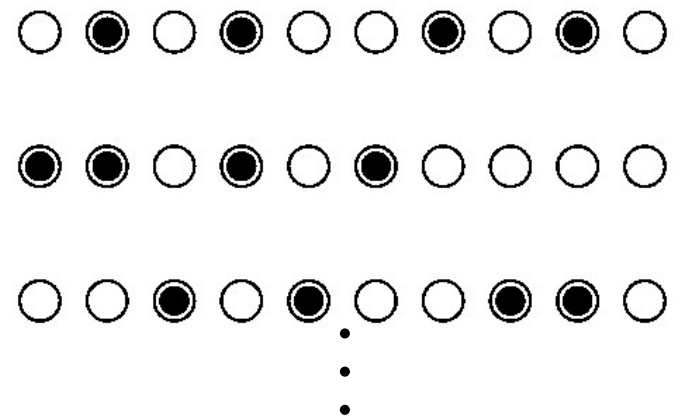
یک سیستم شامل 10^0 اتم را تصور کنید. هر یک از اتمها در یک یا دو حالت، به ترتیب با انرژی های صفر و یک، می توانند وجود داشته باشند.

چندین ترتیب یا آرایش مجزا از کوانتاها برای چنین سیستمی ممکن است اگر (الف) 10^0 کوانتای انرژی و (ب) ۴ کوانتای انرژی در اختیار داشته باشید؟

فقط یک آرایش



آرایش های ممکن



مبانی آماری فیزیک حرارت

مسائل ترکیبی در فیزیک حرارت بسیار مهم هستند!

مثال:

یک سیستم شامل 10 اتم را تصور کنید. هر یک از اتمها در یک یا دو حالت، به ترتیب با انرژی های صفر و یک، می توانند وجود داشته باشند. چندین ترتیب یا آرایش مجزا از کوانتاها برای چنین سیستمی ممکن است اگر (الف) 10 کوانتای انرژی و (ب) 4 کوانتای انرژی در اختیار داشته باشید؟

انتخاب r کوانتای انرژی از میان n اتم بوسیله رابطه زیر داده می شود،

$$\Omega = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

مبانی آماری فیزیک حرارت

مسائل ترکیبی در فیزیک حرارت بسیار مهم هستند!

مثال:

یک سیستم شامل 10° اتم را تصور کنید. هر یک از اتمها در یک یا دو حالت، به ترتیب با انرژی های صفر و یک، می توانند وجود داشته باشند. چندین ترتیب یا آرایش مجزا از کوانتاها برای چنین سیستمی ممکن است اگر (الف) 10° کوانتای انرژی و (ب) 4 کوانتای انرژی در اختیار داشته باشید؟

فقط یک آرایش


$$\Omega = \binom{10}{10} = \frac{10!}{10! 0!} = 1$$

مبانی آماری فیزیک حرارت

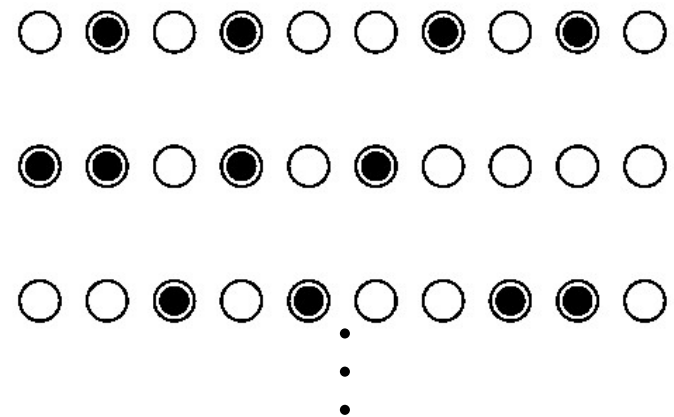
مسائل ترکیبی در فیزیک حرارت بسیار مهم هستند!

مثال:

یک سیستم شامل 10° اتم را تصور کنید. هر یک از اتمها در یک یا دو حالت، به ترتیب با انرژی های صفر و یک، می توانند وجود داشته باشند. چندین ترتیب یا آرایش مجزا از کوانتاها برای چنین سیستمی ممکن است اگر (الف) 10° کوانتای انرژی و (ب) ۴ کوانتای انرژی در اختیار داشته باشید؟

$$\Omega = \binom{10}{4} = \frac{10!}{4!6!} = 210$$

آرایش های ممکن



مبانی آماری فیزیک حرارت

مسائل ترکیبی در فیزیک حرارت بسیار مهم هستند!

$$\Omega = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

معمولاً تعداد آرایش‌ها یا تعداد حالت‌ها یک عدد بزرگ می‌باشد.
برای مثال،

در یک مول از ماده‌ای با $10^{23} \sim$ تعداد اتم سروکار داریم و این باعث می‌شود تا تعداد آرایش‌ها تعداد حالت‌ها تحت بررسی عدد بسیار بزرگی شود.

$$\Omega \longrightarrow \ln \Omega$$

$$\ln \Omega = \ln(n!) - \ln(r!) - \ln((n-r)!).$$

$$\text{فرمول استرلینگ: } \ln(n!) \approx n \ln(n) - n$$