# جلسه پانزدهم

## ترمودینامیک و مکانیک آماری

**محمدرضا مظفری**
گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه
دانشگاه قم
مهر ۹۹

# مفاهیمی در فیزیک حرارت

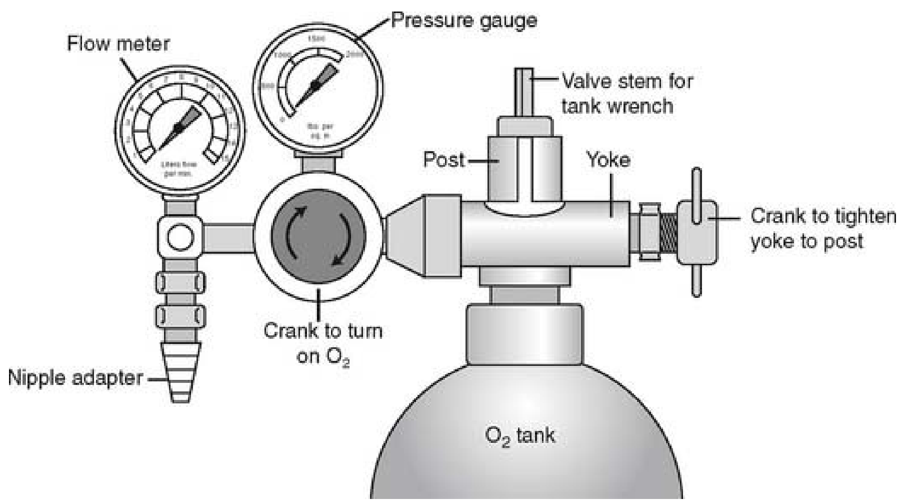
## مطالب و عناوین:

- مبانی آماری فیزیک حرارت
- ریاضیات مفید
- گرما
- احتمال
- دما و فاکتور بولتزمن
- توزیع ماکسول بولتزمن
- فشار
- اثر افیوژن مولکولی
- پویش آزاد متوسط و برخوردها
- انرژی و قانون اول ترمودینامیک
- فرایندهای همدما و بی‌دررو
- ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک
- آنتروپی


محمدرضا مظفری
گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

# فشار

- یکی از بنیادی ترین متغییرها در مطالعه گازها فشار است. فشار یک گاز (یا هر مایع) بصورت نسبت نیروی عمود بر سطح تماس تعریف می‌شود.
- نیرو (نیوتون) ( N ) تقسیم بر مساحت (متر مربع $m^{-2}$ ) پاسکال $Nm^{-2}$ نامیده می‌شود.
- راستایی که در آن فشار عمل می کند همیشه زاویه قائم با سطح تماس می‌سازد.
- واحدهای دیگر فشار،




$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$
$$1 \text{ atm} = 1.01325 \times 10^5 \text{ Pa}$$
$$1 \text{ torr} = 133.32 \text{ Pa}$$

# فشار

- وابستگی فشار $p$ و حجم $V$ گازی (با $N$ مولکول) به دمایش $T$ از طریق معادله حالت است که عبارتی به شکل

$$p = f(T, V, N)$$

است که در آن $f$ تابعی از دما، حجم و تعداد ذرات است. مثالی از یک معادله حالت بصورت

$$pV = Nk_BT$$

به گاز ایده‌ال نسبت داده می‌شود.

- **برنولی** با فرض اینکه گازها از تعداد زیادی ذرات کوچک تشکیل شده‌اند تلاش کرد با استفاده از نظریه جنبشی گازها توصیف کند.

# فشار

- در فصل قبل تابع توزیع سرعت ماکسول-بولتزمن $f(v)$ را بدست آوردیم.

$$\text{3D:}\ \ f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2k_BT}\right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2k_BT}$$

- تعدادی از مولکولها بر واحد حجم که با سرعت $v$ و $v + \mathrm{d}v$ حرکت می‌کنند، برابر است با

$$n = \frac{N}{V}$$

$$nf(v)\mathrm{d}v$$

# فشار

- تعدادی از مولکولها بر واحد حجم که با سرعت $v$ و $v+\mathrm{d}v$ در یک جهت مشخص از زاویه فضایی $\mathrm{d}\Omega$ بین زوایای $\theta$ و $\theta+\mathrm{d}\theta$ حرکت می‌کنند، برابر

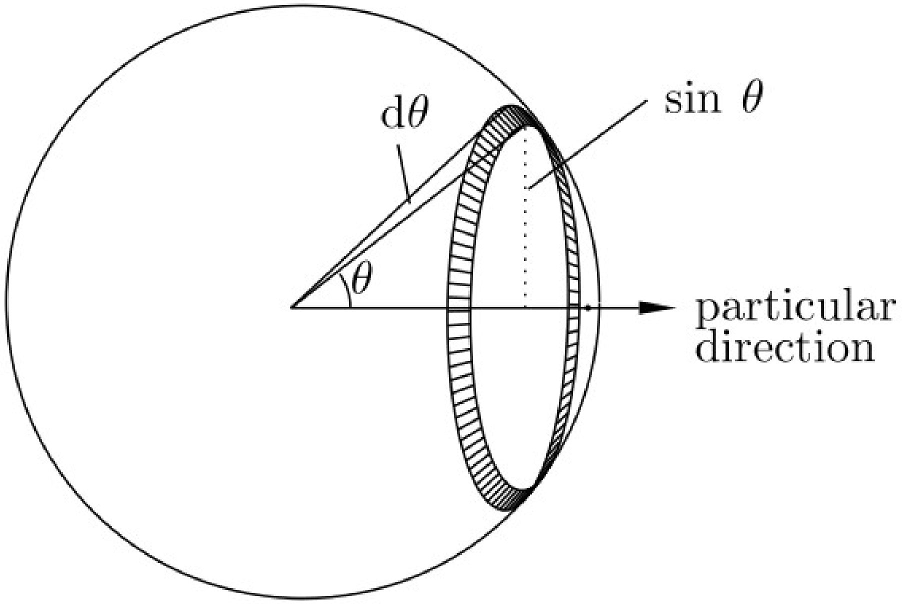
$$nf(v)\mathrm{d}v\frac{\mathrm{d}\Omega}{4\pi}$$

است با

$$\frac{\mathrm{d}\Omega}{4\pi}=\frac{1}{2}\sin\theta\mathrm{d}\theta$$

احتمال عبور ذرات از زوایای $\theta$ و $\theta+\mathrm{d}\theta$

$$\int\frac{\mathrm{d}\Omega}{4\pi}=\frac{1}{2}\int_0^\pi\sin\theta\mathrm{d}\theta=1$$



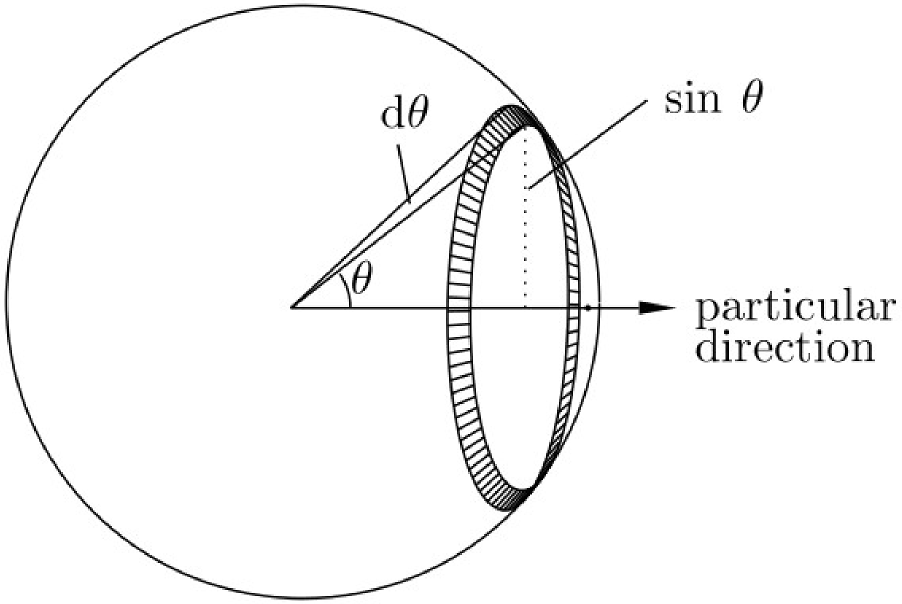
# فشار

- تعدادی از مولکولها بر واحد حجم که با سرعت $v$ و $v+\mathrm{d}v$ در یک جهت مشخص از زاویه فضایی $\mathrm{d}\Omega$ بین زوایای $\theta$ و $\theta+\mathrm{d}\theta$ حرکت می‌کنند، برابر است با

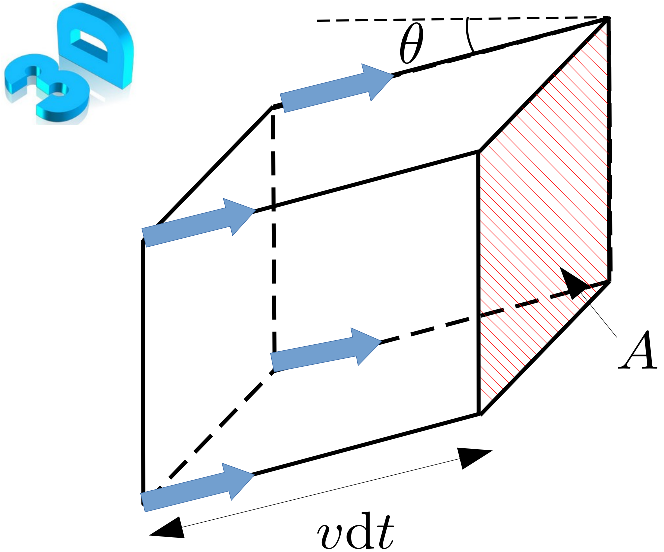
$$nf(v)\mathrm{d}v\frac{\mathrm{d}\Omega}{4\pi}$$

$$\frac{\mathrm{d}\Omega}{4\pi}=\frac{1}{2}\sin\theta\mathrm{d}\theta$$

$$nf(v)\mathrm{d}v\frac{1}{2}\sin\theta\mathrm{d}\theta$$



# فشار




- در یک زمان کوتاه $\mathrm{d}t$ ، مولکول هایی که در زاویه $\theta$ نسبت به عمود به دیواره در حال حرکت اند، حجم

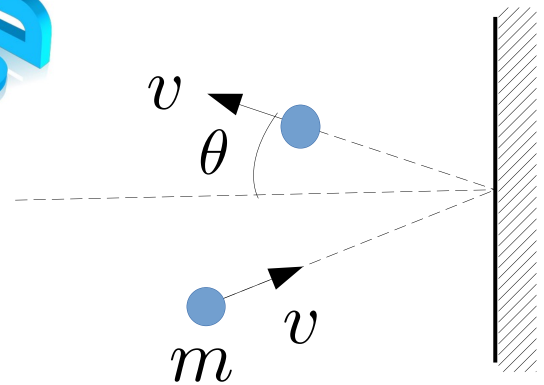
$$A v \mathrm{d}t \cos\theta$$

را جاروب می‌کنند

- تعدادی از مولکولها بر واحد حجم که با سرعت $v$ و $v+\mathrm{d}v$ در یک جهت مشخص از زاویه فضایی $\mathrm{d}\Omega$ بین زوایای $\theta$ و $\theta+\mathrm{d}\theta$ حرکت می‌کنند، در لحظه کوچک $\mathrm{d}t$ به یک دیوار به مساحت $A$ ضربه می زنند برابر

$$A v \mathrm{d}t \cos\theta \, n f(v) \mathrm{d}v \frac{1}{2} \sin\theta \mathrm{d}\theta$$

# فشار




- هر مولکول از ضربه‌ی وارد به دیوار تغییر اندازه حرکتی برابر
$$2mv\cos\theta$$
در راستای عمود به دیواره مخزن پیدا می‌کند.

- حالا اگر تغییر اندازه حرکت $2mv\cos\theta$ بر واحد سطح بر واحد زمان را بصورت ریاضی ضرب کنیم در تعدادی از مولکولها بر واحد حجم که با سرعت $v$ و $v+\mathrm{d}v$ در یک جهت مشخص از زاویه فضایی $\frac{\mathrm{d}\Omega}{4\pi}$ بین زوایای $\theta$ و $\theta+\mathrm{d}\theta$ حرکت می‌کنند و در لحظه کوچک $\mathrm{d}t$ به یک دیوار به مساحت $A$ ضربه می زنند و سپس انتگرالگیری کنیم روی $\theta$ و $v$ فشار را بدست می‌آوریم

# فشار

- حالا اگر تغییر اندازه حرکت $2mv\cos\theta$ بر واحد سطح بر واحد زمان را بصورت ریاضی ضرب کنیم در تعدادی از مولکولها بر واحد حجم که با سرعت $v$ و $v+\mathrm{d}v$ در یک جهت مشخص از زاویه فضایی $\frac{\mathrm{d}\Omega}{4\pi}$ بین زوایای $\theta$ و $\theta+\mathrm{d}\theta$ حرکت می‌کنند و در لحظه کوچک $\mathrm{d}t$ به یک دیوار به مساحت $A$ ضربه می زنند و سپس انتگرالگیری کنیم روی $\theta$ و $v$ فشار را بدست می‌آوریم

$$\mathrm{d}p = \frac{2mv\cos\theta}{A\mathrm{d}t} Av\mathrm{d}t\cos\theta\, nf(v)\mathrm{d}v\, \frac{1}{2}\sin\theta\mathrm{d}\theta$$

$$\mathrm{d}p = mv\cos\theta\, v\cos\theta\, nf(v)\mathrm{d}v \sin\theta\mathrm{d}\theta$$

# فشار

- حالا اگر تغییر اندازه حرکت $2mv\cos\theta$ بر واحد سطح بر واحد زمان را بصورت ریاضی ضرب کنیم در تعدادی از مولکولها بر واحد حجم که با سرعت $v$ و $v+\mathrm{d}v$ در یک جهت مشخص از زاویه فضایی $\frac{\mathrm{d}\Omega}{4\pi}$ بین زوایای $\theta$ و $\theta+\mathrm{d}\theta$ حرکت می‌کنند و در لحظه کوچک $\mathrm{d}t$ به یک دیوار به مساحت $A$ ضربه می زنند و سپس انتگرالگیری کنیم روی $\theta$ و $v$ فشار را بدست می‌آوریم

$$\mathrm{d}p = mv\cos\theta\, v\cos\theta\, nf(v)\mathrm{d}v\, \sin\theta\mathrm{d}\theta$$

$$p = mn\left(\int_0^\infty f(v)v^2\mathrm{d}v\right)\left(\int_0^{\pi/2}\cos^2\theta\sin\theta\mathrm{d}\theta\right)$$

# فشار

- حالا اگر تغییر اندازه حرکت $2mv\cos\theta$ بر واحد سطح بر واحد زمان را بصورت ریاضی ضرب کنیم در تعدادی از مولکولها بر واحد حجم که با سرعت $v$ و $v+\mathrm{d}v$ در یک جهت مشخص از زاویه فضایی $\frac{\mathrm{d}\Omega}{4\pi}$ بین زوایای $\theta$ و $\theta+\mathrm{d}\theta$ حرکت می‌کنند و در لحظه کوچک $\mathrm{d}t$ به یک دیوار به مساحت $A$ ضربه می زنند و سپس انتگرالگیری کنیم روی $\theta$ و $v$ فشار را بدست می‌آوریم

$$\mathrm{d}p = mv\cos\theta\, v\cos\theta\, n f(v)\mathrm{d}v \sin\theta\mathrm{d}\theta$$

$$\int_0^\infty f(v)v^2\mathrm{d}v = \langle v^2\rangle, \qquad \int_0^{\pi/2}\cos^2\theta\sin\theta\mathrm{d}\theta = \frac{1}{3}$$

# فشار

- حالا اگر تغییر اندازه حرکت $2mv\cos\theta$ بر واحد سطح بر واحد زمان را بصورت ریاضی ضرب کنیم در تعدادی از مولکولها بر واحد حجم که با سرعت $v$ و $v+\mathrm{d}v$ در یک جهت مشخص از زاویه فضایی $\frac{\mathrm{d}\Omega}{4\pi}$ بین زوایای $\theta$ و $\theta+\mathrm{d}\theta$ حرکت می‌کنند و در لحظه کوچک $\mathrm{d}t$ به یک دیوار به مساحت $A$ ضربه می زنند و سپس انتگرالگیری کنیم روی $\theta$ و $v$ فشار را بدست می‌آوریم

$$\mathrm{d}p = mv\cos\theta \, v\cos\theta \, nf(v)\mathrm{d}v \, \sin\theta\mathrm{d}\theta$$

$$p = \frac{1}{3}mn\langle v^2\rangle, \qquad \frac{1}{2}m\langle v^2\rangle = \frac{3}{2}k_BT, \qquad n = \frac{N}{V}$$

# فشار

- حالا اگر تغییر اندازه حرکت $2mv\cos\theta$ بر واحد سطح بر واحد زمان را بصورت ریاضی ضرب کنیم در تعدادی از مولکولها بر واحد حجم که با سرعت $v$ و $v+\mathrm{d}v$ در یک جهت مشخص از زاویه فضایی $\frac{\mathrm{d}\Omega}{4\pi}$ بین زوایای $\theta$ و $\theta+\mathrm{d}\theta$ حرکت می‌کنند و در لحظه کوچک $\mathrm{d}t$ به یک دیوار به مساحت $A$ ضربه می زنند و سپس انتگرالگیری کنیم روی $\theta$ و $v$ فشار را بدست می‌آوریم

$$\mathrm{d}p = mv\cos\theta\, v\cos\theta\, n f(v)\mathrm{d}v \sin\theta \mathrm{d}\theta$$

$$p = \frac{1}{3}mn\langle v^2\rangle, \qquad \frac{1}{3}m\langle v^2\rangle = k_B T, \qquad n = \frac{N}{V}$$

# فشار

- حالا اگر تغییر اندازه حرکت $2mv\cos\theta$ بر واحد سطح بر واحد زمان را بصورت ریاضی ضرب کنیم در تعدادی از مولکولها بر واحد حجم که با سرعت $v$ و $v+\mathrm{d}v$ در یک جهت مشخص از زاویه فضایی $\frac{\mathrm{d}\Omega}{4\pi}$ بین زوایای $\theta$ و $\theta+\mathrm{d}\theta$ حرکت می‌کنند و در لحظه کوچک $\mathrm{d}t$ به یک دیوار به مساحت $A$ ضربه می زنند و سپس انتگرالگیری کنیم روی $\theta$ و $v$ فشار را بدست می‌آوریم

$$\mathrm{d}p = mv\cos\theta\, v\cos\theta\, nf(v)\mathrm{d}v\, \sin\theta\mathrm{d}\theta$$

معادله حالت گاز ایده‌آل

$$\boxed{p = nk_BT}$$


محمدرضا مظفری
گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

# فشار

$$\boxed{p = nk_BT}$$

$$n = \frac{N}{V}: \quad \boxed{pV = Nk_BT}$$

$$p = \frac{1}{3}mn\langle v^2\rangle, \qquad \frac{1}{2}m\langle v^2\rangle = \frac{3}{2}k_BT, \qquad n = \frac{N}{V}$$

$$U = N\left(\frac{1}{2}m\langle v^2\rangle\right) = \frac{3}{2}Nk_BT \Rightarrow \boxed{U = \frac{3}{2}Nk_BT}$$

$$\frac{U}{V} = \frac{N}{V}\left(\frac{3}{2}k_BT\right) \Rightarrow u = n\left(\frac{3}{2}k_BT\right) = \frac{3}{2}p \Rightarrow \boxed{u = \frac{3}{2}p}$$

# فشار

معادله حالت گاز ایده‌آل $\boxed{p = nk_BT}$

- اگر مخزنی ترکیبی از گازها را در تعادل گرمایی داشته باشد، فشار نهایی بطور ساده برابر با جمع فشار هر مولفه از ترکیب است.

$$p = nk_BT, \qquad n = \sum_i n_i$$

$$p = \left(\sum_i n_i\right) k_BT = \sum_i n_i k_BT = \sum_i p_i$$

$$p_i = n_i k_BT$$