

جلسه بیستم

ترمودینامیک و مکانیک آماری

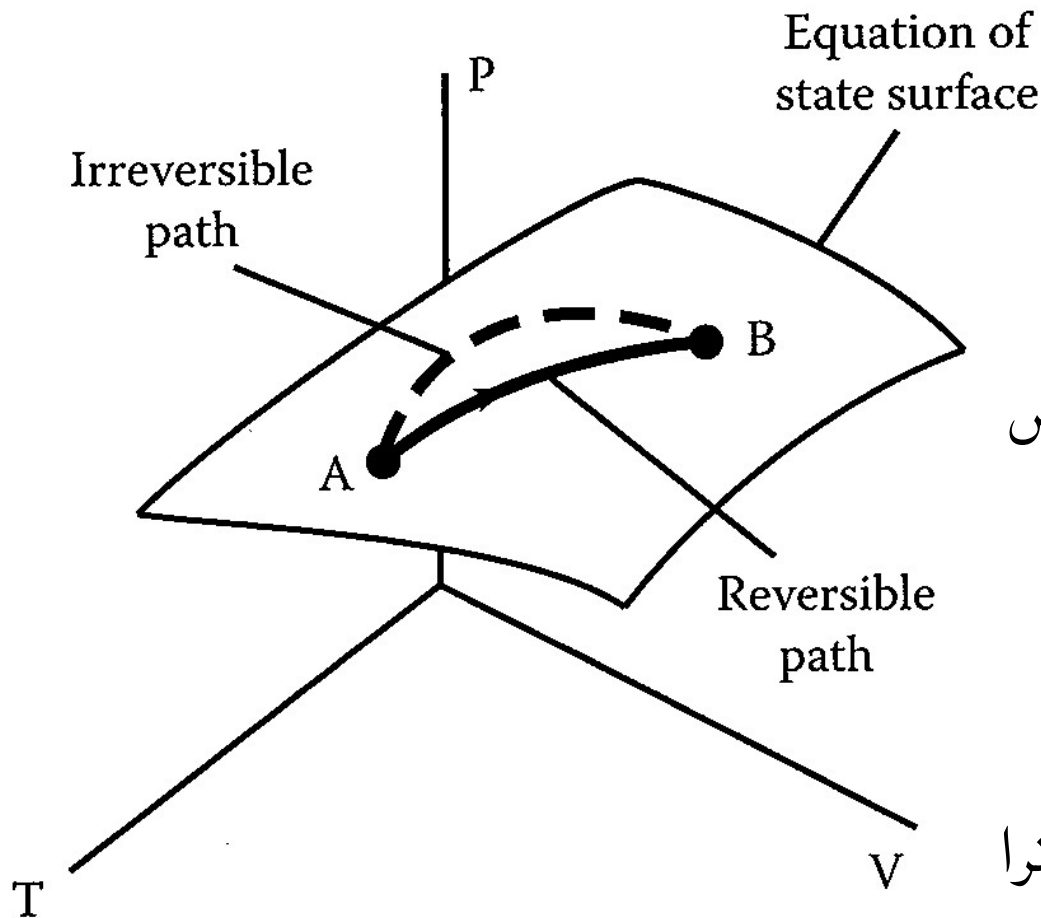
محمدرضا مظفری
گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه
دانشگاه قم
مهر ۹۹

مفاهیمی در فیزیک حرارت

مطالب و عناوین:

- مبانی آماری فیزیک حرارت
- ریاضیات مفید
- گرما
- احتمال
- دما و فاکتور بولتزمن
- توزیع ماکسول بولتزمن
- فشار
- اثر افیوژن مولکولی
- پویش آزاد متوسط و برخوردها
- انرژی و قانون اول ترمودینامیک
- فرایندهای همدمای و بی‌دررو
- ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک
- آنتروپی

فرایندهای همدم و بی‌دررو

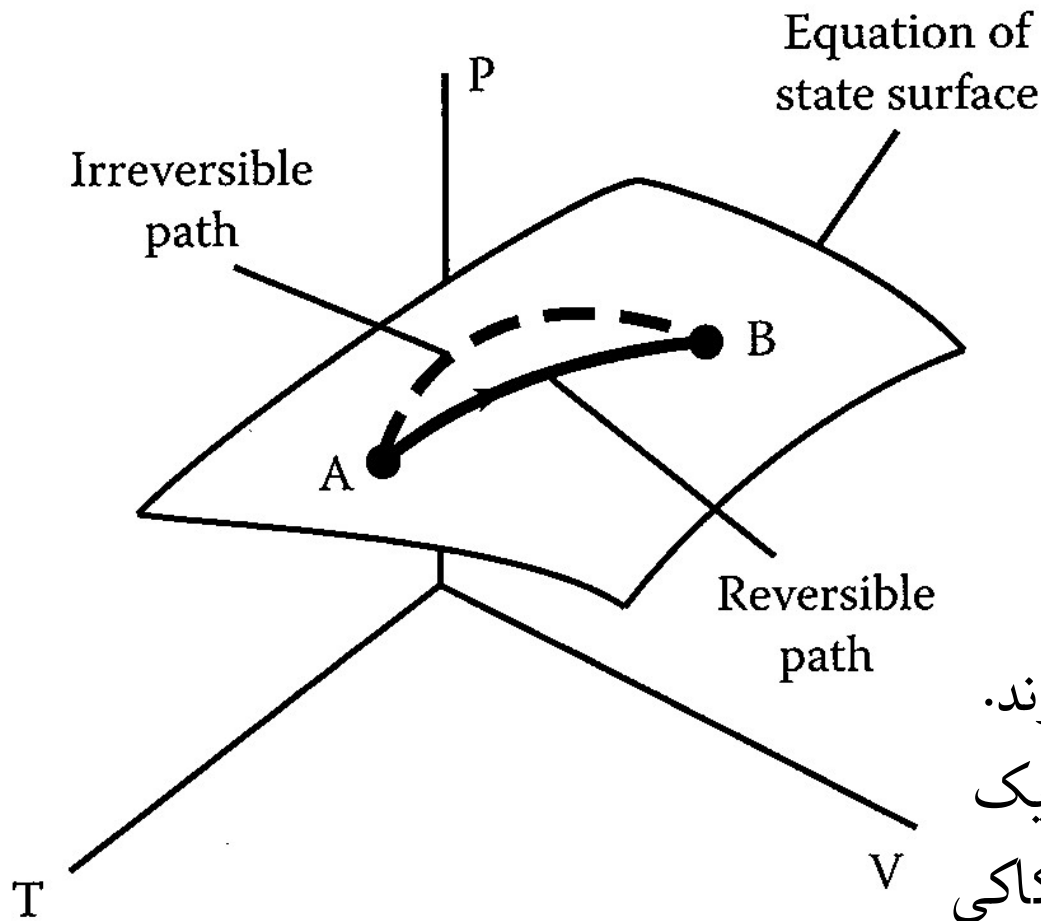


- فرایندهای برگشت‌پذیر بر روی رویه‌ای مشخصی از حالت تعادلی سیستم پیش می‌روند.

- فرایندهای برگشت‌پذیر با آهستگی کافی پیش می‌روند، بطوری که سیستم همواره در حالت تعادلی خود باقی بماند.

- فرایندهای برگشت‌پذیر را می‌توان با تغییر بینهایت کوچک در متغیرهای ترمودینامیک، آنرا دقیقاً برگشت داد. آن‌ها می‌توانند بطور خودبخودی برگشت کنند.

فرایندهای همدم و بی‌دررو



- فرایندهای برگشت ناپذیر بر روی رویه‌ی مشخصی از حالت‌های تعادلی سیستم پیش نمی‌روند.

- فرایندهای برگشت ناپذیر بطور خودبخودی برگشت نمی‌کنند.

- تقریباً همه فرایندهای روزمره بازگشت ناپذیرند. مانند انبساط یک گاز از یک حجم کوچک به یک حجم بزرگ یا همه فرایندهایی که گرمای اصطکاکی تولید می‌کنند و ...

فرایندهای همدمای بی‌دررو

- در یک فرایند همدمای تغییرات دما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta T = 0$$

- برای یک سیستم ترمودینامیکی با متغیرهای ترمودینامیکی، (p, V, T) ، می‌توان انرژی داخلی سیستم را بصورت تابعی از دو متغیر حجم و دما بیان کرد،

$$U = U(V, T)$$

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT$$

- با استفاده از قانون اول ترمودینامیک، $dU = \delta Q - pdV$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT = \delta Q - pdV$$

فرایندهای همدمای بی‌دررو

- در یک فرایند همدمای تغییرات دما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta T = 0$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT = \delta Q - pdV$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV = \delta Q - pdV$$

$$\delta Q = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p \right] dV$$

فرایندهای همدمای بی‌دررو

- در یک فرایند همدمای تغییرات دما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta T = 0$$

$$\delta Q = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] dV$$

- برای یک گاز ایده‌آل،

$$U = \frac{3}{2} N k_B T \Rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = 0$$

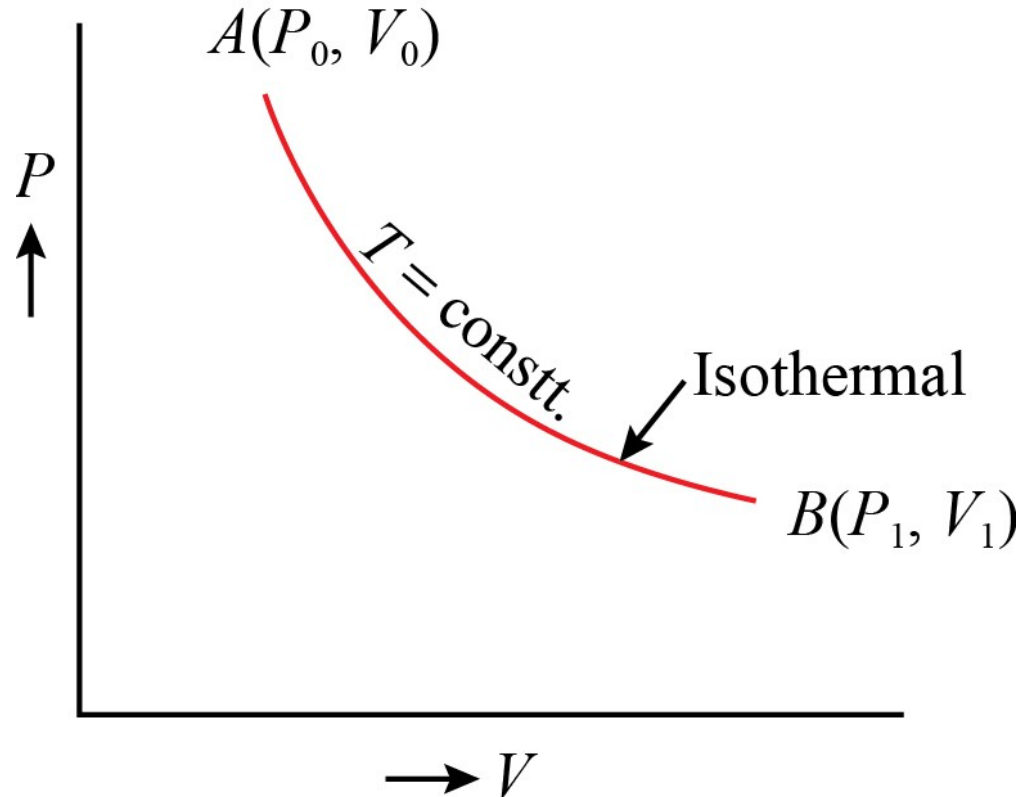
$$\delta Q = p dV$$

$$\delta Q = p dV, \quad pV = N k_B T \Rightarrow \delta Q = N k_B T \frac{dV}{V}$$

فرایندهای همدمای و بی‌دررو

- در یک فرایند همدمای تغییرات دما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta T = 0 \Rightarrow T = \text{const.}$$



- برای یک گاز ایده‌آل، $p = \frac{Nk_B T}{V}$

$$dQ = Nk_B T \frac{dV}{V}$$

$$\Delta Q_{A \rightarrow B} = Nk_B T \int_{V_0}^{V_1} \frac{dV}{V}$$

$$\Delta Q_{B \rightarrow A} = Nk_B T \int_{V_1}^{V_0} \frac{dV}{V}$$

فرایندهای همدمای و بی‌دررو

- در یک فرایند همدمای تغییرات دما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta T = 0 \Rightarrow T = \text{const.}$$

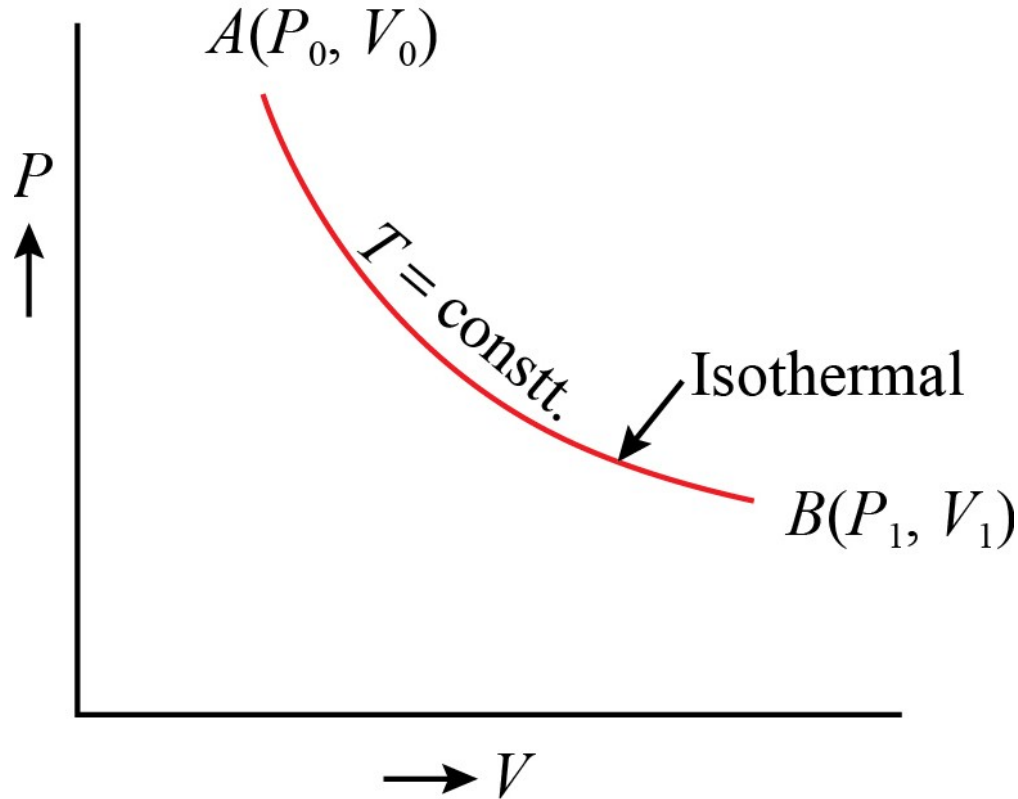
- برای یک گاز ایده‌آل، $p = \frac{Nk_B T}{V}$

$$dQ = Nk_B T \frac{dV}{V}$$

$$\Delta Q_{A \rightarrow B} = Nk_B T \ln \left(\frac{V_1}{V_0} \right)$$

$$V_1 > V_0 \Rightarrow \Delta Q_{A \rightarrow B} > 0$$

سیستم گرما جذب می‌کند.



فرایندهای همدمای و بی‌دررو

- در یک فرایند همدمای تغییرات دما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta T = 0 \Rightarrow T = \text{const.}$$

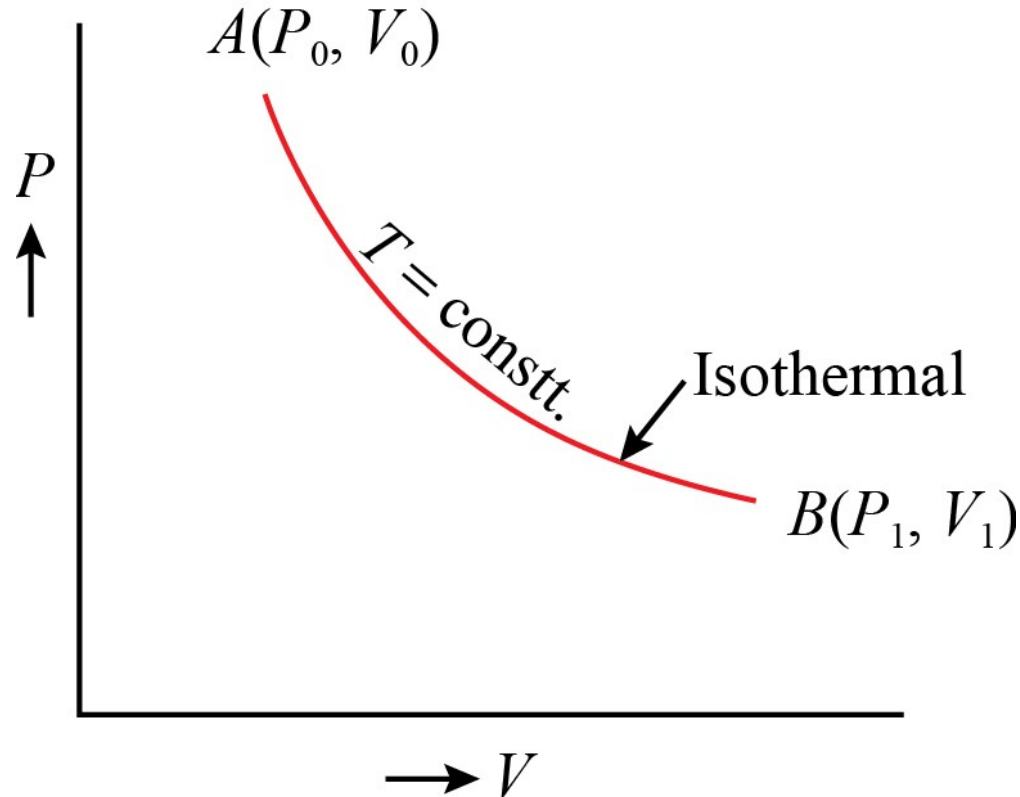
- برای یک گاز ایده‌آل، $p = \frac{Nk_B T}{V}$

$$dQ = Nk_B T \frac{dV}{V}$$

$$\Delta Q_{B \rightarrow A} = Nk_B T \ln \left(\frac{V_0}{V_1} \right)$$

$$V_1 > V_0 \Rightarrow \Delta Q_{B \rightarrow A} < 0$$

سیستم گرما از دست می‌دهد.



فرایندهای همدمای و بی‌دررو

• در یک فرایند بی‌دررو تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

در این شرایط قانون اول ترمودینامیک بصورت زیر تغییر می‌کند،

$$dU = \cancel{dQ} - pdV \Rightarrow dU = -pdV$$

$$(\gamma - 1)dV = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT, \quad \gamma dV = \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp$$

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma} dp = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V dT$$

فرایندهای همدمای و بی‌دررو

• در یک فرایند بی‌دررو تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

در این شرایط قانون اول ترمودینامیک بصورت زیر تغییر می‌کند،

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV = -pdV$$

می‌دانیم

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V, \quad C_p = C_V + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

فرایندهای همدمای و بی‌دررو

• در یک فرایند بی‌دررو تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

در این شرایط قانون اول ترمودینامیک بصورت زیر تغییر می‌کند،

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV = -pdV$$

می‌دانیم

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V, \quad C_p = C_V + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

$$C_V dT + \left[\frac{C_p - C_V}{\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p} - p \right] dV = -pdV$$

فرایندهای همدمای و بی‌دررو

• در یک فرایند بی‌دررو تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

در این شرایط قانون اول ترمودینامیک بصورت زیر تغییر می‌کند،

$$C_V dT + \left[\frac{C_p - C_V}{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p} - p \right] dV = -p dV \Rightarrow C_V dT = - \left[\frac{C_p - C_V}{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p} \right] dV$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT = - \left[\frac{C_p - C_V}{C_V} \right] dV$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT = -(\gamma - 1)dV$$

فرایندهای همدمای و بی‌دررو

• در یک فرایند بی‌دررو تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

در این شرایط قانون اول ترمودینامیک بصورت زیر تغییر می‌کند،

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT = -(\gamma - 1)dV$$

اگر $V = V(T, p) \Rightarrow dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp$

فرایندهای همدمای و بی‌دررو

• در یک فرایند بی‌دررو تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

در این شرایط قانون اول ترمودینامیک بصورت زیر تغییر می‌کند،

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT = -(\gamma - 1)dV$$

اگر $V = V(T, p) \Rightarrow dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp$

$$dV = -(\gamma - 1)dV + \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp \Rightarrow \gamma dV = \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp$$

فرایندهای همدمای و بی‌دررو

• در یک فرایند بی‌دررو تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

در این شرایط قانون اول ترمودینامیک بصورت زیر تغییر می‌کند،

$$\gamma dV = \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp$$

$$\frac{1}{\left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T} dV = \frac{1}{\gamma} dp \Rightarrow \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_T dV = \frac{1}{\gamma} dp$$

$$\text{اگر } p = p(T, V) \Rightarrow dp = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_T dV$$

فرایندهای همدمای و بی‌دررو

• در یک فرایند بی‌دررو تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

در این شرایط قانون اول ترمودینامیک بصورت زیر تغییر می‌کند،

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T dV = \frac{1}{\gamma} dp$$

$$\text{اگر } p = p(T, V) \Rightarrow dp = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T dV$$

فرایندهای همدمای و بی‌دررو

• در یک فرایند بی‌دررو تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

در این شرایط قانون اول ترمودینامیک بصورت زیر تغییر می‌کند،

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T dV = \frac{1}{\gamma} dp$$

$$\text{اگر } p = p(T, V) \Rightarrow dp = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T dV$$

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V dT + \frac{1}{\gamma} dp \Rightarrow \frac{\gamma - 1}{\gamma} dp = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V dT$$

فرایندهای همدمای و بی‌دررو

• در یک فرایند بی‌دررو تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

• برای یک گاز ایده‌آل، $pV = Nk_B T$ و $\gamma = 5/3$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\gamma - 1)dV = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT \\ \gamma dV = \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp \\ \frac{\gamma - 1}{\gamma} dp = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V dT \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} (\gamma - 1)dV = - \frac{V}{T} dT \\ \gamma dV = - \frac{V}{p} dp \\ \frac{\gamma - 1}{\gamma} dp = \frac{p}{T} dT \end{array} \right.$$

فرایندهای همدمای و بی‌دررو

• در یک فرایند بی‌دررو تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

• برای یک گاز ایده‌آل، $pV = Nk_B T$ و $\gamma = 5/3$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\gamma - 1)dV = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT \\ \gamma dV = \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp \\ \frac{\gamma - 1}{\gamma} dp = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V dT \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} (\gamma - 1) \int_{V_0}^V \frac{dV}{V} = - \int_{T_0}^T \frac{dT}{T} \\ \gamma \int_{V_0}^V \frac{dV}{V} = - \int_{p_0}^p \frac{dp}{p} \\ \frac{\gamma - 1}{\gamma} \int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = \int_{T_0}^T \frac{dT}{T} \end{array} \right.$$

فرایندهای همدمای و بی‌دررو

• در یک فرایند بی‌دررو تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

• برای یک گاز ایده‌آل، $pV = Nk_B T$ و $\gamma = 5/3$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\gamma - 1)dV = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT \\ \gamma dV = \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp \\ \frac{\gamma - 1}{\gamma} dp = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V dT \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} (\gamma - 1) \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) = - \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \\ \gamma \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) = - \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) \\ \frac{\gamma - 1}{\gamma} \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) = \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \end{array} \right.$$

فرایندهای همدمای و بی‌دررو

• در یک فرایند بی‌دررو تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

• برای یک گاز ایده‌آل، $pV = Nk_B T$ و $\gamma = 5/3$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\gamma - 1)dV = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT \\ \gamma dV = \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp \\ \frac{\gamma - 1}{\gamma} dp = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V dT \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \ln V^{\gamma-1} T = \ln V_0^{\gamma-1} T_0 \\ \ln V^\gamma p = \ln V_0^\gamma p_0 \\ \ln p^{\gamma-1} T^{-\gamma} = \ln p_0^{\gamma-1} T_0^{-\gamma} \end{array} \right.$$

فرایندهای همدمای و بی‌دررو

• در یک فرایند بی‌دررو تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

• برای یک گاز ایده‌آل، $pV = Nk_B T$ و $\gamma = 5/3$

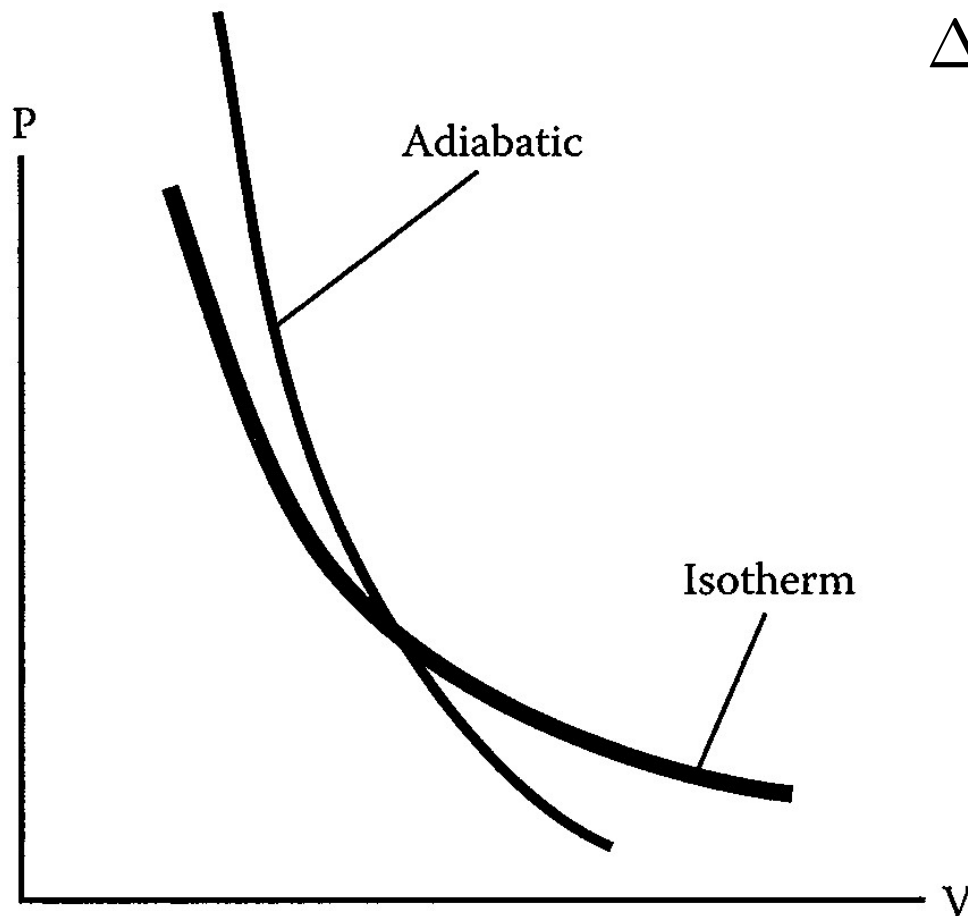
$$\begin{cases} (\gamma - 1)dV = - \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT \\ \gamma dV = \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp \\ \frac{\gamma - 1}{\gamma} dp = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V dT \end{cases}$$

$$\begin{cases} V^{\gamma-1} T = \text{const.} \\ V^\gamma p = \text{const.} \\ p^{\gamma-1} T^{-\gamma} = \text{const.} \end{cases}$$

فرایندهای همدمای و بی‌دررو

• در یک فرایند بی‌دررو تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$



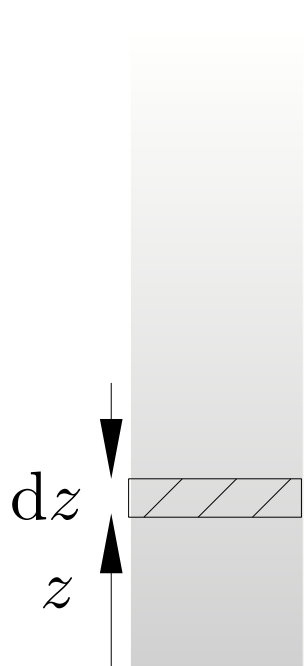
$$pV^\gamma = \text{const.} \Rightarrow p \propto \frac{1}{V^\gamma}$$

$$pV = Nk_B T \Rightarrow p \propto \frac{1}{V}$$

فرایندهای همدمای و بی‌دررو

RECALL

- تخمین تعداد مولکولهای در یک اتمسفر همدمای بصورت تابعی از ارتفاع



$$pV = Nk_B T$$

$$dV = Adz$$

$$dN$$

$$dF = -dNmg$$

$$p = \frac{F}{A} : dp = \frac{dF}{A}$$

$$dp = \frac{dF dz}{dV}$$

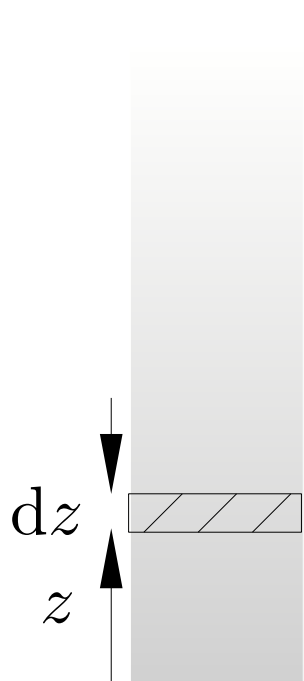
$$dp = \frac{-dNmgdz}{dV} = -\frac{dN}{dV}mgdz$$

$$dp = -nmgdz, \quad n = \frac{dN}{dV}$$

فرایندهای همدمای و بی‌دررو

RECALL

- تخمین تعداد مولکولهای در یک اتمسفر همدمای بصورت تابعی از ارتفاع



$$pV = Nk_B T$$

$$dV = Adz$$

$$dN$$

$$dF = -dNmg$$

$$dp = -nmgdz, \quad n = \frac{dN}{dV}$$

$$pV = Nk_B T$$

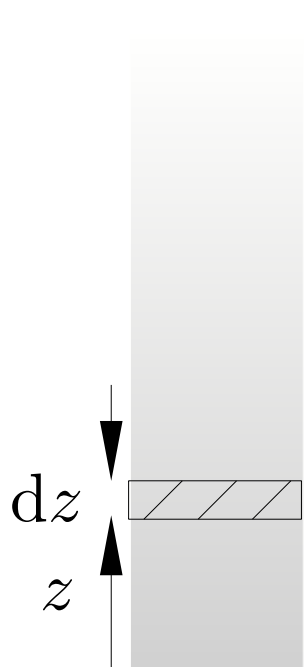
$$p = nk_B T : \quad dp = dn k_B T$$

$$\begin{cases} dp = -nmgdz \\ dp = dn k_B T \end{cases}$$

فرایندهای همدمای بی‌دررو

RECALL

- تخمین تعداد مولکولهای در یک اتمسفر همدمای بصورت تابعی از ارتفاع



$$pV = Nk_B T$$

$$dV = Adz$$

$$dN$$

$$dF = -dNmg$$

$$\begin{cases} dp = -nmgdz \\ dp = dn k_B T \end{cases}$$

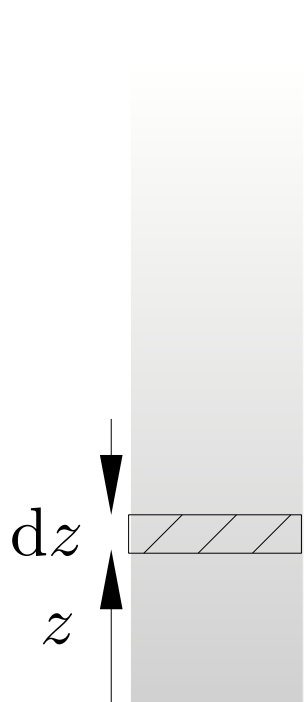
$$dn k_B T = -nmgdz$$

$$\frac{dn}{n} = -\frac{mg}{k_B T} dz$$

فرایندهای همدمای و بی‌دررو

RECALL

- تخمین تعداد مولکولهای در یک اتمسفر همدمای بصورت تابعی از ارتفاع



$$pV = Nk_B T$$

$$dV = Adz$$

$$dN$$

$$dF = -dNmg$$

$$\frac{dn}{n} = -\frac{mg}{k_B T} dz$$

$$\int_{n_0}^n \frac{dn}{n} = -\frac{mg}{k_B T} \int_0^z dz$$

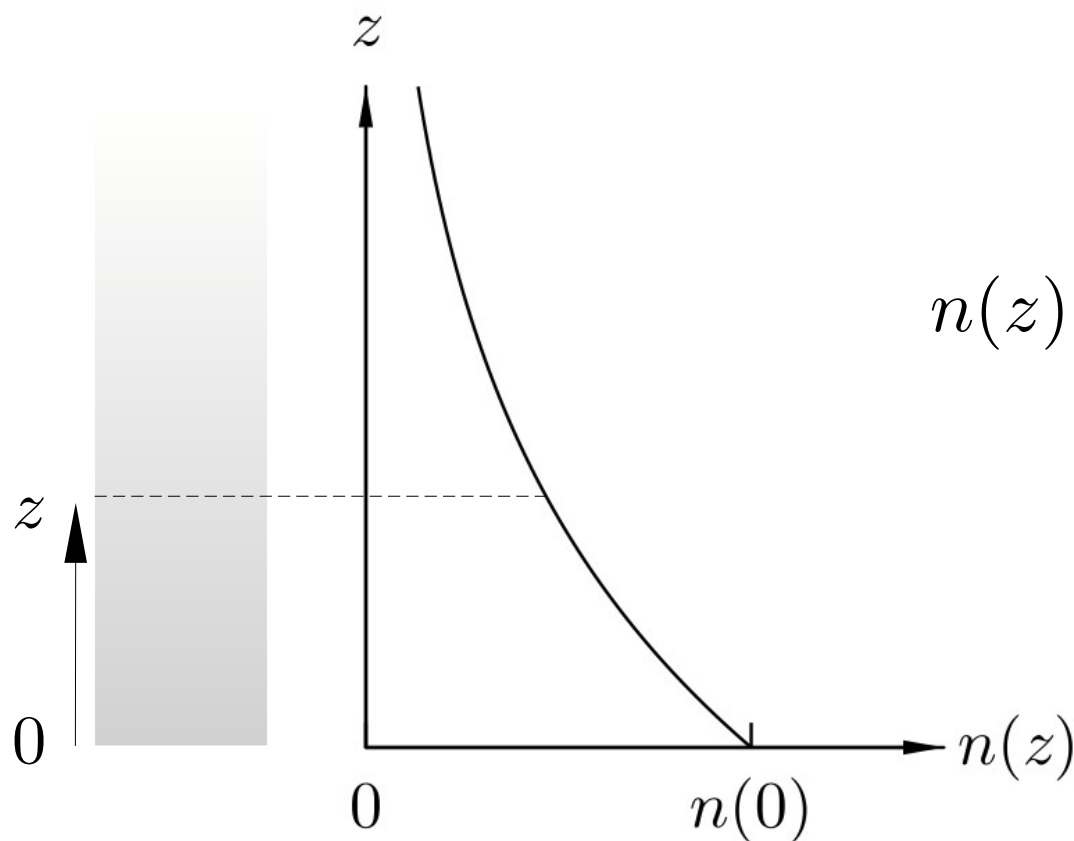
$$\ln \left(\frac{n}{n_0} \right) = -\frac{mg}{k_B T} z$$

$$n(z) = n_0 \exp(-mg/k_B T)$$

فرایندهای همدمای و بی‌دررو

RECALL

- تخمین تعداد مولکولهای در یک اتمسفر همدمای بصورت تابعی از ارتفاع



$$n(z) = n_0 \exp(-mg/k_B T)$$

فرایندهای همدمای بی‌دررو

$$dp = -nmgdz$$

$$dp = -nmgdz = -\frac{N}{V}mgdz, \quad \frac{N}{V} = \frac{p}{k_B T}$$

$$dp = -\frac{p}{k_B T}mgdz \Rightarrow T \frac{dp}{p} = -\frac{mg}{k_B} dz$$

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma} dp = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V dT \Rightarrow \frac{\gamma - 1}{\gamma} dp = \frac{p}{T} dT \Rightarrow T \frac{dp}{p} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} dT$$

فرایندهای همدمای بی‌دررو

$$dp = -nmgdz$$

$$dp = -nmgdz = -\frac{N}{V}mgdz, \quad \frac{N}{V} = \frac{p}{k_B T}$$

$$dp = -\frac{p}{k_B T}mgdz \Rightarrow T \frac{dp}{p} = -\frac{mg}{k_B} dz$$

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma} dp = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V dT \Rightarrow \frac{\gamma - 1}{\gamma} dp = \frac{p}{T} dT \Rightarrow T \frac{dp}{p} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} dT$$

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} dT = -\frac{mg}{k_B} dz \Rightarrow \frac{dT}{dz} = -\frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{mg}{k_B}, \quad \frac{\gamma - 1}{\gamma} = \frac{Nk_B}{C_p}$$

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{Nmg}{C_p}$$

فرایندهای همدمای و بی‌دررو

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{Nmg}{C_p}$$

مقدار سمت چپ در عبارت بالا به عنوان نرخ افت آدیاباتیک شناخته می‌شود. برای هوای خشک (بیشتر نیتروژن)، آن ۰.۷۹ کلوین بر کیلومتر است. مقادیر تجربی در جو نیز به ۶-۷ کلوین بر کیلومتر نزدیکتر است (بخشی از آن به دلیل خشک نبودن جو و اثرات گرمای نهان ناشی از گرمای مورد نیاز برای تبخیر قطرات آب [و گاه ذوب بلورهای یخ نیز مهم] است)