جلسه بیست و یکم

بخش اول

ترمودینامیک و مکانیک آماری

محمدرضا مظفری
گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه
دانشگاه قم
مهر ۹۹

مفاهیمی در فیزیک حرارت

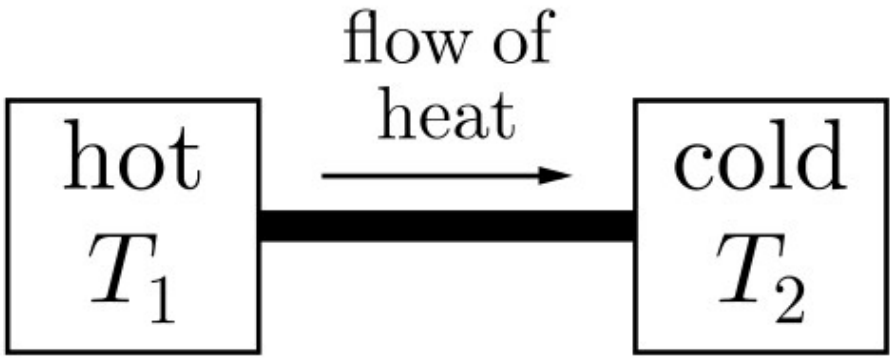
مطالب و عناوین:

- مبانی آماری فیزیک حرارت
- ریاضیات مفید
- گرما
- احتمال
- دما و فاکتور بولتزمن
- توزیع ماکسول بولتزمن
- فشار
- اثر افیوژن مولکولی
- پویش آزاد متوسط و برخوردها
- انرژی و قانون اول ترمودینامیک
- فرایندهای همدما و بی‌دررو
- **ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک**
- آنتروپی

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

در این جلسه قصد داریم مکانیزمی که در آن **کار** در یک **ماشین گرمایی** از **دومنبع دمایی مختلف** **تولید** می‌شود را بررسی کنیم.

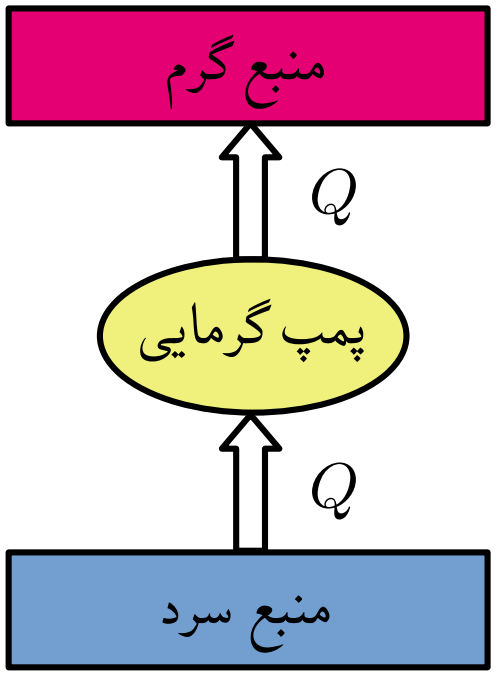
همانطور که قبلا بررسی کردیم، **گرما همیشه از جسم گرم به یک جسم سرد شارش می‌کند.** معکوس فرایند یاد شده (یعنی شارش گرم از جسم سرد به جسم گرم) هرگز در یک سیستم بطور خودبخودی اتفاق نمی‌افتد.



ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

همانطور که قبلا بررسی کردیم، گرما همیشه از جسم گرم به یک جسم سرد شارش می‌کند. معکوس فرایند یاد شده (یعنی شارش گرم از جسم سرد به جسم گرم) هرگز در یک سیستم بطور **خودبخودی اتفاق نمی‌افتد**.

پمپ گرمایی کامل



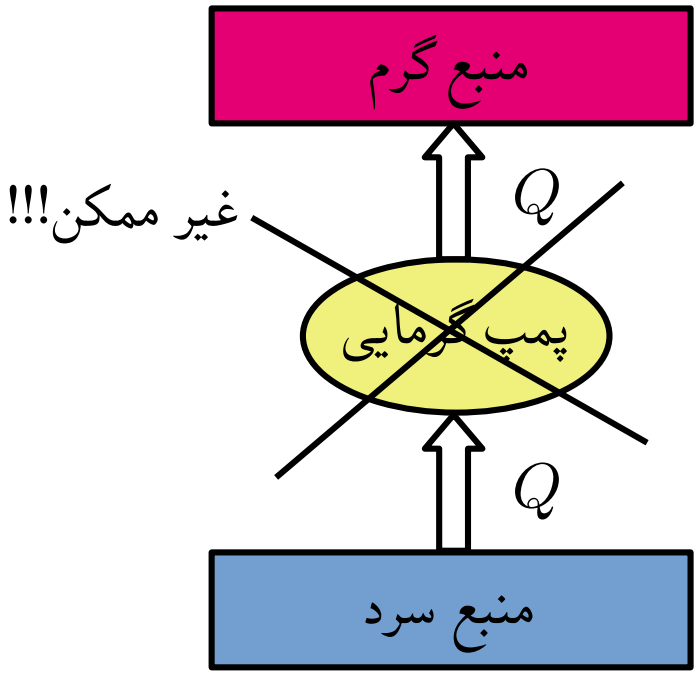
بر اساس استدلال بالا، **کلاسیوس**، قانون دوم ترمودینامیک را بصورت زیر بیان کرد،

فرایندی وجود ندارد که **تنها اثر آن استخراج گرما** از یک جسم (یا منبع) سرد و **انتقال** آن به یک جسم (یا منبع) گرم باشد.

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

همانطور که قبلا بررسی کردیم، **گرما همیشه از جسم گرم به یک جسم سرد شارش می‌کند.** معکوس فرایند یاد شده (یعنی شارش گرم از جسم سرد به جسم گرم) هرگز در یک سیستم بطور خودبخودی اتفاق نمی‌افتد.



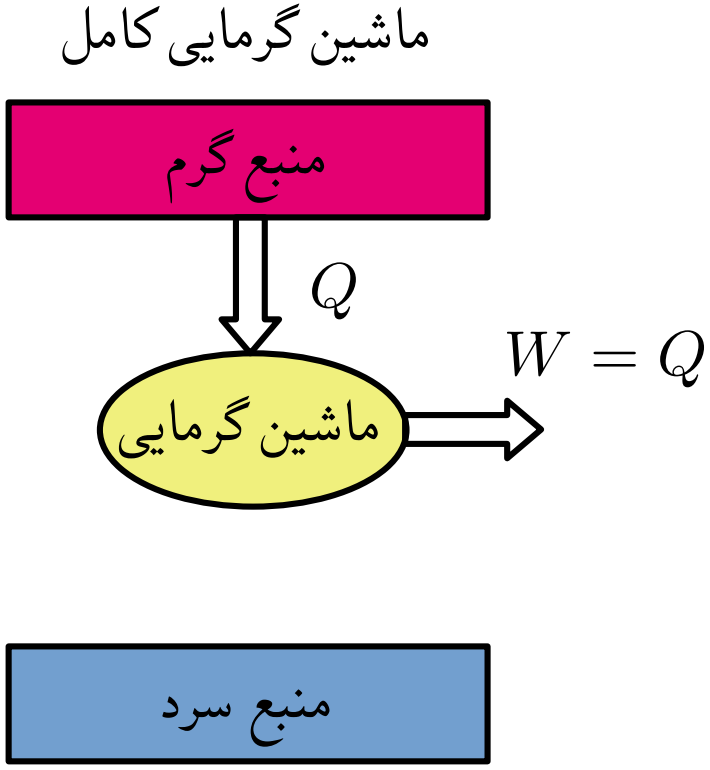
بر اساس استدلال بالا، **کلاسیوس**، قانون دوم ترمودینامیک را بصورت زیر بیان کرد،

فرایندی وجود ندارد که **تنها اثر آن استخراج گرما** از یک جسم (یا منبع) سرد و **انتقال** آن به یک جسم (یا منبع) گرم باشد.

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

تبدیل کار به گرما در طبیعت خیلی آسان است. تمامی برخوردها و همچنین اصطکاک تولید گرما می‌کنند. با وجود این تبدیل گرما به کار خیلی سخت است بطوریکه تبدیل **کامل** کار به گرما **غیر ممکن** است.



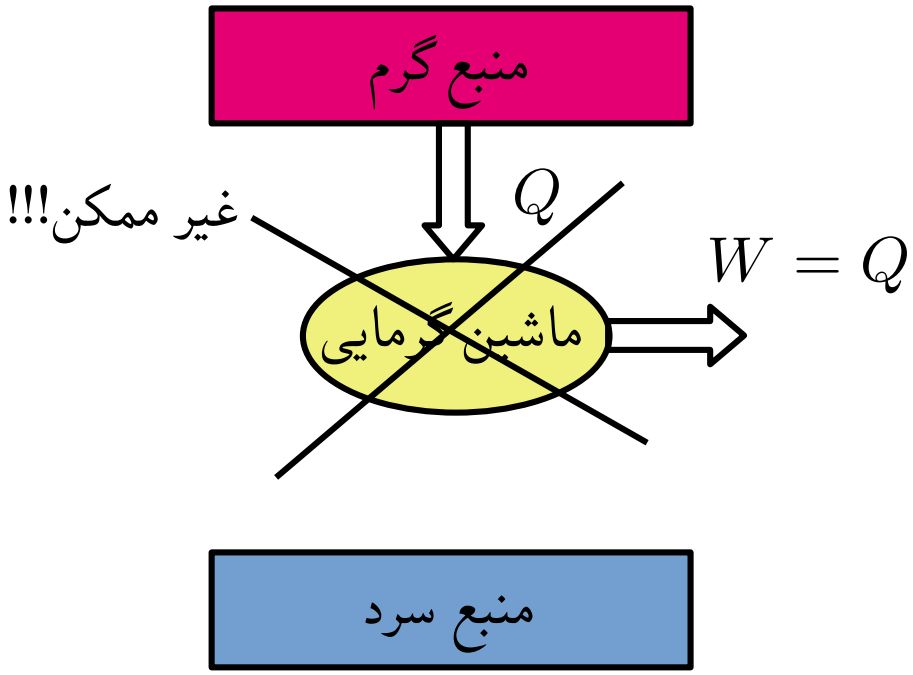
بر اساس استدلال بالا، **کلوین**، قانون دوم ترمودینامیک را بصورت زیر بیان کرد،

فرایندی وجود ندارد که **تنها اثر آن انتقال گرما** از یک جسم (یا منبع) گرم و **تبدیل کامل** آن به کار باشد.

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

تبدیل کار به گرما در طبیعت خیلی آسان است. تمامی برخوردها و همچنین اصطکاک تولید گرما می‌کنند. با وجود این تبدیل گرما به کار خیلی سخت است بطوریکه تبدیل **کامل** کار به گرما **غیر ممکن** است.



بر اساس استدلال بالا، **کلوین**، قانون دوم ترمودینامیک را بصورت زیر بیان کرد،

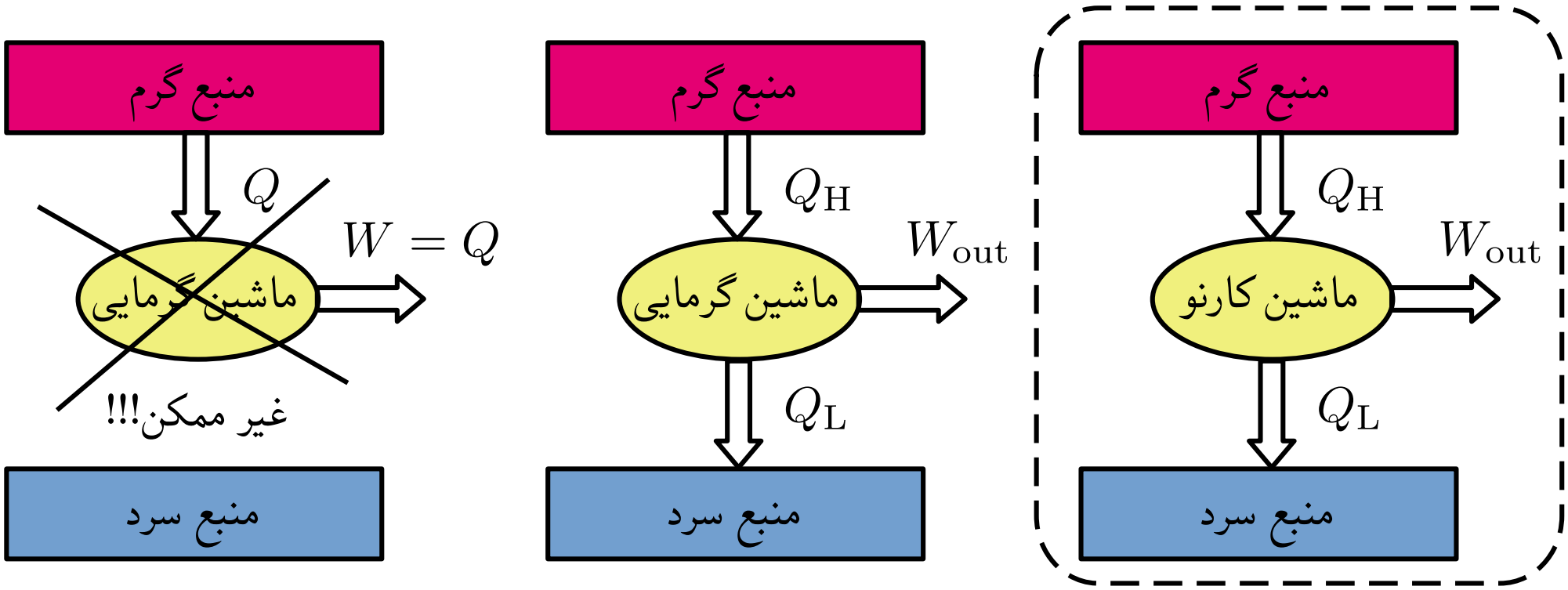
فرایندی وجود ندارد که **تنها اثر آن انتقال گرما** از یک جسم (یا منبع) گرم و **تبدیل کامل** آن به کار باشد.

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

حالا این سؤالات مطرح می‌شود که

چگونه می‌توان یک تبدیل خوب از گرما به کار داشت؟ یا چگونه می‌توان از یک منبع سرد گرما استخراج کرد؟

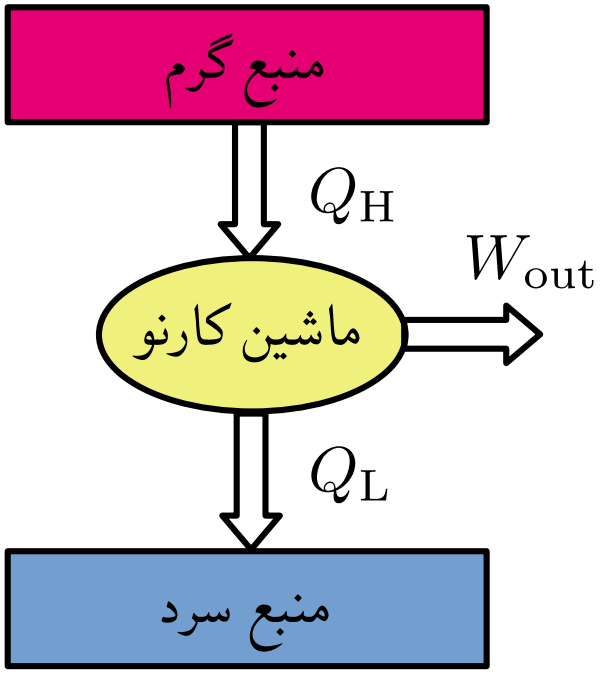


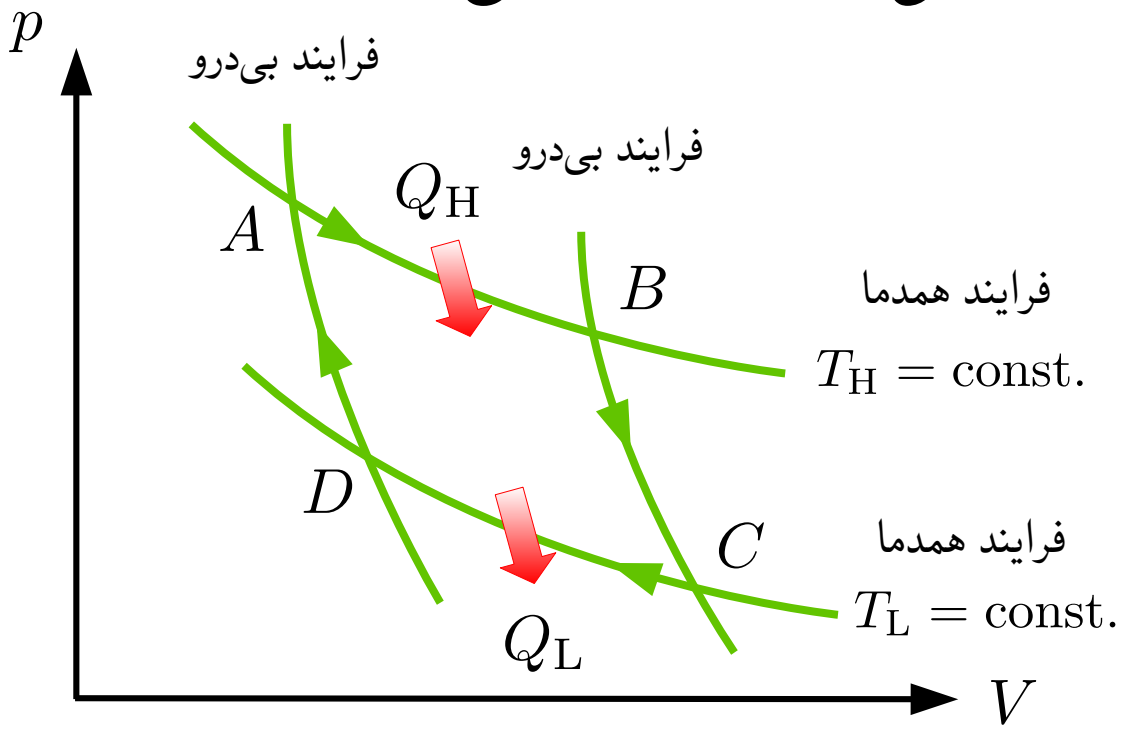
محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

حالا این سؤالات مطرح می‌شود که

چگونه می‌توان یک تبدیل خوب از گرما به کار داشت؟ یا چگونه می‌توان از یک منبع سرد گرما استخراج کرد؟





محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

حالا این سؤالات مطرح می‌شود که

چگونه می‌توان یک تبدیل خوب از گرما به کار داشت؟ یا چگونه می‌توان از یک منبع سرد گرما استخراج کرد؟

$A \to B$: انبساط همدما برگشت‌پذیر

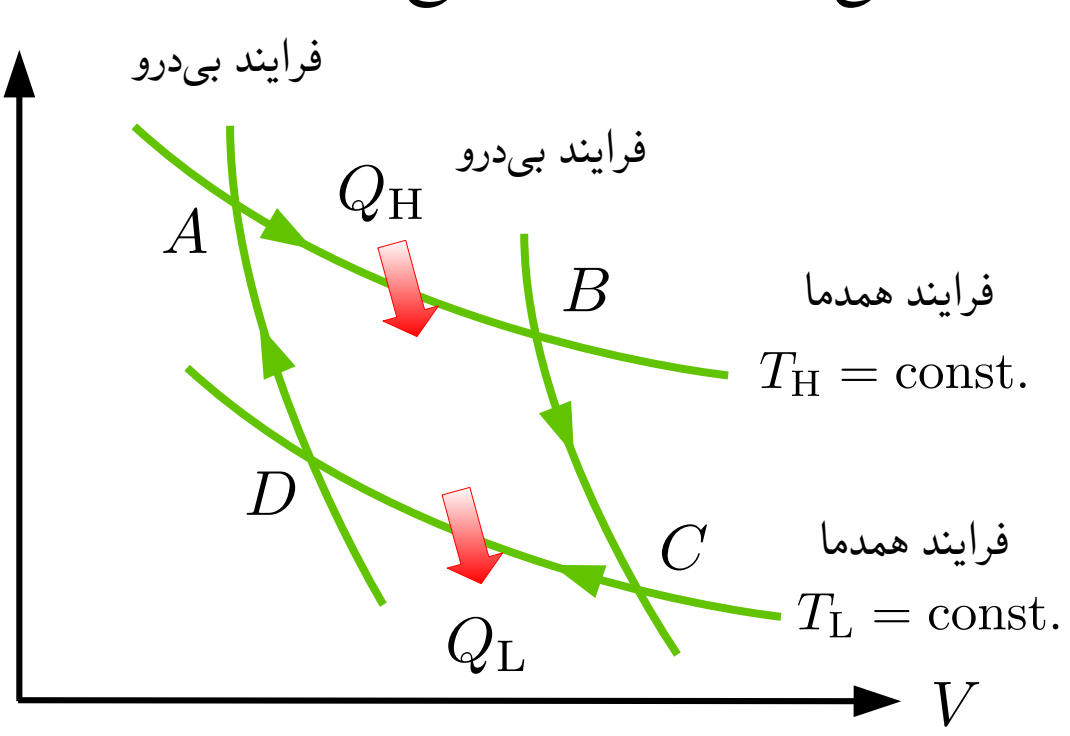
$B \to C$: انبساط بی‌دررو برگشت‌پذیر

$C \to D$: تراکم همدما برگشت‌پذیر

$D \to A$: تراکم بی‌دررو برگشت‌پذیر

$$A \to B \to C \to D \to A : \Delta U = 0$$

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta Q = W_{\text{out}}$$



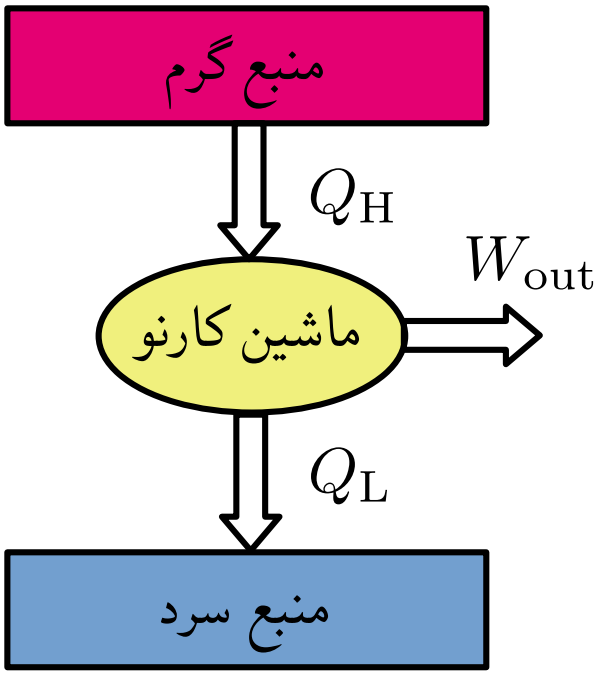
محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

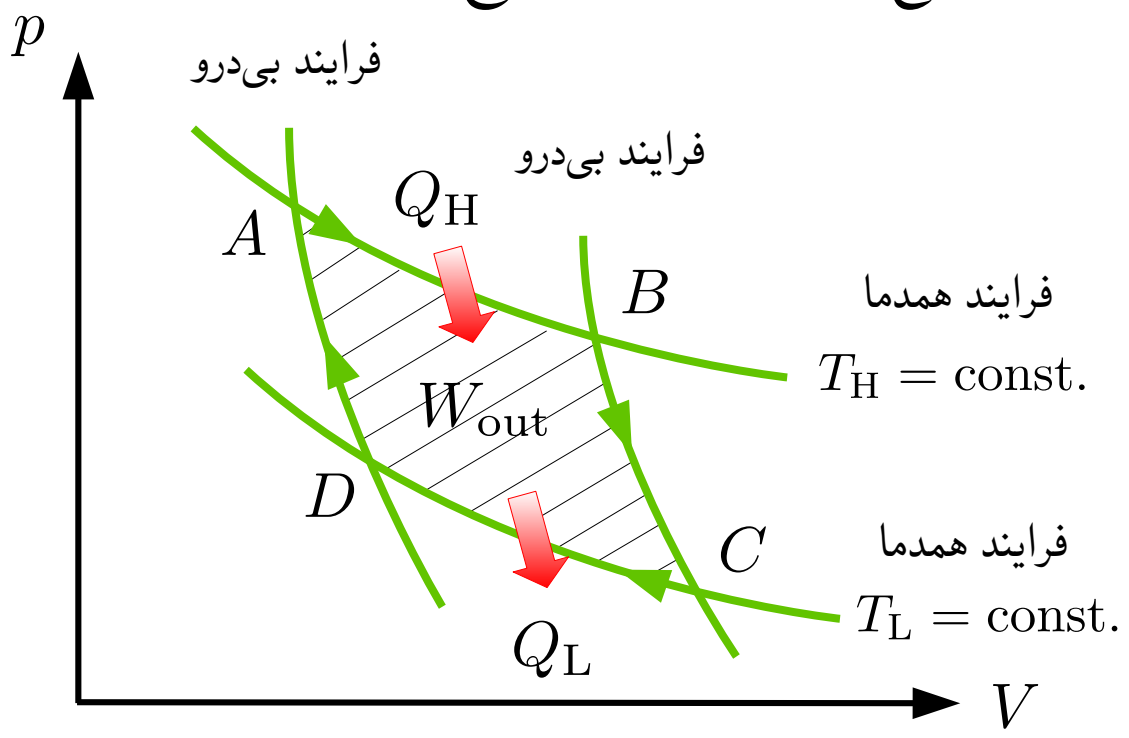
ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

حالا این سؤالات مطرح می‌شود که

چگونه می‌توان یک تبدیل خوب از گرما به کار داشت؟ یا چگونه می‌توان از یک منبع سرد گرما استخراج کرد؟

$$Q_{\mathrm{H}} = W_{\mathrm{out}} + Q_{\mathrm{L}}$$





محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

حالا این سؤالات مطرح می‌شود که

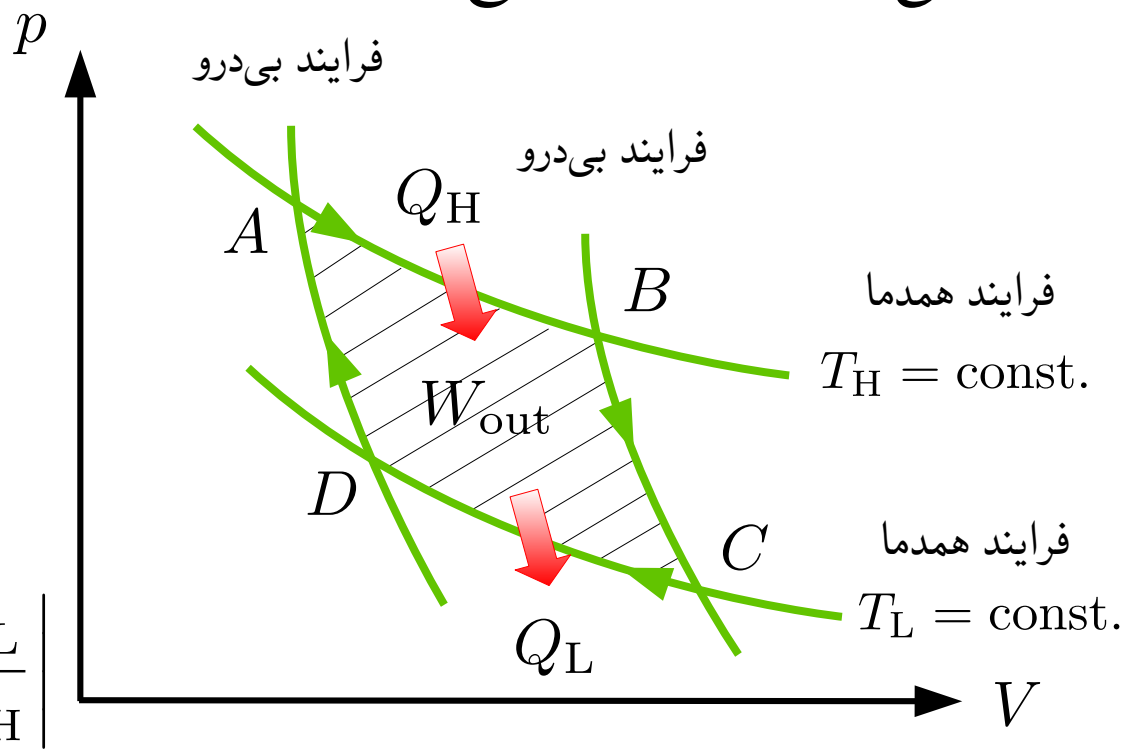
چگونه می‌توان یک تبدیل خوب از گرما به کار داشت؟ یا چگونه می‌توان از یک منبع سرد گرما استخراج کرد؟

$$\text{بازده} = \frac{\text{آنچه بدست خواهید آورد}}{\text{آنچه باید انجام دهید}}$$

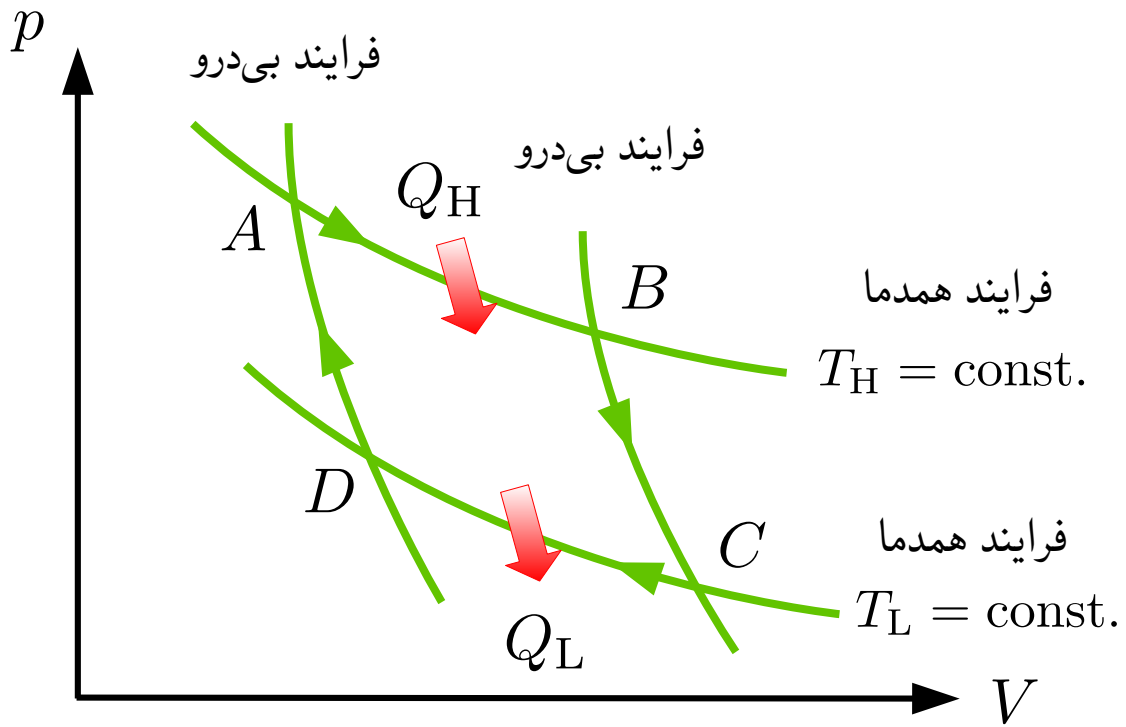
$$\eta_{\text{thermal}} = \frac{|W_{\text{out}}|}{|Q_{\text{H}}|}$$

$$Q_{\text{H}} = W_{\text{out}} + Q_{\text{L}}$$

$$\eta_{\text{thermal}} = \frac{|Q_{\text{H}} - Q_{\text{L}}|}{|Q_{\text{H}}|} = 1 - \left|\frac{Q_{\text{L}}}{Q_{\text{H}}}\right|$$



ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک



بازده ماشین کارنو برای گاز ایده‌آل

$A \to B$:

$$đQ_{A\to B} = Nk_BT_H\frac{\mathrm{d}V}{V}$$

$$\Delta Q_{A\to B} = Nk_BT_H\int_{V_A}^{V_B}\frac{\mathrm{d}V}{V}$$

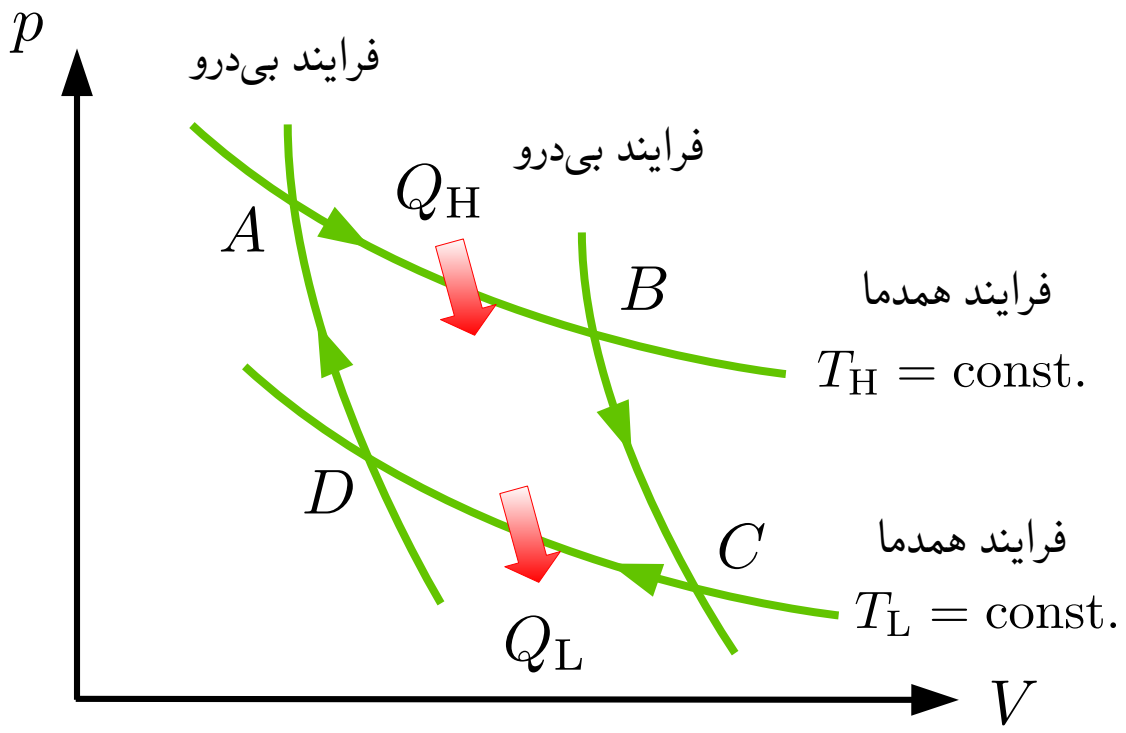
$$\Delta Q_{A\to B} = Nk_BT_H\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) > 0$$

$C \to D$: $đQ_{C\to D} = Nk_BT_L\dfrac{\mathrm{d}V}{V}$

$$\Delta Q_{C\to D} = Nk_BT_L\int_{V_C}^{V_D}\frac{\mathrm{d}V}{V}, \quad \Delta Q_{C\to D} = Nk_BT_L\ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) < 0$$

محمدرضا مظفری
گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک



بازده ماشین کارنو برای گاز ایده‌آل

$$A \to B : |\Delta Q_{A\to B}| = Q_{\mathrm{H}}$$

$$Q_{\mathrm{H}} = N k_B T_H \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

$$C \to D : |\Delta Q_{C\to D}| = Q_{\mathrm{L}}$$

$$Q_{\mathrm{L}} = N k_B T_L \ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right)$$

$$B \to C : V_B^{\gamma-1} T_H = V_C^{\gamma-1} T_L \qquad \frac{V_B^{\gamma-1} T_H}{V_A^{\gamma-1} T_H} = \frac{V_C^{\gamma-1} T_L}{V_D^{\gamma-1} T_L}$$

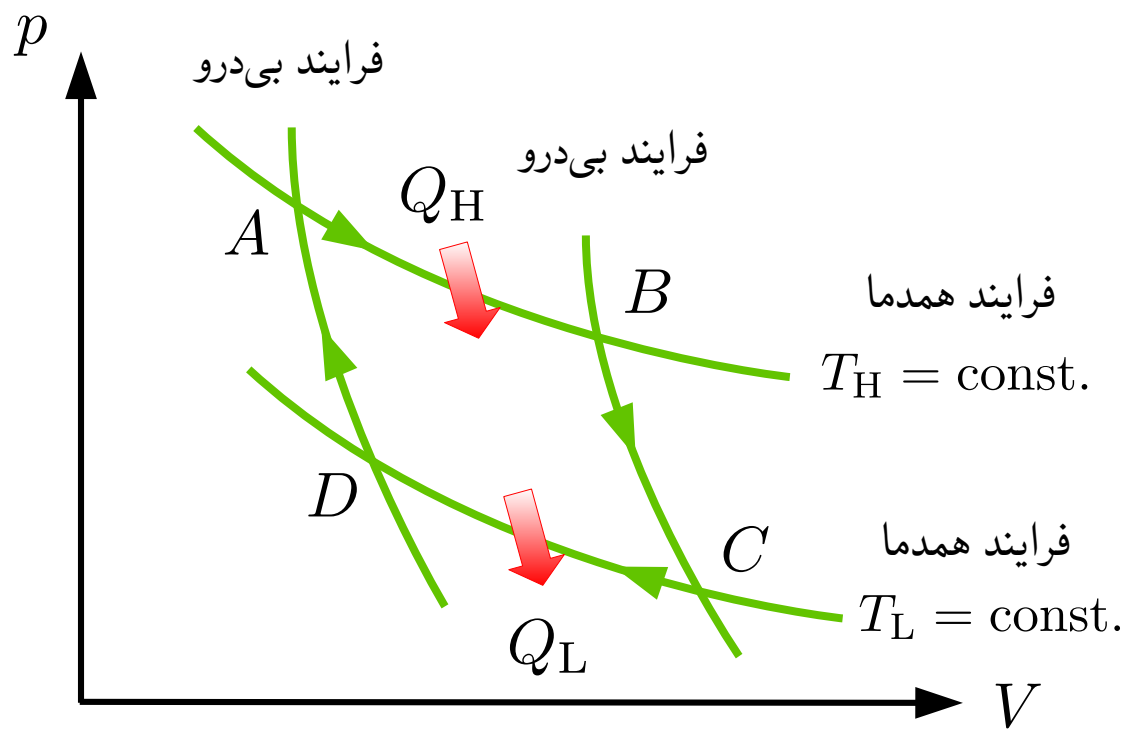
$$D \to A : V_D^{\gamma-1} T_L = V_A^{\gamma-1} T_H$$

$$\left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1}$$

محمدرضا مظفری — گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

بازده ماشین کارنو برای گاز ایده‌آل



$$A \to B : |\Delta Q_{A\to B}| = Q_{\mathrm{H}}$$

$$Q_{\mathrm{H}} = N k_B T_H \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

$$C \to D : |\Delta Q_{C\to D}| = Q_{\mathrm{L}}$$

$$Q_{\mathrm{L}} = N k_B T_L \ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right)$$

$$B \to C : V_B^{\gamma-1} T_H = V_C^{\gamma-1} T_L$$

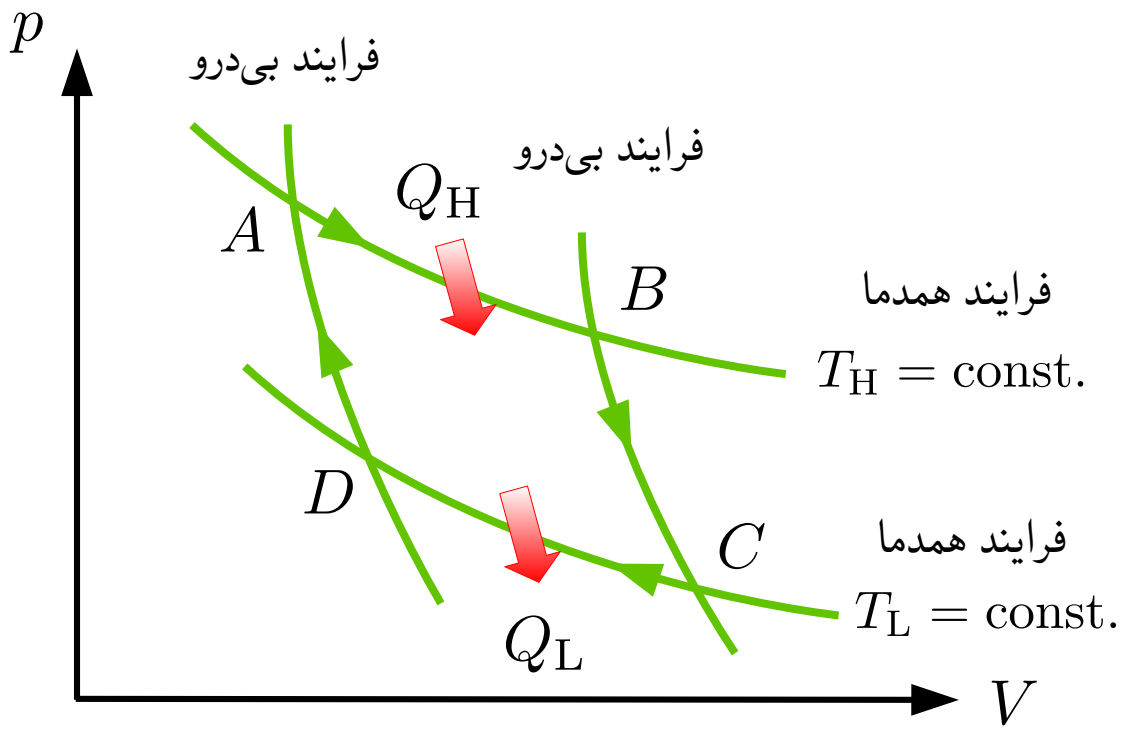
$$D \to A : V_D^{\gamma-1} T_L = V_A^{\gamma-1} T_H$$

$$\Rightarrow \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \left(\frac{V_B}{V_A}\right) = \left(\frac{V_C}{V_D}\right)$$

محمدرضا مظفری
گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

بازده ماشین کارنو برای گاز ایده‌آل



$$Q_{\mathrm{H}} = Nk_B T_H \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

$$Q_{\mathrm{L}} = Nk_B T_L \ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right)$$

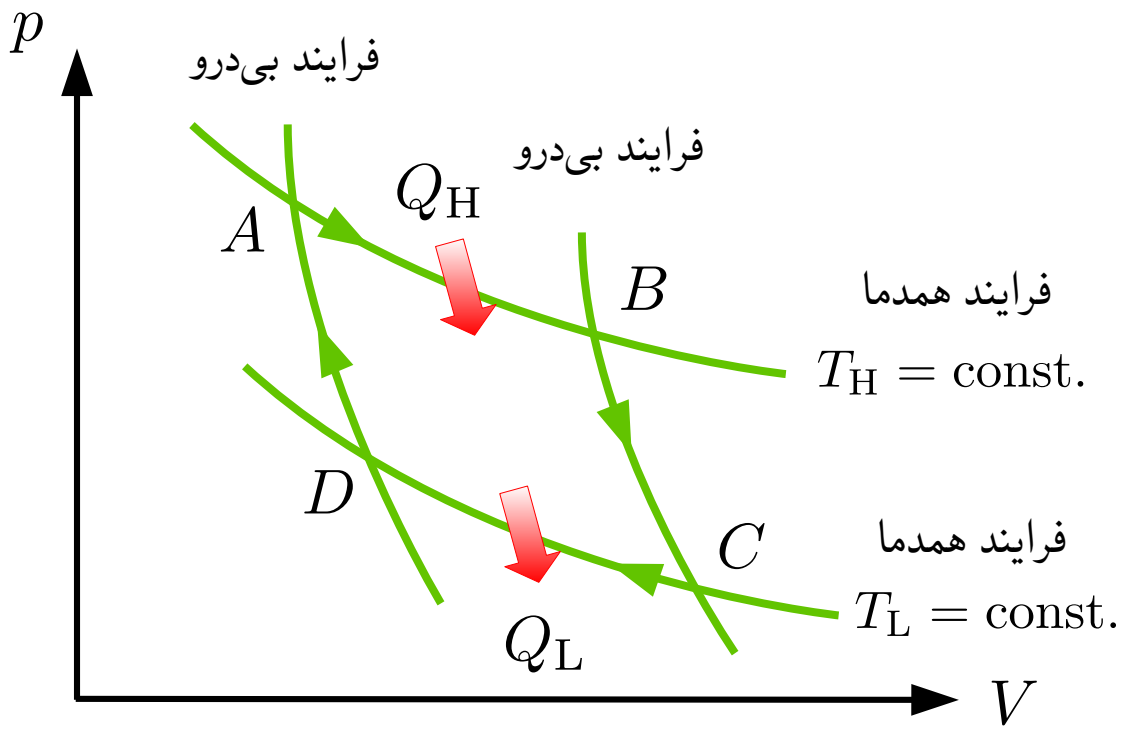
$$\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = \left(\frac{V_C}{V_D}\right)$$

$$\frac{Q_{\mathrm{L}}}{Q_{\mathrm{H}}} = \frac{T_{\mathrm{L}}}{T_{\mathrm{H}}} \frac{\ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right)}{\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)} \Rightarrow \boxed{\frac{Q_{\mathrm{L}}}{Q_{\mathrm{H}}} = \frac{T_{\mathrm{L}}}{T_{\mathrm{H}}}}$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

بازده ماشین کارنو برای گاز ایده‌آل



$$Q_{\mathrm{H}} = Nk_B T_H \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

$$Q_{\mathrm{L}} = Nk_B T_L \ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right)$$

$$\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = \left(\frac{V_C}{V_D}\right)$$

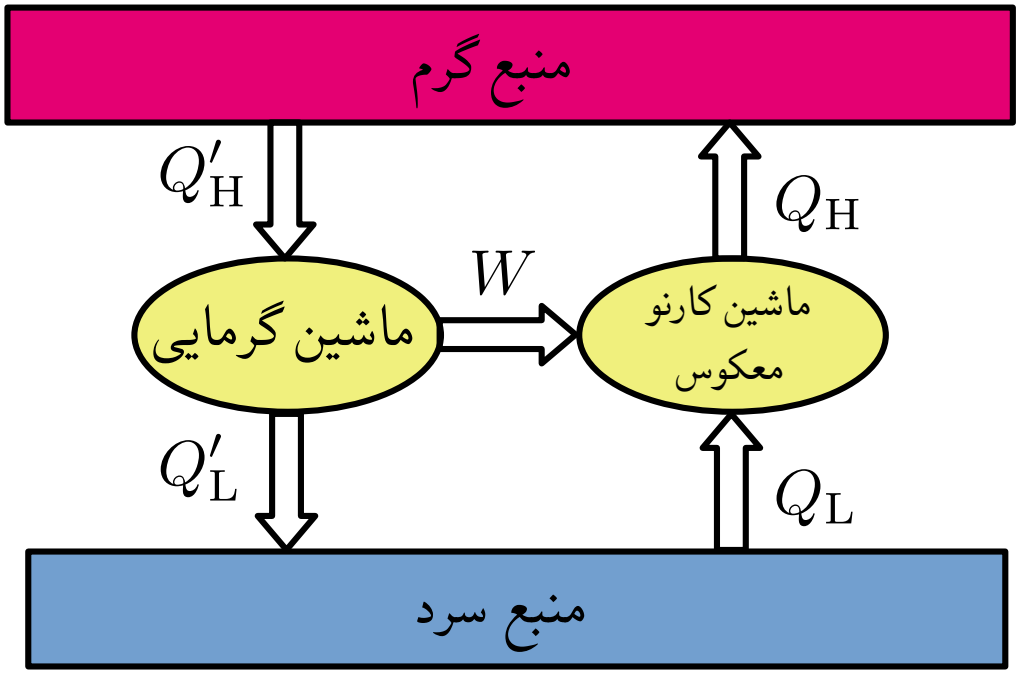
$$\frac{Q_{\mathrm{L}}}{Q_{\mathrm{H}}} = \frac{T_{\mathrm{L}}}{T_{\mathrm{H}}}$$

$$\eta_{\mathrm{thermal}} = 1 - \frac{Q_{\mathrm{L}}}{Q_{\mathrm{H}}} = 1 - \frac{T_{\mathrm{L}}}{T_{\mathrm{H}}}$$

محمدرضا مظفری
گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

قضیه کارنو: از تمام ماشین‌های گرمایی که بین دو دمای داده شده کار می‌کنند، هیچدام مؤثرتر از ماشین کارنو نیستند.



اگر $\begin{cases} \text{بازده ماشین کارنو} : \eta \\ \text{بازده ماشین گرمایی} : \eta' \end{cases}$

قضیه کارنو : آنگاه $\eta' < \eta$

با استفاده از **برهان خلف**، اگر فرض کنیم **خلف** قضیه کارنو برقرار باشد، داریم

$$\eta' > \eta$$

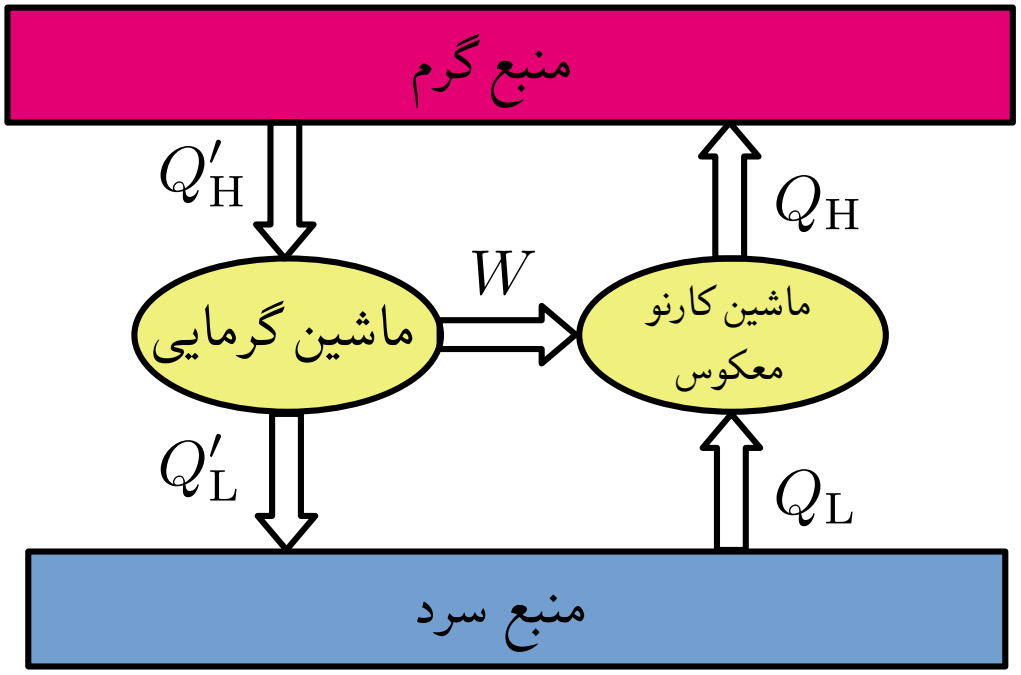
$$\frac{W}{Q'_{\mathrm{H}}} > \frac{W}{Q_{\mathrm{H}}} \Rightarrow Q_{\mathrm{H}} > Q'_{\mathrm{H}} \Rightarrow Q_{\mathrm{H}} - Q'_{\mathrm{H}} > 0$$

ماشین کارنو قابلیت برگشت‌پذیری دارد بطوریکه می‌توان آنرا در **جهت عکس** نیز اجرا کرد.

محمدرضا مظفری
گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

قضیه کارنو: از تمام ماشین‌های گرمایی که بین دو دمای داده شده کار می‌کنند، هیچدام مؤثرتر از ماشین کارنو نیستند.



اگر $\begin{cases} \text{بازده ماشین کارنو} : \eta \\ \text{بازده ماشین گرمایی} : \eta' \end{cases}$

قضیه کارنو : $\eta' < \eta$ آنگاه

اگر $\eta' > \eta$ آنگاه $Q_{\mathrm{H}} - Q'_{\mathrm{H}} > 0$

با استفاده از قانون اول ترمودینامیک:

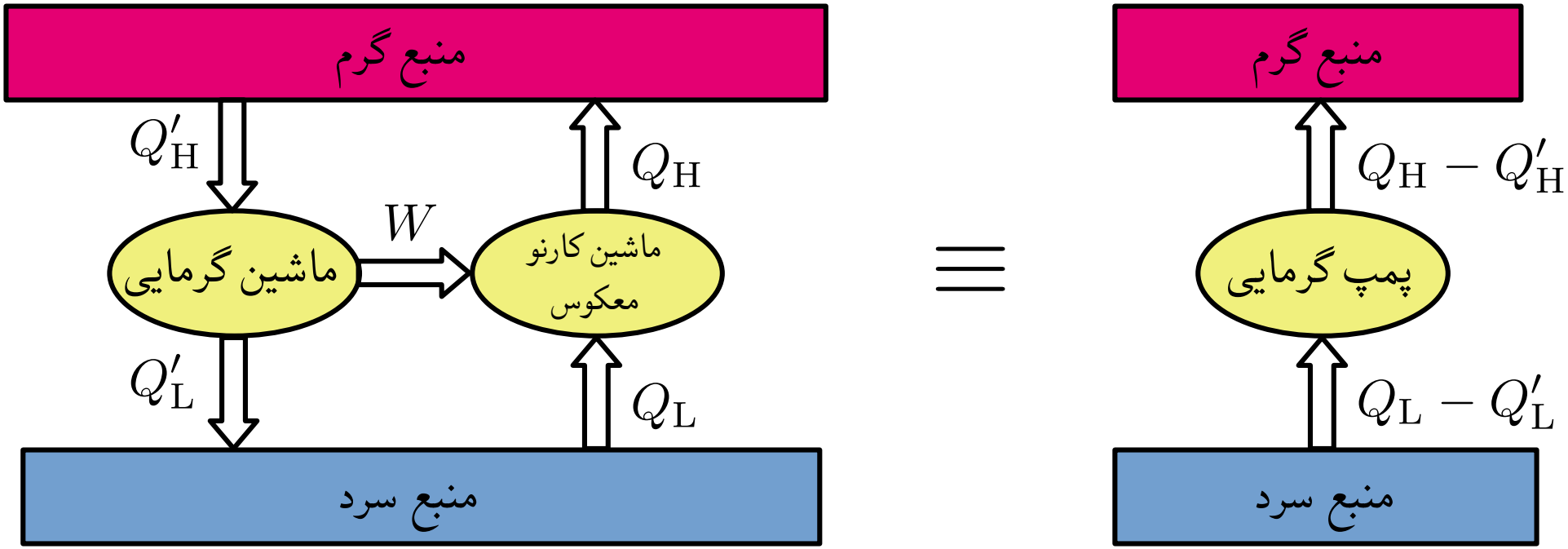
$$\begin{cases} Q'_{\mathrm{H}} = W + Q'_{\mathrm{L}} \\ W + Q_{\mathrm{L}} = Q_{\mathrm{H}} \end{cases} \Rightarrow Q_{\mathrm{H}} - Q'_{\mathrm{H}} = Q_{\mathrm{L}} - Q'_{\mathrm{L}}$$

ماشین کارنو قابلیت برگشت‌پذیری دارد بطوریکه می‌توان آنرا در **جهت عکس** نیز اجرا کرد.

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

قضیه کارنو: از تمام ماشین‌های گرمایی که بین دو دمای داده شده کار می‌کنند، هیچدام مؤثرتر از ماشین کارنو نیستند.

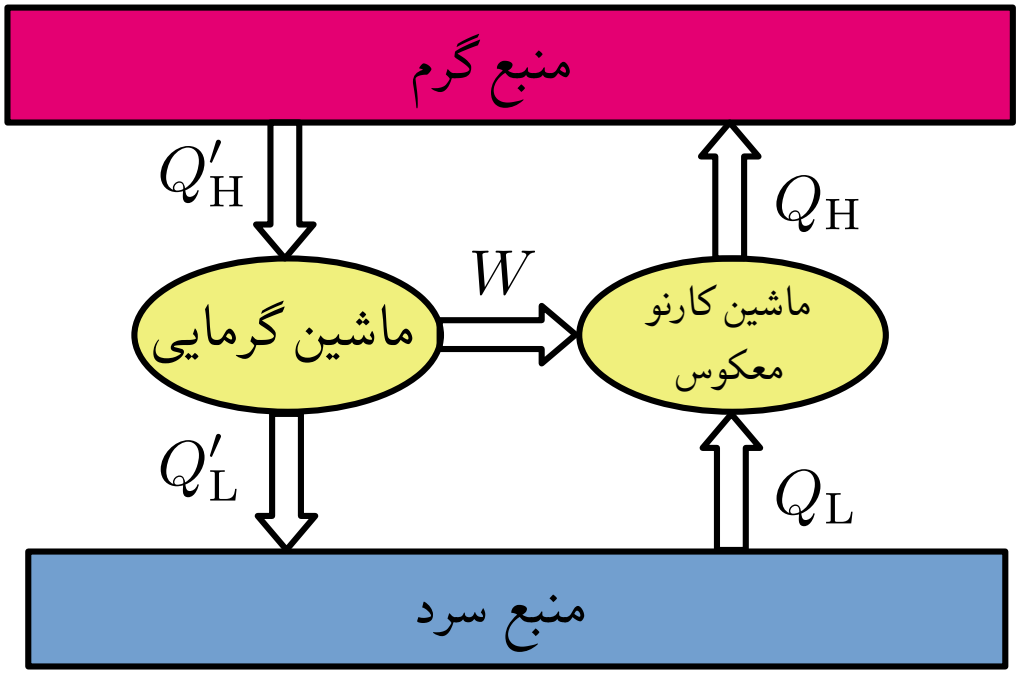


$$Q_{\mathrm{H}} - Q'_{\mathrm{H}} = Q_{\mathrm{L}} - Q'_{\mathrm{L}}$$ و $$Q_{\mathrm{H}} - Q'_{\mathrm{H}} > 0$$ آنگاه $$\eta' > \eta$$ اگر

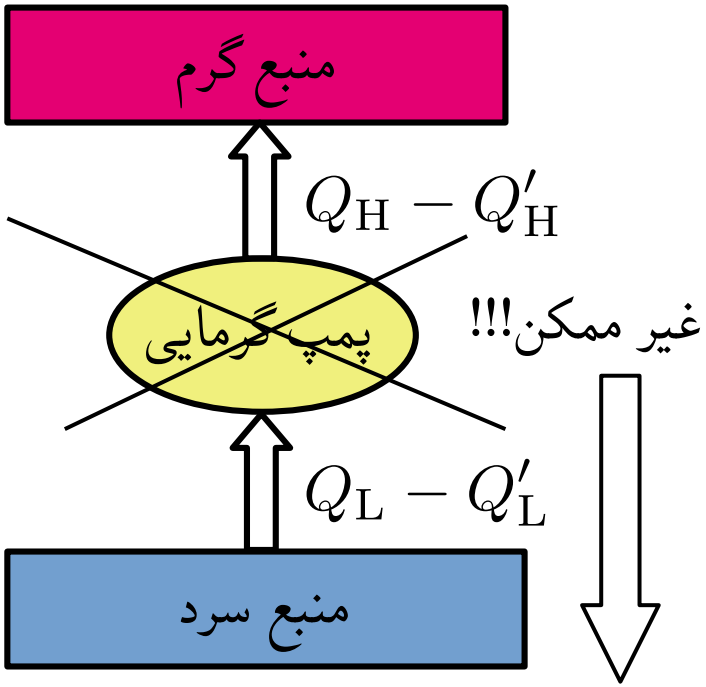
محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

قضیه کارنو: از تمام ماشین‌های گرمایی که بین دو دمای داده شده کار می‌کنند، هیچدام مؤثرتر از ماشین کارنو نیستند.



$\equiv$



نقض بیان کلاسیوس در مورد قانون دوم ترمودینامیک

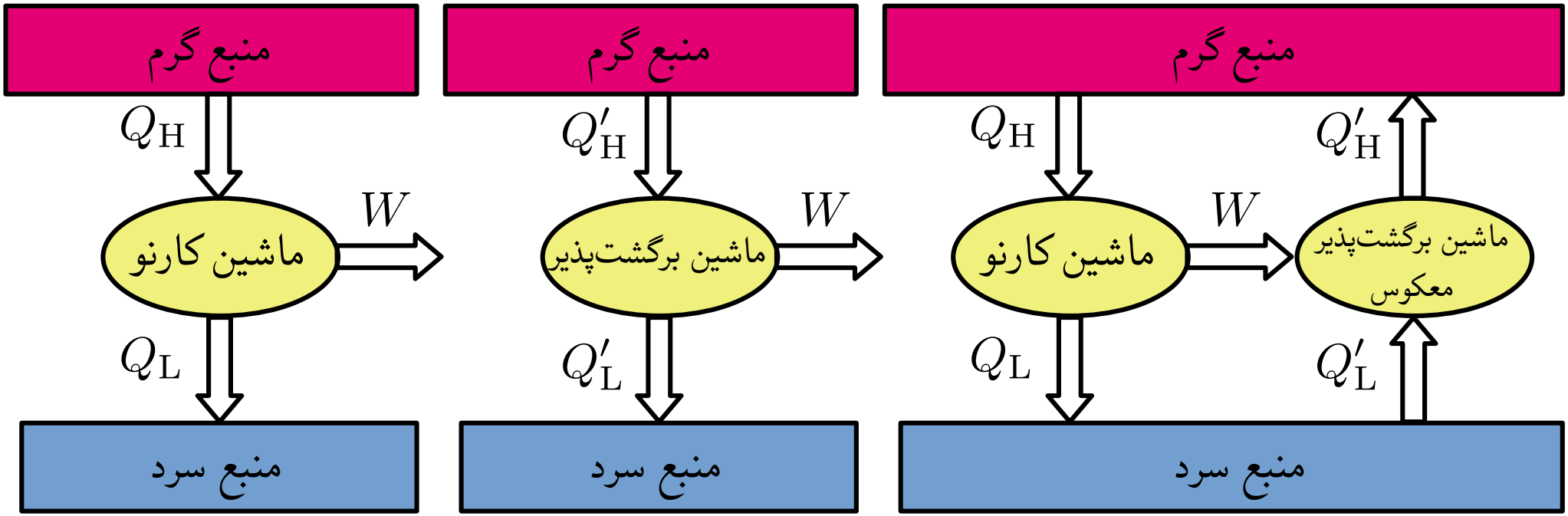
$\Leftarrow$ بنابراین $\eta' > \eta$ پس $\eta' < \eta$

بنابراین **ماشینی گرمایی** وجود ندارد که بازده بیشتر از **ماشین کارنو** داشته باشد.

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

نتیجه فرعی قضیه کارنو: همه ماشین‌های **برگشت‌پذیری** که بین دو دما **کار** می‌کنند، بازده یکسانی دارند.

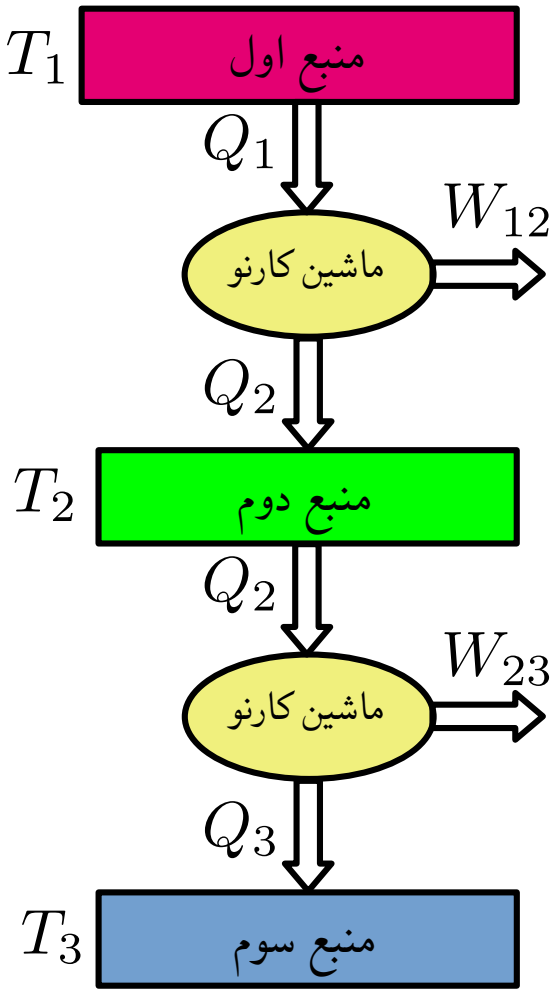


$\eta_{\mathrm{carnot}} = \eta_{\mathrm{reversible}}$ ماشین‌های **برگشت‌پذیری**

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

معادلسازی دو ماشین کارنو سری $T_3 < T_2 < T_1$



$$\eta(T_1,T_2)\begin{cases} Q_2 = (1-\eta(T_1,T_2))Q_1 \\ W_{12} = \eta(T_1,T_2)Q_1 \end{cases}$$

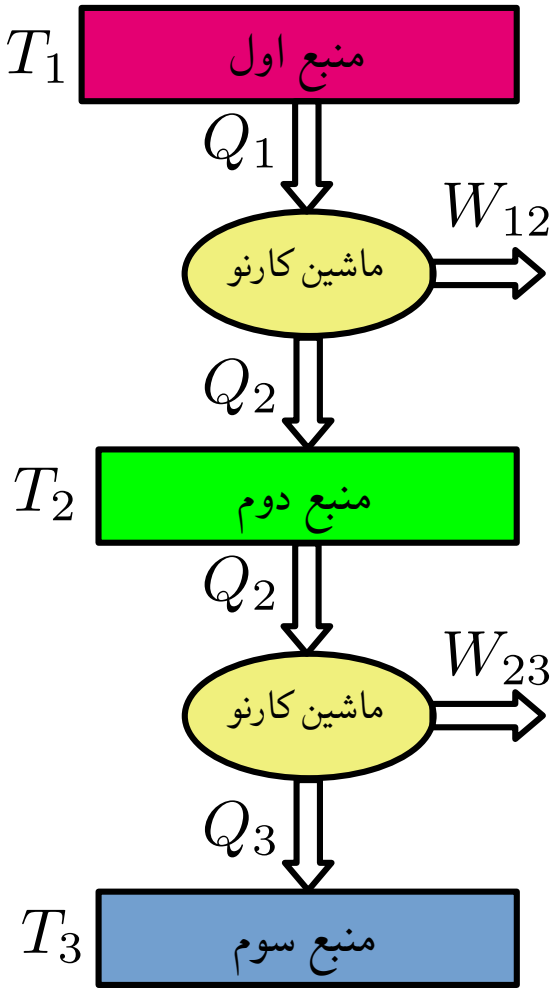
$$\eta(T_1,T_2)\begin{cases} Q_3 = (1-\eta(T_2,T_3))Q_2 \\ W_{23} = \eta(T_2,T_3)Q_2 \end{cases}$$

مثال

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

معادلسازی دو ماشین کارنو سری



$$\eta(T_1,T_2)\begin{cases}\boxed{Q_2=(1-\eta(T_1,T_2))Q_1}\\ W_{12}=\eta(T_1,T_2)Q_1\end{cases}$$

$$\eta(T_1,T_2)\begin{cases}\boxed{Q_3=(1-\eta(T_2,T_3))Q_2}\\ W_{23}=\eta(T_2,T_3)Q_2\end{cases}$$

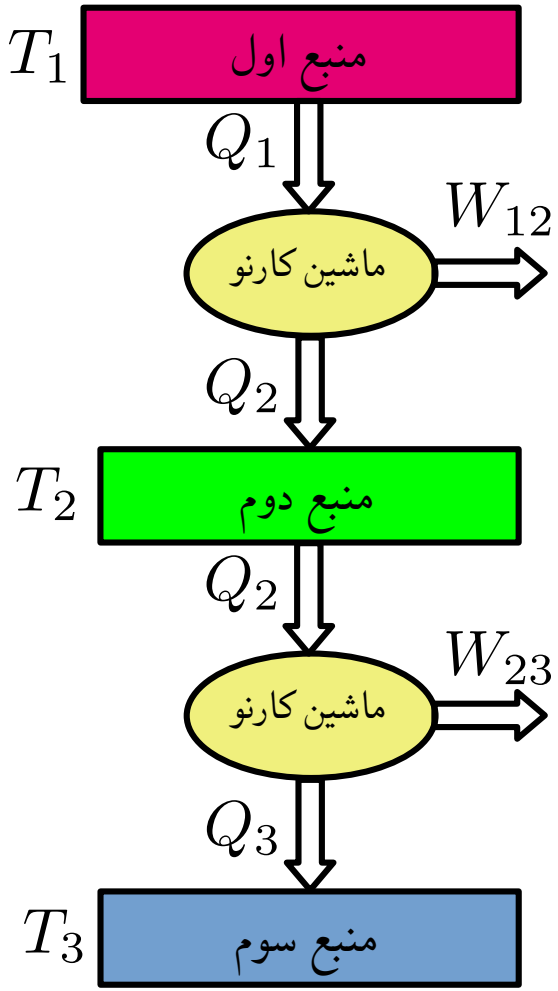
$$Q_3=(1-\eta(T_2,T_3))(1-\eta(T_1,T_2))Q_1$$

$$W_{12}+W_{23}=\eta(T_1,T_2)Q_1+\eta(T_2,T_3)Q_2$$

مثال

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک



معادلسازی دو ماشین کارنو سری

$$\eta(T_1,T_2)\begin{cases}\boxed{Q_2=(1-\eta(T_1,T_2))Q_1}\\ W_{12}=\eta(T_1,T_2)Q_1\end{cases}$$

$$\eta(T_1,T_2)\begin{cases}\boxed{Q_3=(1-\eta(T_2,T_3))Q_2}\\ W_{23}=\eta(T_2,T_3)Q_2\end{cases}$$

$$Q_3=(1-\eta(T_2,T_3))(1-\eta(T_1,T_2))Q_1$$

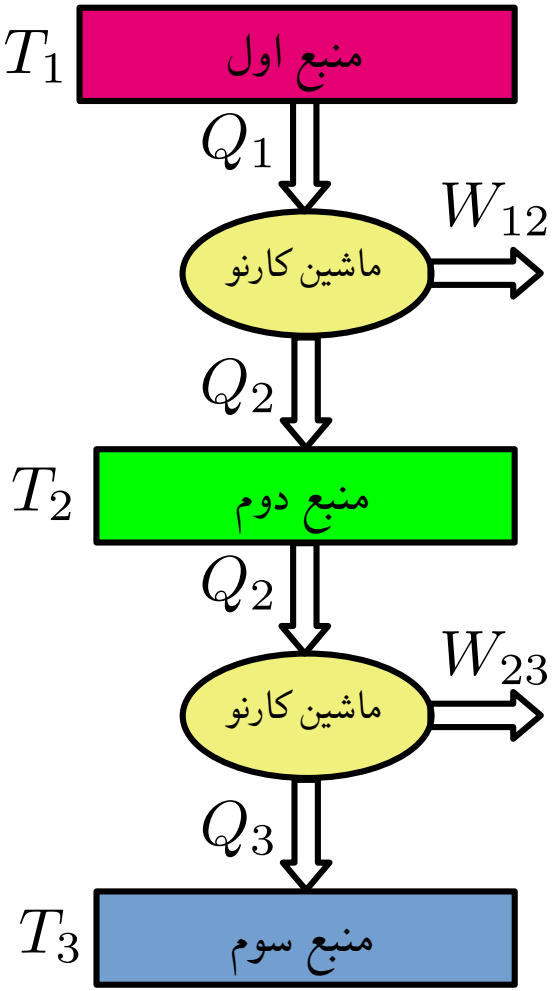
$$W_{12}+W_{23}=\eta(T_1,T_2)Q_1+\eta(T_2,T_3)\boxed{Q_2}$$

$$W_{12}+W_{23}=[\eta(T_1,T_2)+\eta(T_2,T_3)-\eta(T_1,T_2)\eta(T_2,T_3)]Q_1$$

مثال

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک



معادلسازی دو ماشین کارنو سری

$$Q_3 = (1-\eta(T_2,T_3))(1-\eta(T_1,T_2))Q_1$$

$$= (1-[\eta(T_1,T_2)+\eta(T_2,T_3)$$

$$-\eta(T_1,T_2)\eta(T_2,T_3)])Q_1$$

$$W_{12}+W_{23} = [\eta(T_1,T_2)+\eta(T_2,T_3)$$

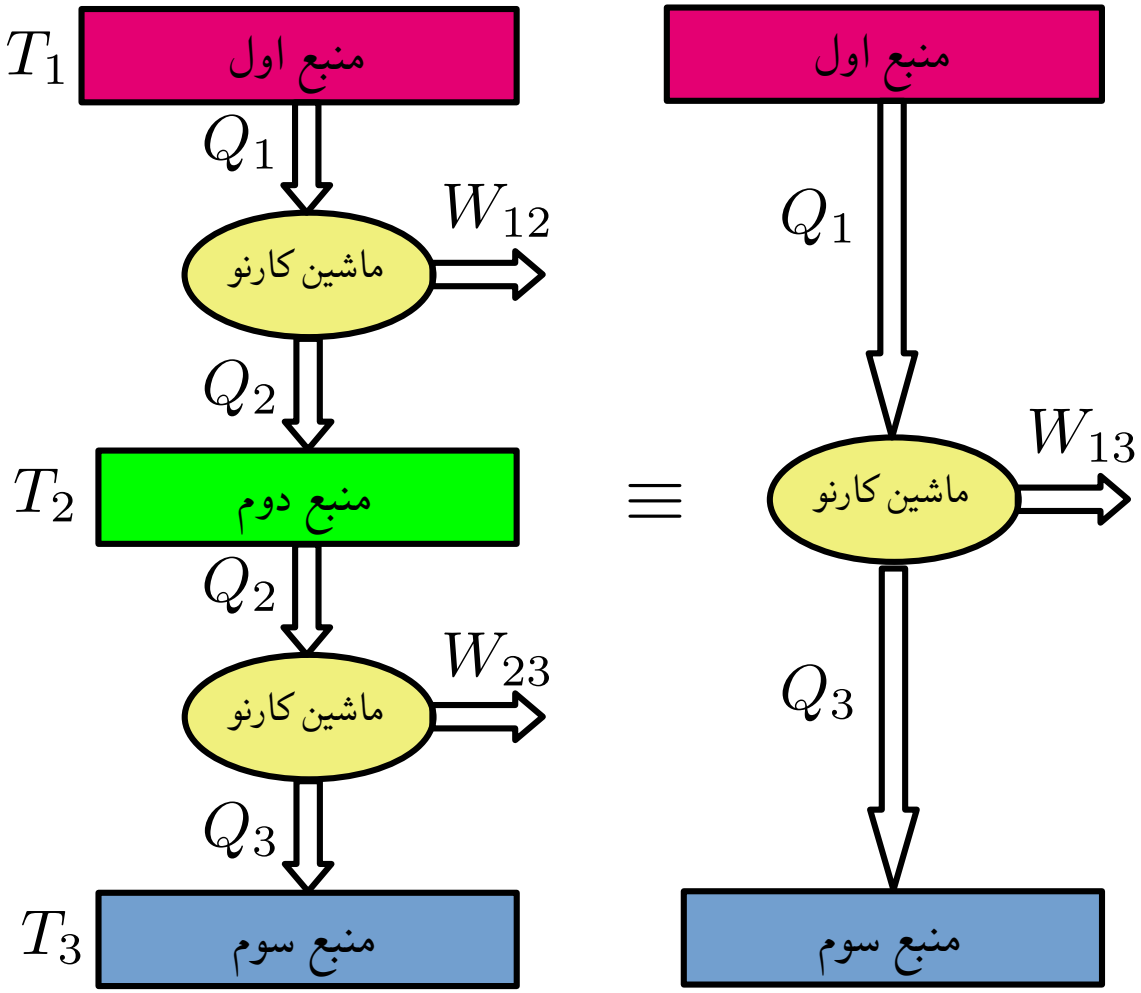
$$-\eta(T_1,T_2)\eta(T_2,T_3)]Q_1$$

$$\eta(T_1,T_3) = \eta(T_1,T_2)+\eta(T_2,T_3)-\eta(T_1,T_2)\eta(T_2,T_3)$$

مثال

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک



معادلسازی دو ماشین کارنو سری

$$\eta(T_1,T_3) = \eta(T_1,T_2)$$
$$+\eta(T_2,T_3)$$
$$-\eta(T_1,T_2)\eta(T_2,T_3)$$

$$Q_3 = (1-\eta(T_1,T_3))Q_1$$

$$W_{13} = W_{12} + W_{23} = \eta(T_1,T_3)Q_1$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم