

# جلسه بیست و یکم

بخش دوم

## ترمودینامیک و مکانیک آماری

محمدرضا مظفری  
گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه  
دانشگاه قم  
مهر ۹۹

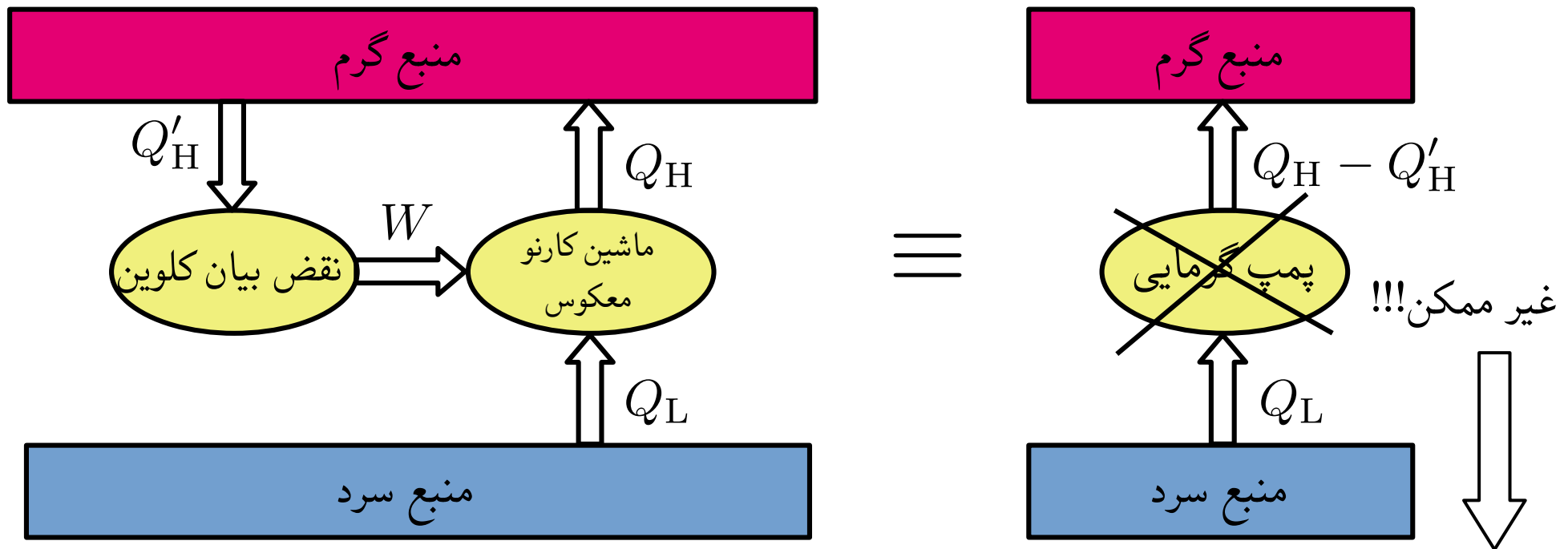
# مفاهیمی در فیزیک حرارت

## مطالب و عناوین:

- مبانی آماری فیزیک حرارت
- ریاضیات مفید
- گرما
- احتمال
- دما و فاکتور بولتزمن
- توزیع ماکسول بولتزمن
- فشار
- اثر افیوژن مولکولی
- پویش آزاد متوسط و برخوردها
- انرژی و قانون اول ترمودینامیک
- فرایندهای همدمای و بی‌دررو
- ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک
- آنتروپی

# ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

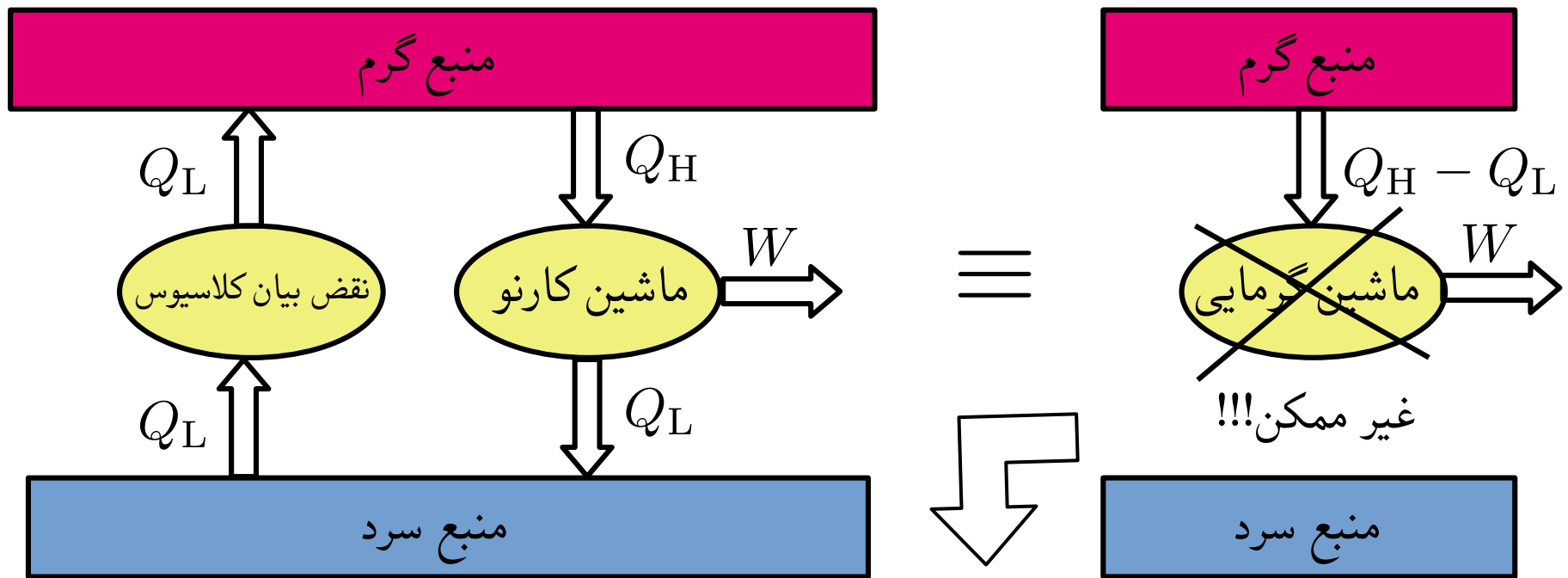
اگر یک سیستم نقیض بیان کلوین در مورد قانون دوم ترمودینامیک باشد، آن سیستم بیان کلاسیوس در مورد قانون دوم ترمودینامیک را نقض می‌کند.



نقیض بیان کلاسیوس در مورد قانون دوم ترمودینامیک

# ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

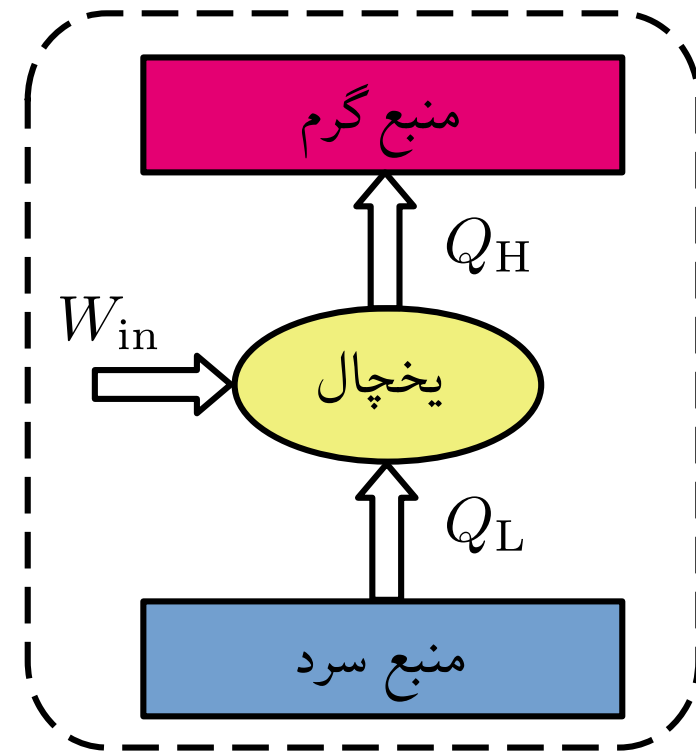
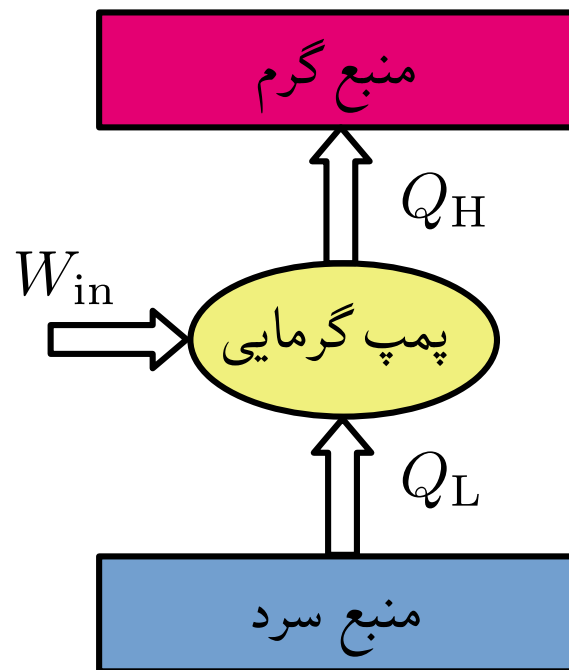
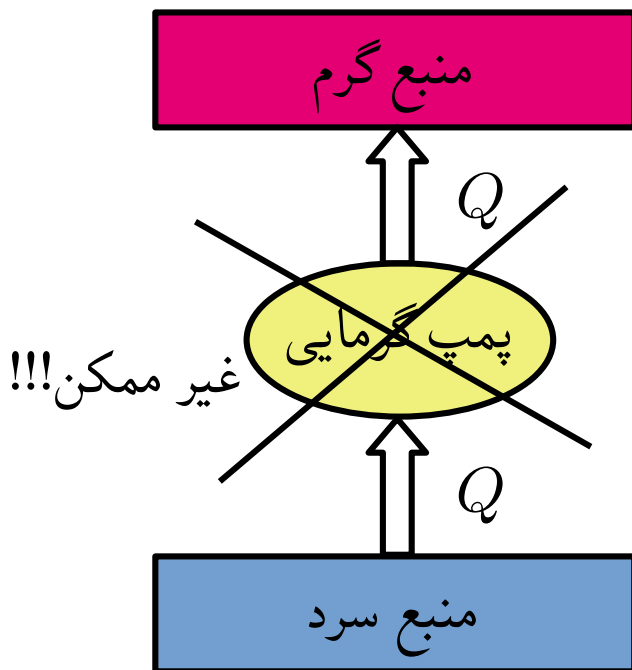
اگر یک سیستم نقیض بیان کلاسیوس در مورد قانون دوم ترمودینامیک باشد، آن سیستم بیان کلین در مورد قانون دوم ترمودینامیک را نقض می‌کند.



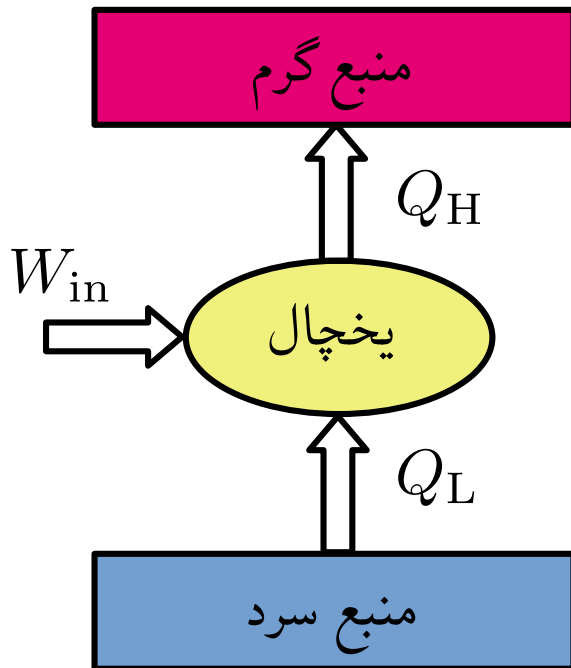
نقض بیان کلین در مورد  
قانون دوم ترمودینامیک

# ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

حالا این سؤالات مطرح می‌شود که چگونه می‌توان یک تبدیل خوب از گرما به کار داشت؟ یا چگونه می‌توان از یک منبع سرد گرما استخراج کرد؟



# ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

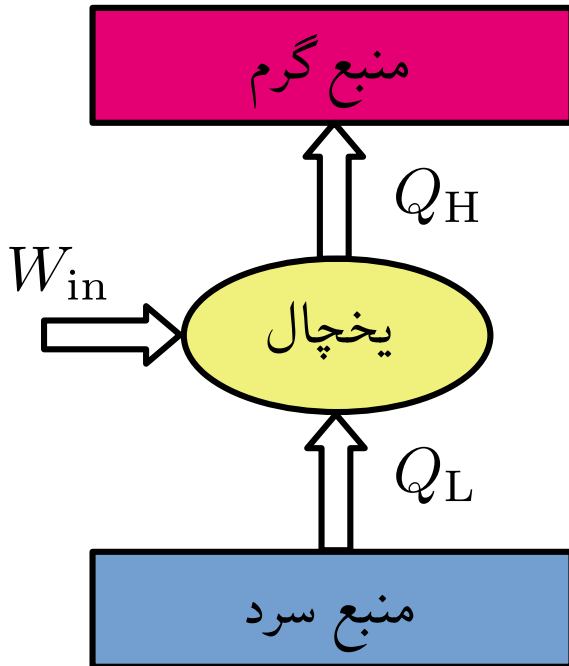


- یخچال ماشین گرمایی است که در جهت معکوس اجرا می‌شود و باعث می‌شود یک جریان گرمایی از یک مخزن سرد به یک مخزن گرم شارش کند.
- مخزن سرد مواد غذایی داخل یخچال است که شما قصد دارید آنرا سرد نگه دارید و مخزن داغ معمولا آشپزخانه است.
- برای یخچال، بازده به شیوه‌ای متفاوت از بازده ماشین گرمایی تعریف می‌شود. برای اینکه آنچه شما می‌خواهید و قصد رسیدن به آنرا دارید، "خارج شدن گرما از محتویات یخچال" و آنچه که برای رسیدن به آن باید انجام دهید، "کار الکتریکی از منبع برق" است. بنابراین بازده یخچال را به صورت

$$\text{بازده} = \frac{\text{آنچه بدست خواهید آورد}}{\text{آنچه باید انجام دهید}}$$

$$\eta_{\text{refrigerator}} = \frac{|Q_L|}{|W_{\text{in}}|} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$$

# ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

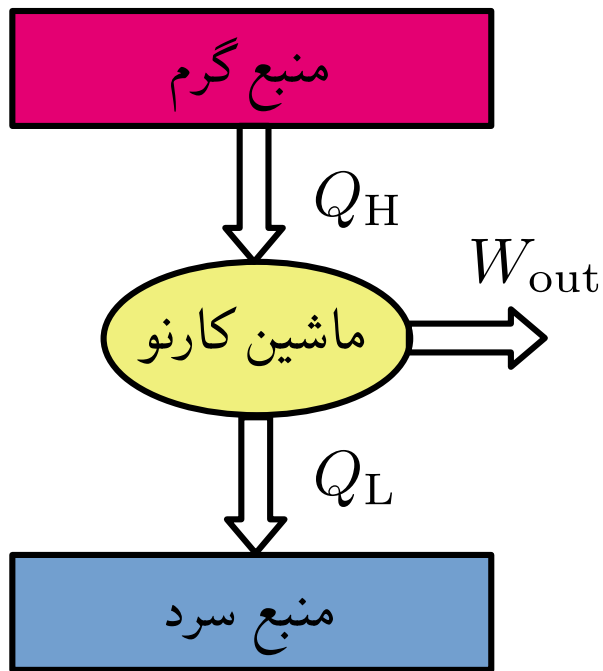


- پمپ گرمایی اساساً یک یخچال است اما به طریقه متفاوتی استفاده می‌شود. پمپ گرمایی برای پمپ کردن گرما از یک مخزن به محل مشخصی برای افزودن گرما در آنجا مورد استفاده قرار می‌گیرد.
- به عنوان مثال، مخزن پمپ گرمایی می‌تواند خاک یا صخره باشد که چند متر زیر زمین است و گرمای ناشی از مخزن را به یک خانه که نیاز به گرما دارد پمپ می‌کند.
- در این چرخه قصد داریم گرما  $Q_H$  را به خانه اضافه کنیم در حالیکه  $W$  کاری است که باید (به شکل الکتریکی) اعمال شود. بنابراین بازده یک پمپ گرما در مقایسه با ماشین کارنو به صورت زیر تعریف می‌شود،

$$\text{بازده} = \frac{\text{آنچه بدست خواهید آورد}}{\text{آنچه باید انجام دهید}}$$

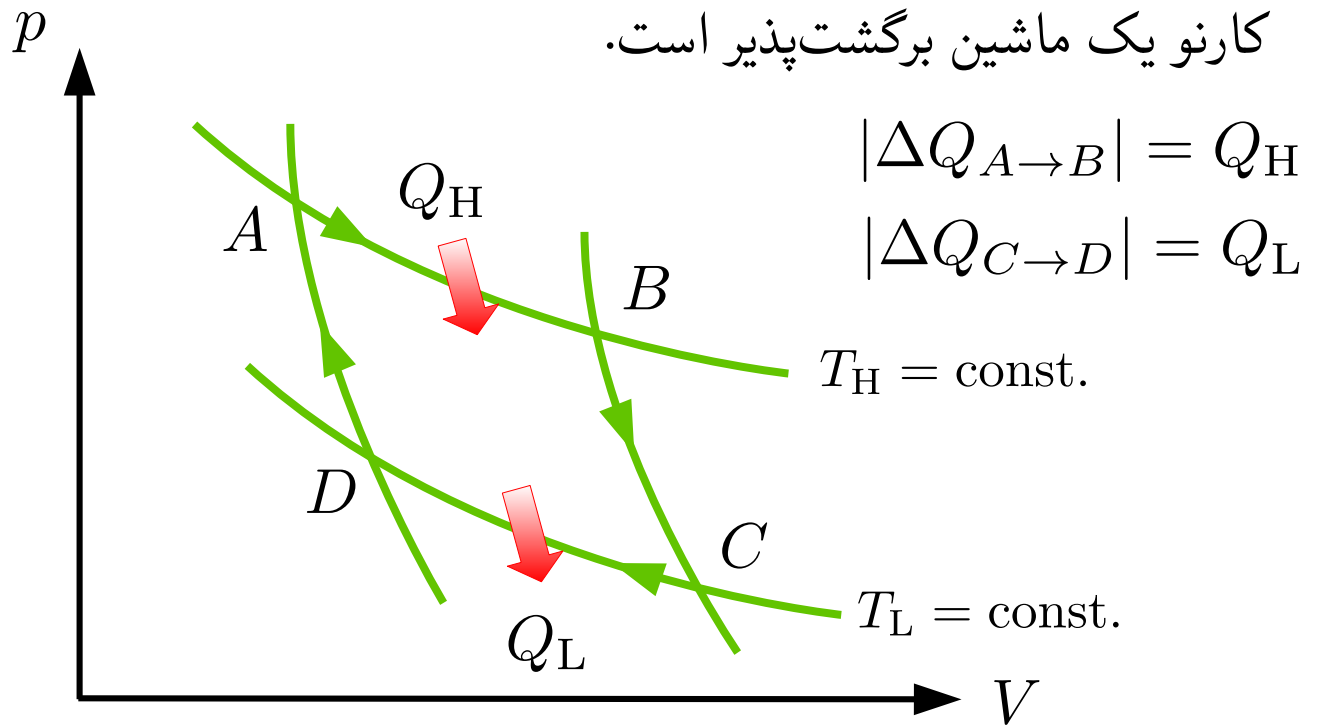
$$\eta_{\text{pump}} = \frac{|Q_H|}{|W_{\text{in}}|} = \frac{T_H}{T_H - T_L} > 1$$

# ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک



$$\frac{Q_L}{Q_H} = \frac{T_L}{T_H}$$

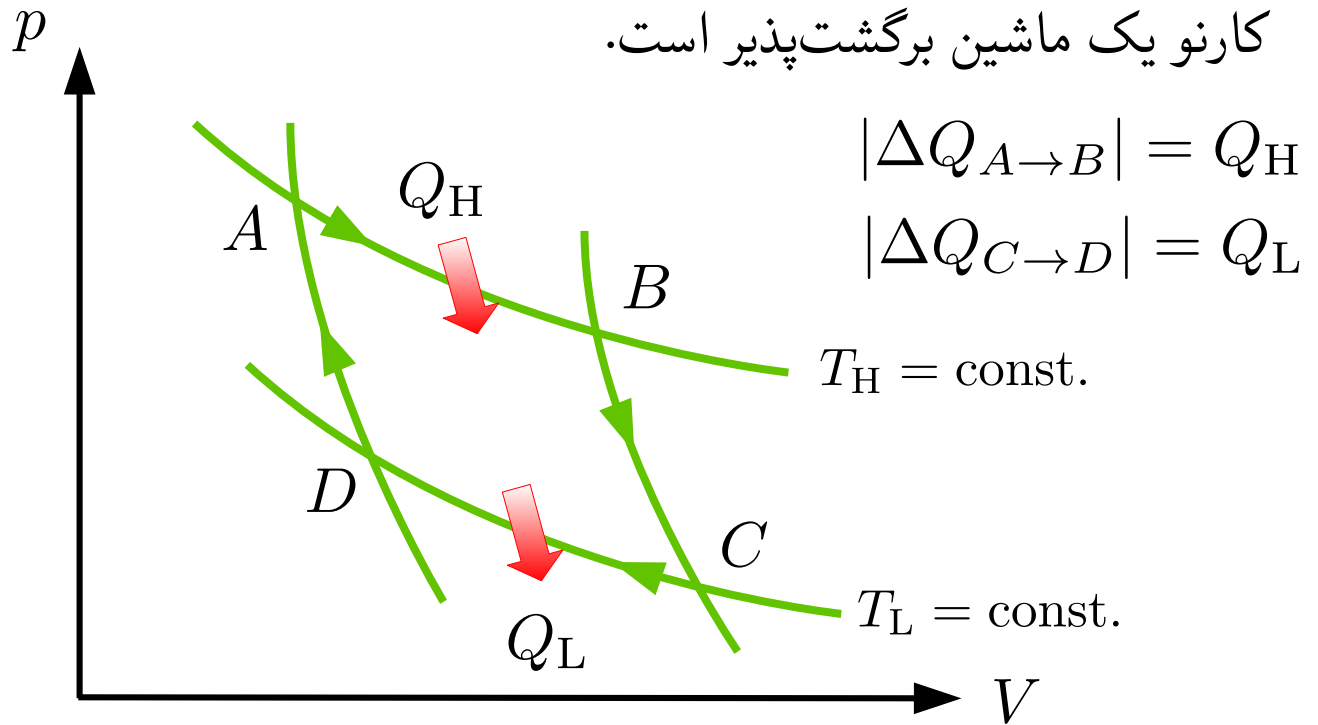
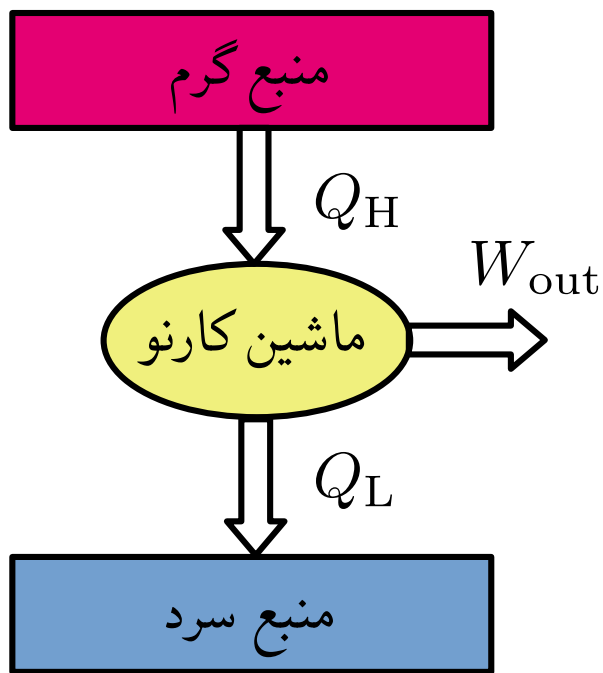
$$\frac{Q_L}{T_L} = \frac{Q_H}{T_H}$$



$$\sum_{\text{cycle}} \frac{\Delta Q_{\text{rev}}}{T} = \frac{Q_H}{T_H} + \frac{(-Q_L)}{T_L} = 0$$



# ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک



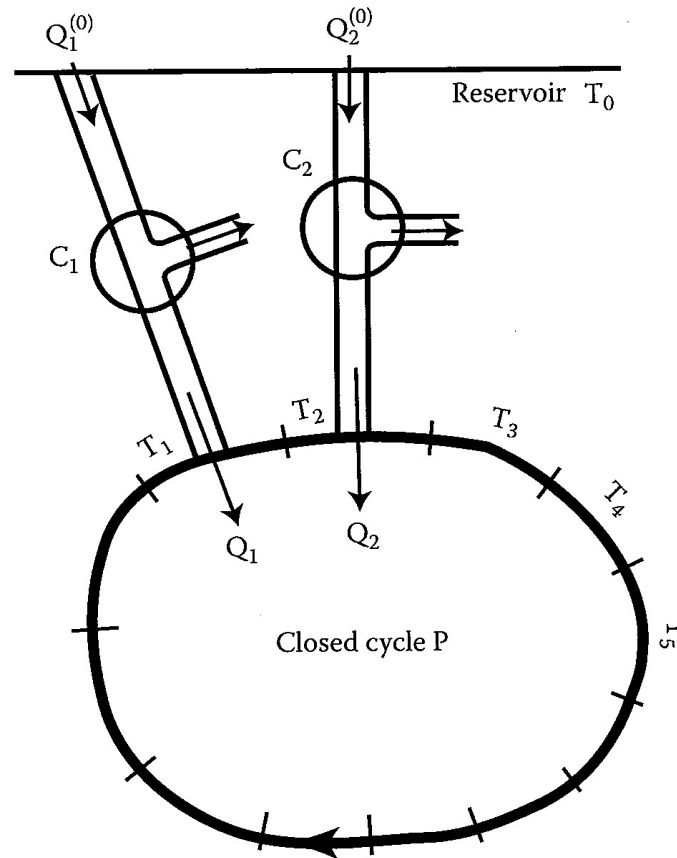
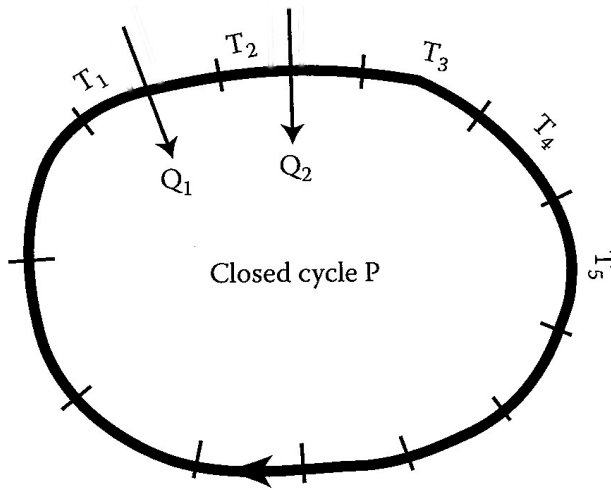
دمای مطلق  $T$  بعنوان یک فاکتور  
انتگرالگیری عمل می‌کند که در آن  
دیفرانسیل ناکامل  $dQ$  را به یک  
دیفرانسیل کامل  $dQ/T$  تبدیل می‌کند.

$$\sum_{\text{cycle}} \frac{\Delta Q_{\text{rev}}}{T} = 0 \Rightarrow \oint_{\text{cycle}} \frac{dQ}{T} = 0$$

# ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

قضیه کلاسیوس: برای هر فرآیند چرخه‌ای، نامساوی  $\oint_p dQ/T \leq 0$  برقرار است که در آن اگر  $p$  برگشت‌پذیر باشد، رابطه بالا در حالت تساوی برقرار است.

$$W_{\text{cycle}} = \sum_i Q_i$$



$$W_1 = Q_1^{(0)} - Q_1$$

$$W_2 = Q_2^{(0)} - Q_2$$

⋮

$$W_i = Q_i^{(0)} - Q_i$$

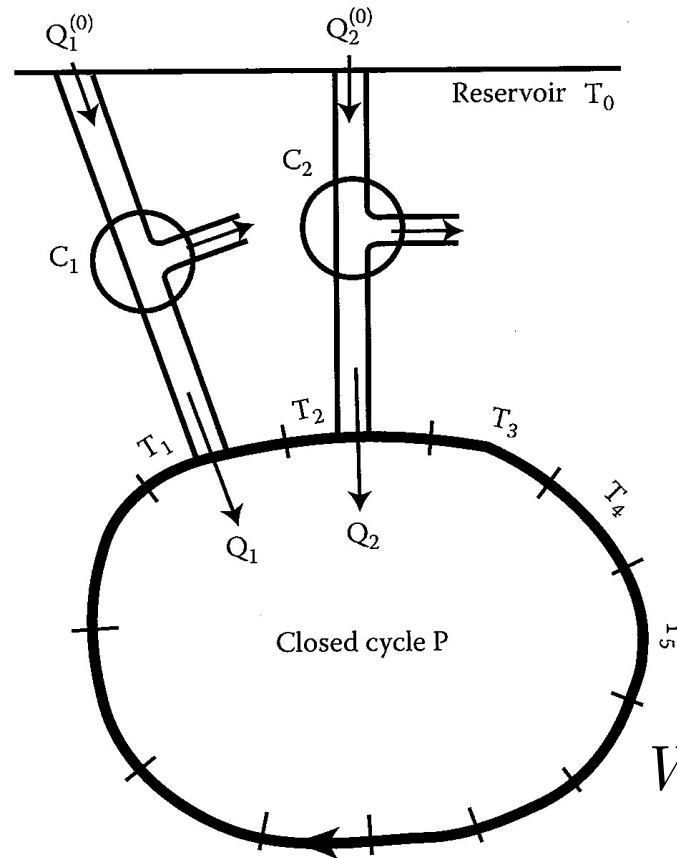
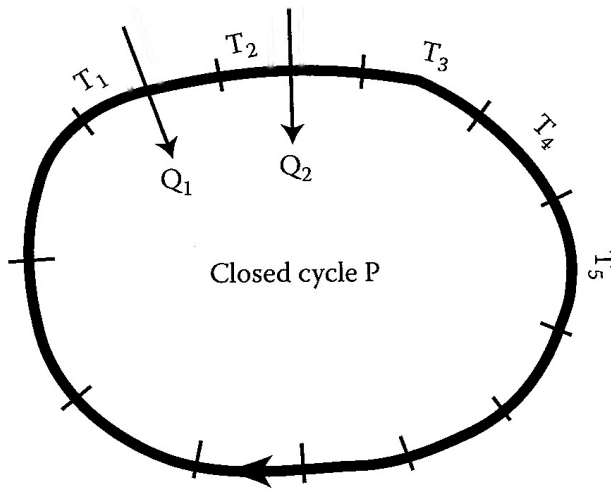
⋮

$$W_{\text{carnot}} = \sum_i (Q_i^{(0)} - Q_i)$$

# ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

قضیه کلاسیوس: برای هر فرآیند چرخه‌ای، نامساوی  $\oint_p dQ/T \leq 0$  برقرار است که در آن اگر  $p$  برگشت‌پذیر باشد، رابطه بالا در حالت تساوی برقرار است.

$$W_{\text{cycle}} = \sum_i Q_i$$



$$W_1 = Q_1^{(0)} - Q_1$$

$$W_2 = Q_2^{(0)} - Q_2$$

$$\vdots$$

$$W_i = Q_i^{(0)} - Q_i$$

$$\vdots$$

$$W_{\text{carnot}} = \sum_i Q_i^{(0)} - W_{\text{cycle}}$$

# ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

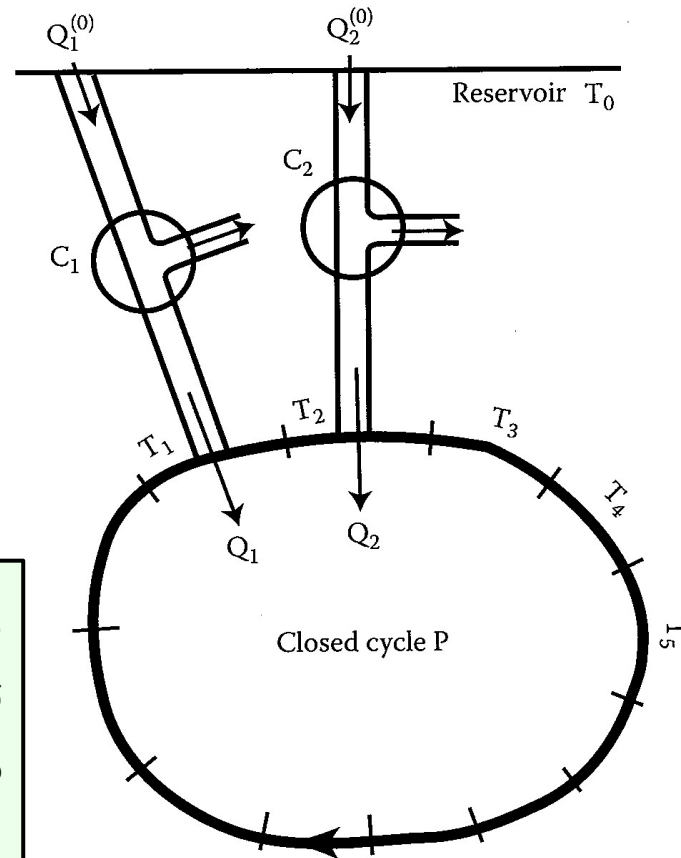
قضیه کلاسیوس: برای هر فرآیند چرخه‌ای، نامساوی  $\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$  برقرار است که در آن اگر  $p$  برگشت‌پذیر باشد، رابطه بالا در حالت تساوی برقرار است.

$$W_{\text{carnot}} = \sum_i Q_i^{(0)} - W_{\text{cycle}}$$

$$W_{\text{carnot}} + W_{\text{cycle}} = \sum_i Q_i^{(0)}$$

$$W_{\text{tot}} = \sum_i Q_i^{(0)} = Q_{\text{tot}}$$

مقدار گرمای نهایی بدون اثری بطور کامل به کار تبدیل می‌شود. بدین ترتیب قانون دوم ترمودینامیک نقض می‌شود، مگر اینکه  $Q_{\text{tot}} < 0$



$$\frac{Q_1^{(0)}}{T_0} = \frac{Q_1}{T_1}$$

$$\frac{Q_2^{(0)}}{T_0} = \frac{Q_2}{T_2}$$

⋮

$$\frac{Q_i^{(0)}}{T_0} = \frac{Q_i}{T_i}$$

⋮

# ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

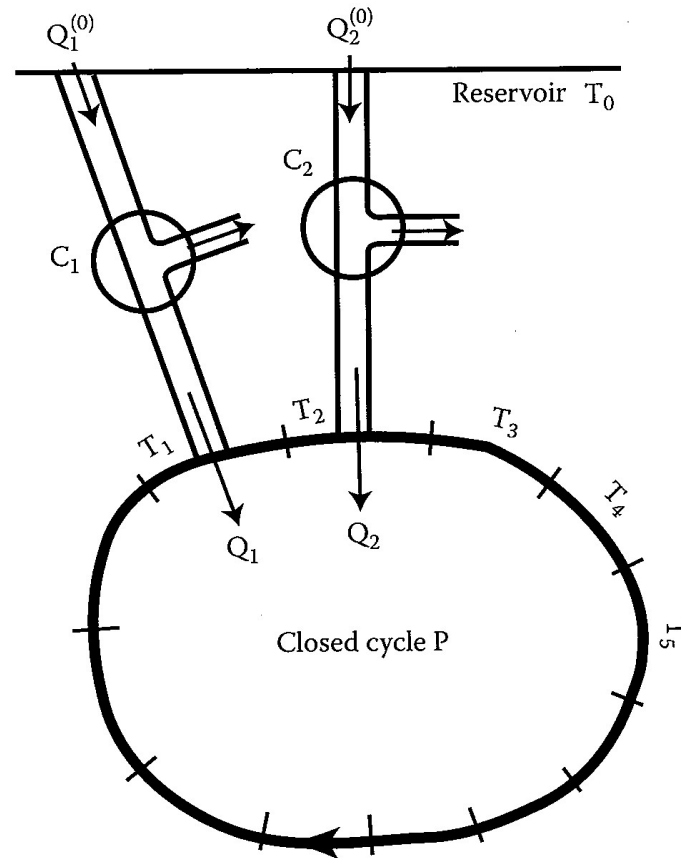
قضیه کلاسیوس: برای هر فرآیند چرخه‌ای،  $p$ ، نامساوی  $\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$  برقرار است که در آن اگر  $p$  برگشت‌پذیر باشد، رابطه بالا در حالت تساوی برقرار است.

$$Q_{\text{tot}} = \sum_i Q_i^{(0)} \leq 0$$

$$T_0 \sum_i \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$$

$$\sum_i \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$$

$$\oint_p \frac{dQ}{T} \leq 0$$



$$\frac{Q_1^{(0)}}{T_0} = \frac{Q_1}{T_1}$$

$$\frac{Q_2^{(0)}}{T_0} = \frac{Q_2}{T_2}$$

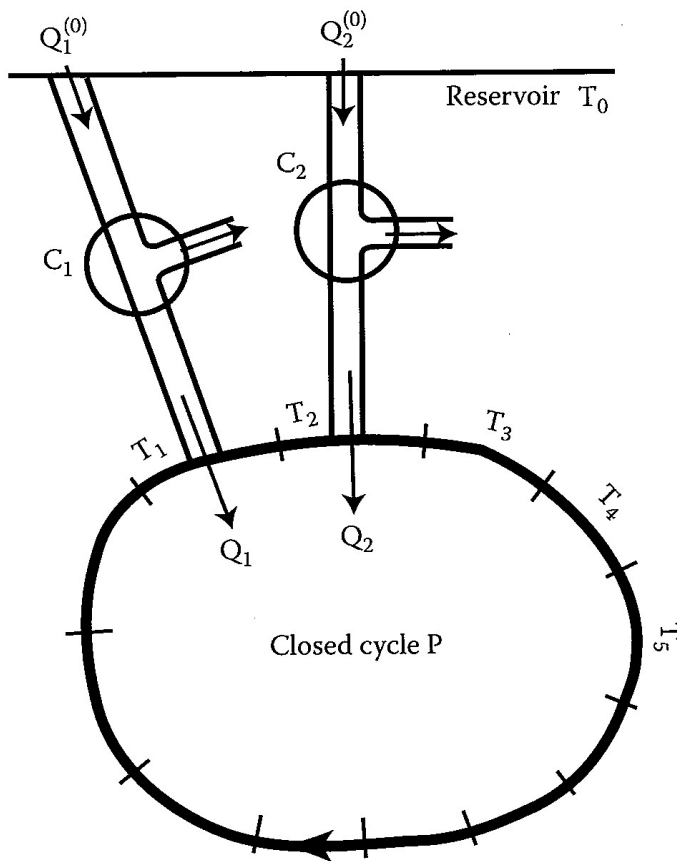
⋮

$$\frac{Q_i^{(0)}}{T_0} = \frac{Q_i}{T_i}$$

⋮

# ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

قضیه کلاسیوس: برای هر فرآیند چرخه‌ای،  $p$ ، نامساوی  $\oint_p \frac{dQ}{T} \leq 0$  برقرار است که در آن اگر  $p$  برگشت‌پذیر باشد، رابطه بالا در حالت تساوی برقرار است.



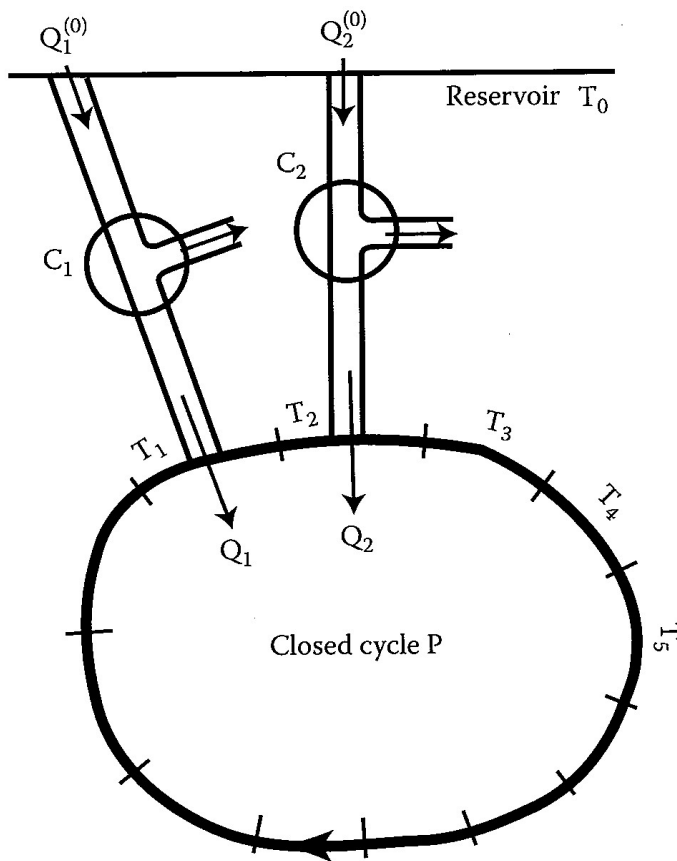
$$\oint_p \frac{dQ}{T} \leq 0$$

اگر  $p$  برگشت‌پذیر باشد می‌توان تمامی فرایندها را در چرخه‌ی  $p$  و ماشین‌های کارنو در جهت عکس بکار انداخت. در این صورت  $Q_i$  ها عکس می‌شوند و  $\oint_p \frac{dQ}{T} \geq 0$  نتیجه می‌شود.

$$\oint_p \frac{dQ}{T} = 0 \text{ اگر } p \text{ برگشت پذیر باشد}$$

# ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

قضیه کلاسیوس: برای هر فرآیند چرخه‌ای،  $\oint_p \frac{\delta Q}{T} \leq 0$  نامساوی برقرار است که در آن اگر  $p$  برگشت پذیر باشد، رابطه بالا در حالت تساوی برقرار است.

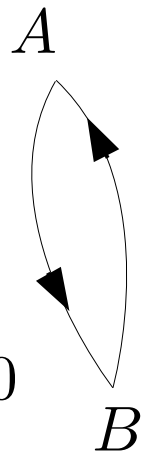


$$\oint_p \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

اگر  $p$  برگشت پذیر باشد  $\oint_p \frac{\delta Q}{T} = 0$

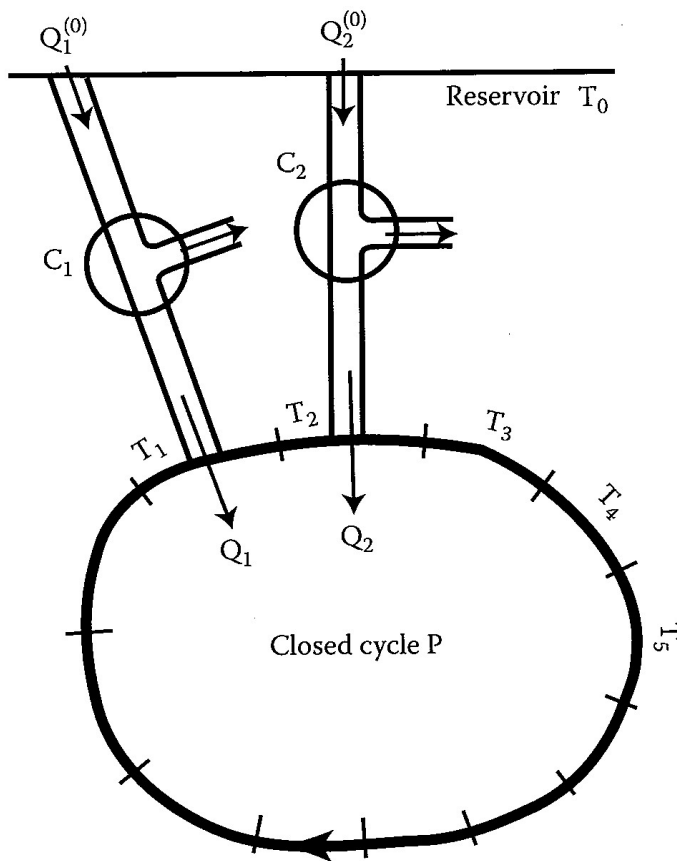
$\frac{\delta Q}{T}$ : دیفرانسیل کامل

$$\oint_p \frac{\delta Q}{T} = \int_{A \rightarrow B} \frac{\delta Q}{T} + \int_{B \rightarrow A} \frac{\delta Q}{T} = 0$$



# ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

قضیه کلاسیوس: برای هر فرآیند چرخه‌ای، نامساوی  $\oint_p \frac{dQ}{T} \leq 0$  برقرار است که در آن اگر  $p$  برگشت‌پذیر باشد، رابطه بالا در حالت تساوی برقرار است.

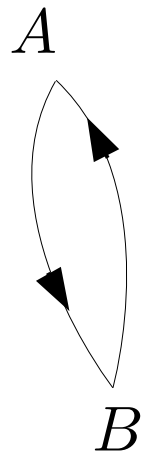


$$\oint_p \frac{dQ}{T} \leq 0$$

اگر  $p$  برگشت‌پذیر باشد  $\oint_p \frac{dQ}{T} = 0$

$$\frac{dQ}{T} = dS : \text{دیفرانسیل کامل}$$

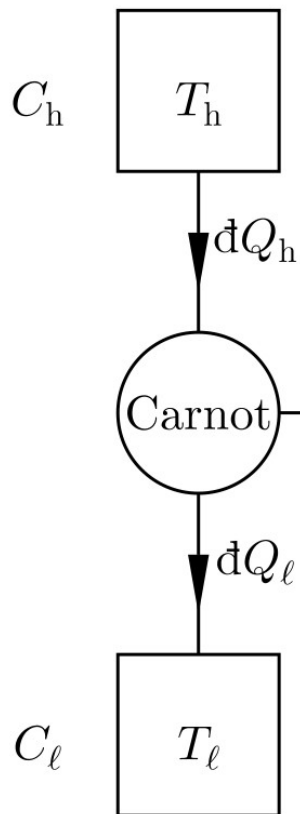
$$\int_{A \rightarrow B} dS = S(B) - S(A)$$





# ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

مثال: مطابق شکل زیر دو جسم با دماهای مختلف و ظرفیت گرمایی  $C_h$  و  $C_l$  بصورت منابع گرمایی برای ماشین کارنو استفاده می‌شوند. عبارتی برای کار کل قابل حصول بدست آورید.



$$dQ_h = C_h dT_h \Rightarrow \Delta Q_h = C_h(T_f - T_h)$$

$$dQ_l = C_l dT_l \Rightarrow \Delta Q_l = C_l(T_f - T_l)$$

$$\Delta W = \Delta Q_h - \Delta Q_l = (C_h + C_l)T_f - C_h T_h - C_l T_l$$

برای ماشین کارنو :

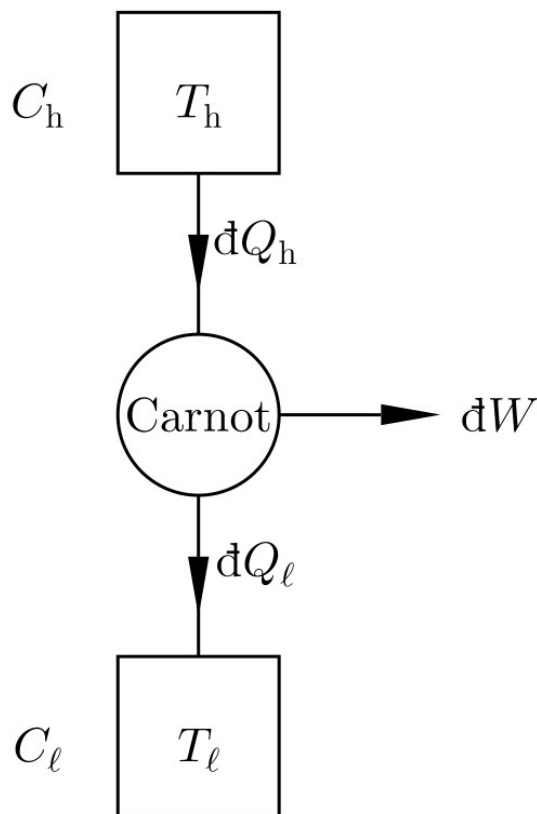
$$\frac{dQ_h}{T_h} = -\frac{dQ_l}{T_l}$$

$$C_h \frac{dT_h}{T_h} = -C_l \frac{dT_l}{T_l}$$

$$C_h \int_{T_h}^{T_f} \frac{dT_h}{T_h} = - \int_{T_l}^{T_f} C_l \frac{dT_l}{T_l} \Rightarrow C_h \ln \left( \frac{T_f}{T_h} \right) = -C_l \ln \left( \frac{T_f}{T_l} \right)$$

# ماشین‌های حرارتی و قانون دوم ترمودینامیک

مثال: مطابق شکل زیر دو جسم با دماهای مختلف و ظرفیت گرمایی  $C_h$  و  $C_l$  بصورت منابع گرمایی برای ماشین کارنو استفاده می‌شوند. عبارتی برای کار کل قابل حصول بدست آورید.



$$dQ_h = C_h dT_h \Rightarrow \Delta Q_h = C_h(T_f - T_H)$$

$$dQ_l = C_l dT_l \Rightarrow \Delta Q_l = C_l(T_f - T_l)$$

$$\Delta W = (C_h + C_l)T_f - C_h T_h - C_l T_l$$

$$\frac{T_f^{C_h}}{T_h^{C_h}} = \frac{T_l^{C_l}}{T_f^{C_l}} \Rightarrow T_f^{C_h + C_l} = T_h^{C_h} T_l^{C_l}$$