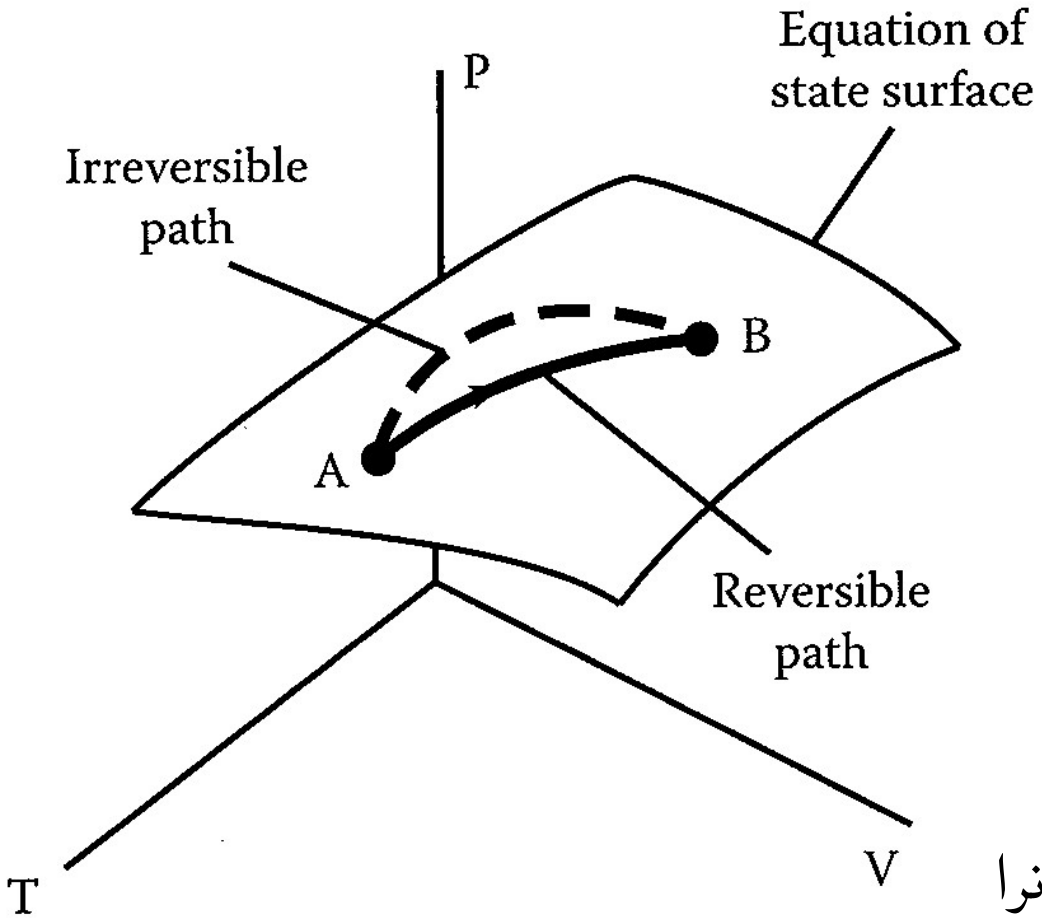
جلسه دوم

مکانیک آماری

محمدرضا مظفری
گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه
دانشگاه قم
اسفند ۹۸

فرایندها



فرایند برگشت‌پذیر:

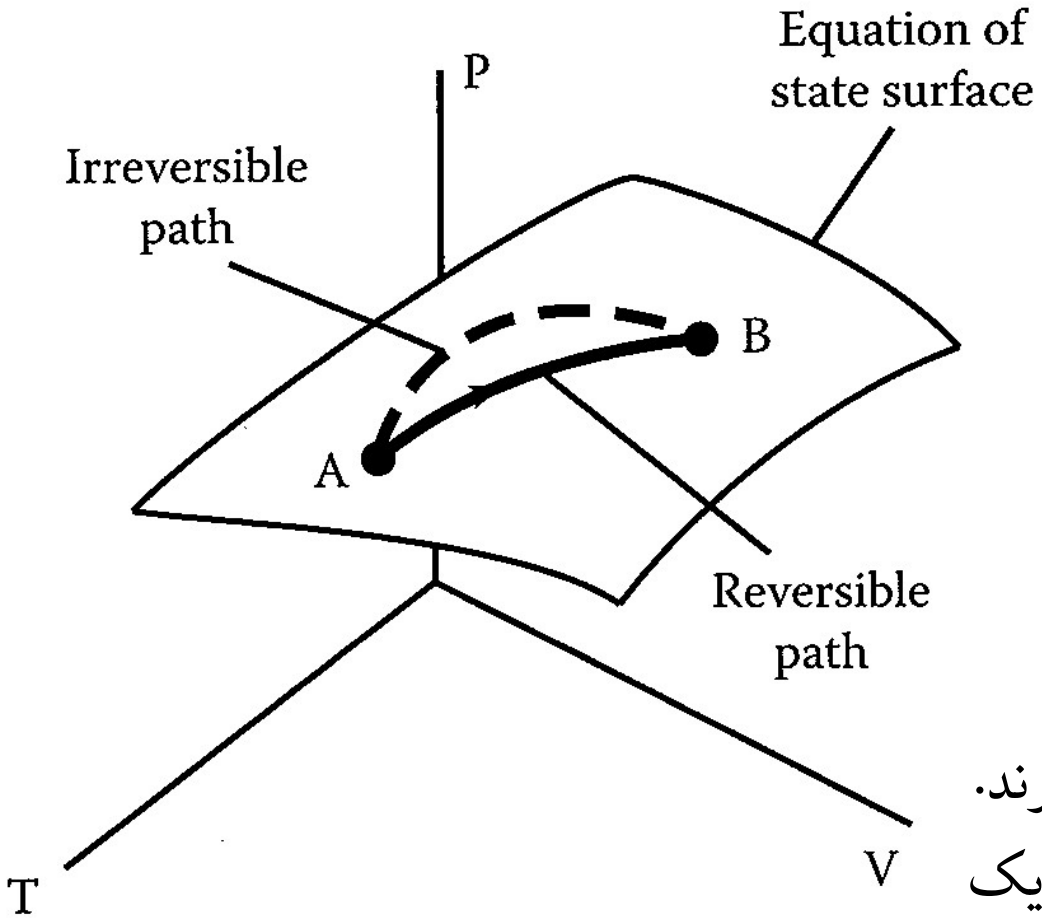
* فرایندهای برگشت‌پذیر بر روی رویه‌ای مشخصی از حالت تعادلی سیستم پیش می‌رو

* فرایندهای برگشت‌پذیر با آهستگی کافی پیـ می‌روند، بطوری که سیستم همواره در حالت تعادلی خود باقی بماند.

* فرایندهای برگشت‌پذیر را می‌توان با تغییر بینهایت کوچک در متغییرهای ترمودینامیک، آنرا دقیقاً برگشت داد. آن‌ها می‌توانند بطور خودبخودی برگشت کنند.

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

فرایندها



فرایند برگشت ناپذیر:

* فرایندهای برگشت ناپذیر بر روی رویه‌ی مشخصی از حالتهای تعادلی سیستم پیش نمی‌روند.

* فرایندهای برگشت ناپذیر بطور خودبخودی برگشت نمی‌کنند.

* تقریباً همه فرایندهای روزمره بازگشت ناپذیرند. مانند انبساط یک گاز از یک حجم کوچک به یک حجم بزرگ یا همه فرایندهایی که گرمای اصطکاکی تولید می‌کنند و . . .

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

فرایندها

در یک **فرایند همدما** تغییرات دما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta T = 0$$

برای یک سیستم ترمودینامیکی با متغیرهای ترمودینامیکی،

$$(p, V, T)$$

می‌توان انرژی داخلی سیستم را بصورت تابعی از دو متغیر حجم و دما بیان کرد،

$$U = U(V, T)$$

که چون انرژی داخلی یک دیفرانسیل کامل است می‌توان آنرا بصورت زیر نوشت،

$$\mathrm{d}U = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \mathrm{d}V + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \mathrm{d}T$$

فرایندها

در یک **فرایند همدما** تغییرات دما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta T = 0$$

$$U = U(V,T) \Rightarrow \mathrm{d}U = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \mathrm{d}V + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \mathrm{d}T$$

با استفاده از **قانون اول ترمودینامیک**،

$$\mathrm{d}U = đQ - p\mathrm{d}V$$

داریم،

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \mathrm{d}V + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \mathrm{d}T = đQ - p\mathrm{d}V$$

فرایندها

در یک **فرایند همدما** تغییرات دما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta T = 0$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \mathrm{d}V + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \overbrace{\mathrm{d}T}^{0} = đQ - p\mathrm{d}V$$

بنابراین،

$$đQ = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right] \mathrm{d}V$$

برای یک گاز ایده‌آل،

$$U = \frac{3}{2} N k_B T \Rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0$$

فرایندها

در یک **فرایند همدما** تغییرات دما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta T = 0 \Rightarrow T = \text{const.}$$

برای یک گاز ایده‌آل،

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0 \Rightarrow đQ = [0 + p]\,\mathrm{d}V$$

معادله حالت یک گاز ایده‌آل،

$$pV = Nk_BT \xrightarrow{T=\text{const.}} p = Nk_BT\frac{1}{V}$$

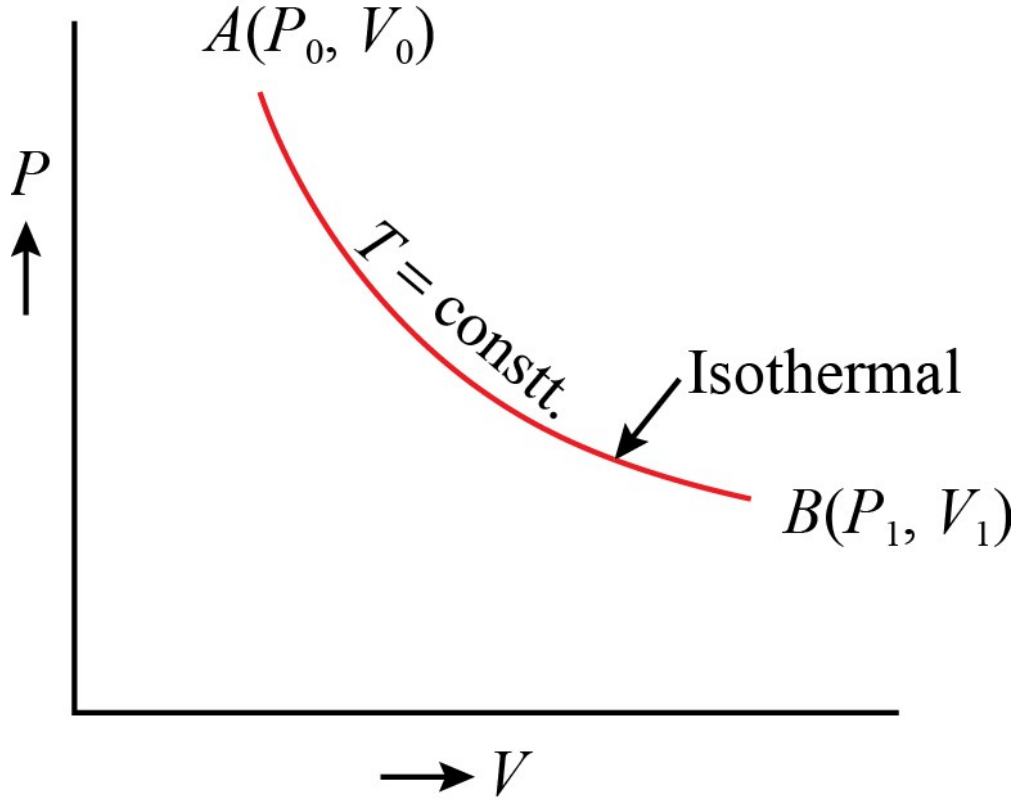
$$đQ = Nk_BT\frac{\mathrm{d}V}{V}$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

فرایندها

در یک **فرایند همدما** تغییرات دما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta T = 0 \Rightarrow T = \text{const.}$$



برای یک گاز ایده‌آل،

$$U = \frac{3}{2} N k_B T$$

$$p = \frac{N k_B T}{V}$$

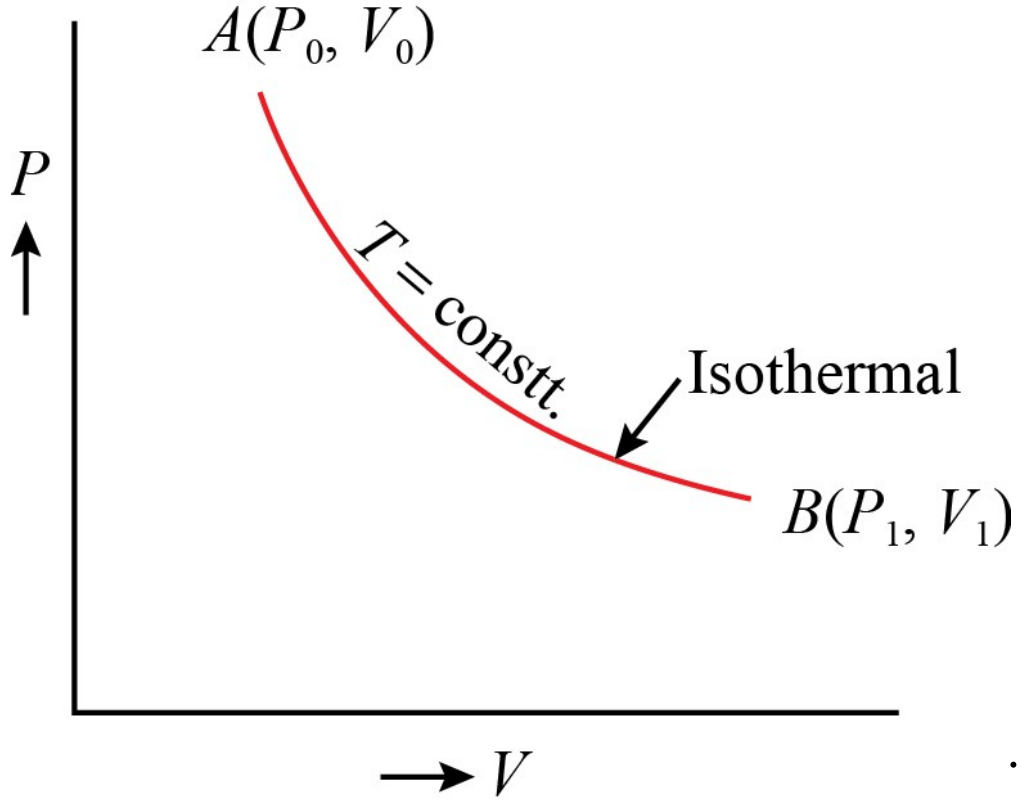
$T = \text{const.}$

$$đQ = N k_B T \frac{\mathrm{d}V}{V}$$

فرایندها

در یک **فرایند همدما** تغییرات دما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta T = 0 \Rightarrow T = \text{const.}$$



برای یک گاز ایده‌آل،

$$\Delta Q_{A\to B} = Nk_BT \int_{V_0}^{V_1} \frac{\mathrm{d}V}{V}$$

$$\Delta Q_{A\to B} = Nk_BT \ln \frac{V_1}{V_0} > 0$$

$$\Delta Q_{A\to B} > 0$$

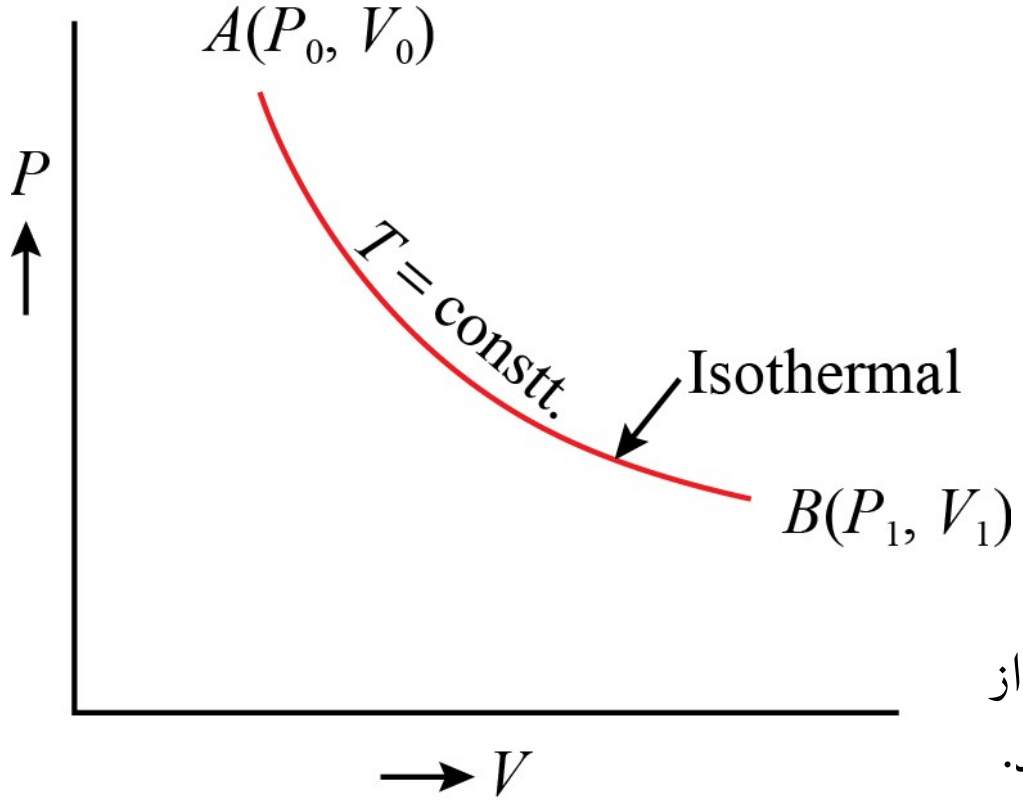
سیستم گرما جذب می‌کند.

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

فرایندها

در یک **فرایند همدما** تغییرات دما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta T = 0 \Rightarrow T = \text{const.}$$



برای یک گاز ایده‌آل،

$$\Delta Q_{B\to A} = Nk_BT \int_{V_1}^{V_0} \frac{\mathrm{d}V}{V}$$

$$\Delta Q_{B\to A} = Nk_BT \ln \frac{V_0}{V_1} < 0$$

سیستم گرما از دست می‌دهد.

$$\Delta Q_{B\to A} < 0$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

فرایندها

$$C_V = \left(\frac{đQ}{dT}\right)_V, \quad C_p = \left(\frac{đQ}{dT}\right)_p$$

از قانون اول ترمودینامیک،

$$dU = đQ - pdV \Rightarrow đQ = dU + pdV$$

و انرژی داخلی

$$U = U(V,T) \Rightarrow dU = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT$$

با جانشین کردن تغییرات انرژی داخلی در قانون اول ترمو دینامیک

$$đQ = dU + pdV \Rightarrow đQ = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right] dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT$$

فرایندها

$$C_V = \left(\frac{đQ}{dT}\right)_V, \quad C_p = \left(\frac{đQ}{dT}\right)_p$$

$\div dT$

$$\frac{đQ}{dT} = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right]\frac{dV}{dT} + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$$

$V = \text{const.}$

$$\left(\frac{đQ}{dT}\right)_V = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right]\cancelto{0}{\frac{dV}{dT}} + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$$

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

فرایندها

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V, \quad C_p = \left(\frac{đQ}{dT}\right)_p$$

$$đQ = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right] dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT$$

با استفاده از معادله حالت سیستم

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT$$

با جانشین کردن تغییرات حجم در نتیجه‌ی قانون اول ترمو دینامیک

$$đQ = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right]\left[\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT\right] + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

فرایندها

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V, \quad C_p = \left(\frac{đQ}{\mathrm{d}T}\right)_p$$

$$đQ = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right]\left[\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \mathrm{d}p + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \mathrm{d}T\right] + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \mathrm{d}T$$

$\div \mathrm{d}T$

$$\frac{đQ}{\mathrm{d}T} = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right]\left[\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p\right] + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$$

$p = \text{const.}$

$$\left(\frac{đQ}{\mathrm{d}T}\right)_p = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right]\left[\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \cancel{\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T}}^{0} + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p\right] + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

فرایندها

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$$

$$C_p = C_V + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right]\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

برای یک گاز ایده‌آل،

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = \frac{3}{2}Nk_B, \qquad \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = \frac{Nk_B}{p}$$

$$U = \frac{3}{2}Nk_BT$$

$$pV = Nk_BT$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

فرایندها

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$$

$$C_p = C_V + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right]\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

برای یک گاز ایده‌آل،

$$\begin{cases} C_V = \frac{3}{2}Nk_B \\ C_p = \frac{3}{2}Nk_B + Nk_B = \frac{5}{2}Nk_B \end{cases}$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{5}{3}$$

ضریب یا فاکتور بی‌دررو

فرایندها

$$\boxed{\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = C_V}$$

$$\frac{C_p - C_V}{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p} = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right] \Rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = -p + \frac{C_p - C_V}{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p}$$

$$\boxed{\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = -p + \frac{C_p - C_V}{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p}}$$

$$\mathrm{d}U = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \mathrm{d}V + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \mathrm{d}T$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

فرایندها

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = C_V$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = -p + \frac{C_p - C_V}{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p}$$

با جانشینی روابط بالا در تغییرات یا دیفرانسیل انرژی داخلی داریم،

$$\mathrm{d}U = \left[-p + \frac{C_p - C_V}{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p}\right]\mathrm{d}V + C_V\mathrm{d}T$$

فرایندها

در یک **فرایند بی‌دررو** تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

در این شرایط **قانون اول ترمودینامیک** بصورت زیر تغییر می‌کند،

$$\Delta Q = 0 \Rightarrow \mathrm{d}U = -p\mathrm{d}V$$

$$\mathrm{d}U = \left[-p + \frac{C_p - C_V}{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p}\right]\mathrm{d}V + C_V\mathrm{d}T$$

$$-p\mathrm{d}V = \left[-p + \frac{C_p - C_V}{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p}\right]\mathrm{d}V + C_V\mathrm{d}T$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

فرایندها

در یک **فرایند بی‌دررو** تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

$$\boxed{(\gamma - 1)\mathrm{d}V = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \mathrm{d}T}$$

$$\mathrm{d}V = \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \mathrm{d}p + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \mathrm{d}T$$

$$(\gamma - 1)\mathrm{d}V = -\mathrm{d}V + \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \mathrm{d}p \Rightarrow \boxed{\gamma \mathrm{d}V = \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \mathrm{d}p}$$

فرایندها

در یک **فرایند بی‌دررو** تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

$$\boxed{(\gamma - 1)\mathrm{d}V = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \mathrm{d}T}$$

$$\boxed{\gamma \mathrm{d}V = \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \mathrm{d}p}$$

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma} = -\frac{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T}\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}p} = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}p}$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

فرایندها

در یک **فرایند بی‌دررو** تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma} = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}p}$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1 \Rightarrow \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x = -\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y$$

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma} = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}p}$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

فرایندها

در یک **فرایند بی‌دررو** تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

$$\boxed{(\gamma - 1)\mathrm{d}V = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \mathrm{d}T}$$

$$\boxed{\gamma \mathrm{d}V = \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \mathrm{d}p}$$

$$\boxed{\frac{\gamma - 1}{\gamma}\mathrm{d}p = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \mathrm{d}T}$$

فرایندها

در یک **فرایند بی‌دررو** تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

$$\boxed{(\gamma - 1)\mathrm{d}V = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \mathrm{d}T}$$

$$(\gamma - 1)\mathrm{d}V = -\frac{Nk_B}{p}\mathrm{d}T = -\frac{V}{T}\mathrm{d}T \Rightarrow (\gamma - 1)\int_{V_0}^{V}\frac{\mathrm{d}V}{V} = -\int_{T_0}^{T}\frac{\mathrm{d}T}{T}$$

$$\ln V^{\gamma-1} - \ln V_0^{\gamma-1} = -\ln T + \ln T_0 \Rightarrow \ln V^{\gamma-1}T = \ln V_0^{\gamma-1}T_0$$

$$V^{\gamma-1}T = \text{const.}$$

فرایندها

در یک **فرایند بی‌دررو** تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

$$\boxed{\gamma \mathrm{d}V = \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \mathrm{d}p}$$

$$\gamma \mathrm{d}V = -\frac{N k_B T}{p^2}\mathrm{d}p = -\frac{V}{p}\mathrm{d}p \Rightarrow \gamma \int_{V_0}^{V} \frac{\mathrm{d}V}{V} = -\int_{p_0}^{p} \frac{\mathrm{d}p}{p}$$

$$\ln V^\gamma - \ln V_0^\gamma = -\ln p + \ln p_0 \Rightarrow \ln V^\gamma p = \ln V_0^\gamma p_0$$

$$V^\gamma p = \text{const.}$$

فرایندها

در یک **فرایند بی‌دررو** تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

$$\boxed{\frac{\gamma-1}{\gamma}\mathrm{d}p = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \mathrm{d}T}$$

$$(\gamma-1)\mathrm{d}p = \gamma\frac{Nk_B}{V}\mathrm{d}T = \gamma\frac{p}{T}\mathrm{d}T \Rightarrow (\gamma-1)\int_{p_0}^{p}\frac{\mathrm{d}p}{p} = \gamma\int_{T_0}^{T}\frac{\mathrm{d}T}{T}$$

$$\ln p^{\gamma-1} - \ln p_0^{\gamma-1} = \ln T^{\gamma} - \ln T_0^{\gamma} \Rightarrow \ln p^{\gamma-1}T^{-\gamma} = \ln p_0^{\gamma-1}T_0^{-\gamma}$$

$$p^{\gamma-1}T^{-\gamma} = \text{const.}$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

فرایندها

در یک **فرایند بی‌دررو** تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$

$$(\gamma - 1)\mathrm{d}V = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \mathrm{d}T$$

$$\gamma \mathrm{d}V = \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \mathrm{d}p$$

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma}\mathrm{d}p = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \mathrm{d}T$$

برای یک گاز ایده‌آل

$$V^{\gamma-1}T = \text{const.}$$

$$V^{\gamma}p = \text{const.}$$

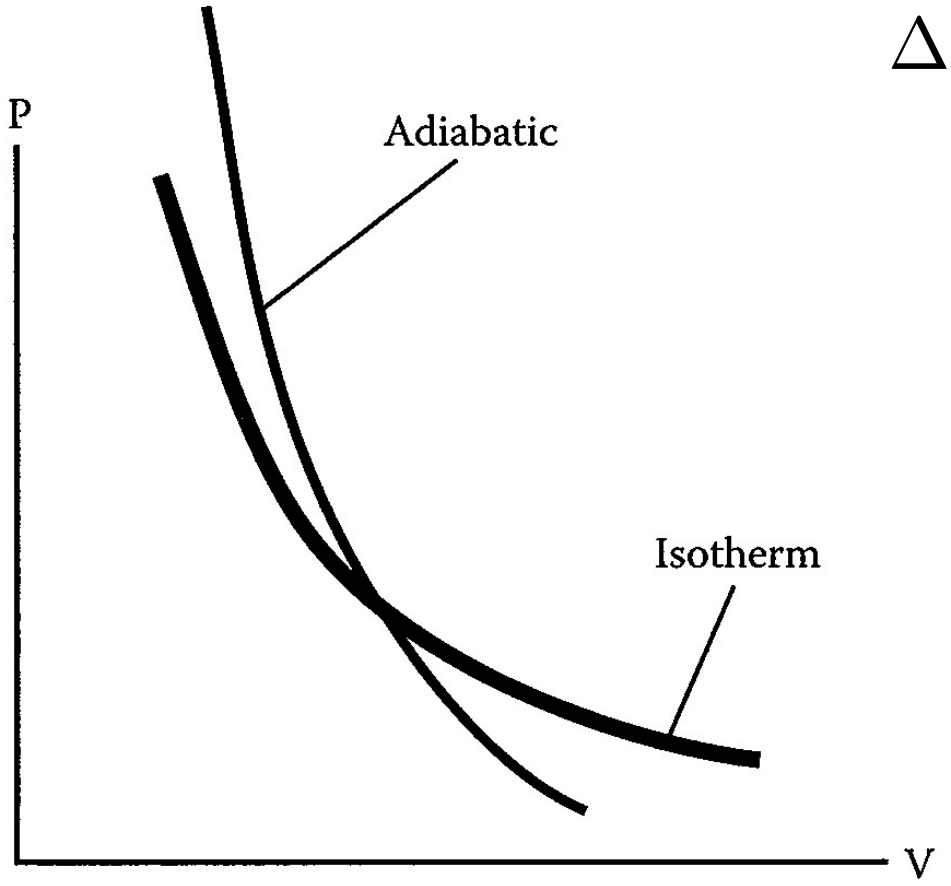
$$p^{\gamma-1}T^{-\gamma} = \text{const.}$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

فرایندها

در یک **فرایند بی‌دررو** تغییرات گرما در طی یک فرایند برابر صفر است،

$$\Delta Q = 0$$



$$pV^{\gamma} = \text{const.} \Rightarrow p \propto \frac{1}{V^{\gamma}}$$

$$pV = Nk_BT \Rightarrow p \propto \frac{1}{V}$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم