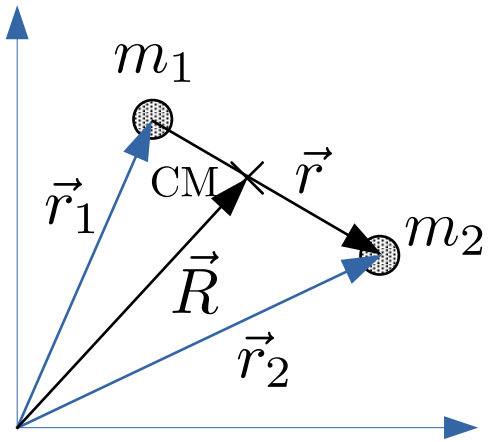
جلسه یازدهم

مکانیک آماری

محمدرضا مظفری
گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه
دانشگاه قم
اسفند ۹۸

آنسامبل کانونیک



$$\begin{cases} \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r} \\ m_2\vec{r}_2 + m_1\vec{r}_1 = M\vec{R} \end{cases}$$

$$M = m_1 + m_2$$

$$\begin{cases} \vec{r}_1 = -\dfrac{\mu}{m_1}\vec{r} + \vec{R} \\ \vec{r}_2 = \dfrac{\mu}{m_2}\vec{r} + \vec{R} \end{cases}$$

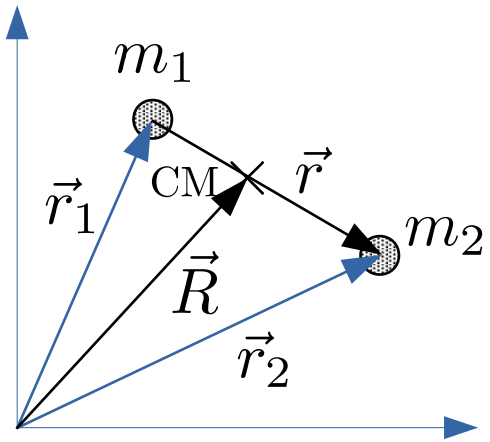
$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$E = \frac{1}{2}m_1\dot{r}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{r}_2^2 + \frac{1}{2}k|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2$$

$$|\vec{r}_2 - \vec{r}_1| = |\vec{r}| = \rho$$

$$E = \frac{1}{2}m_1\dot{r}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{r}_2^2 + \frac{1}{2}k\rho^2$$

آنسامبل کانونیک



$$\begin{cases} \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r} \\ m_2\vec{r}_2 + m_1\vec{r}_1 = M\vec{R} \end{cases}$$

$$M = m_1 + m_2$$

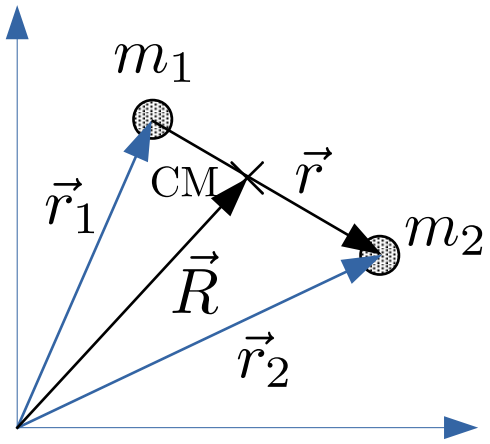
$$\begin{cases} \vec{r}_1 = -\dfrac{\mu}{m_1}\vec{r} + \vec{R} \\ \vec{r}_2 = \dfrac{\mu}{m_2}\vec{r} + \vec{R} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$E = \frac{1}{2}m_1\dot{r}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{r}_2^2 + \frac{1}{2}k\rho^2$$

$$E = \frac{1}{2}m_1\left(-\frac{\mu}{m_1}\dot{\vec{r}} + \dot{\vec{R}}\right)\cdot\left(-\frac{\mu}{m_1}\dot{\vec{r}} + \dot{\vec{R}}\right) + \frac{1}{2}m_2\left(\frac{\mu}{m_2}\dot{\vec{r}} + \dot{\vec{R}}\right)\cdot\left(\frac{\mu}{m_2}\dot{\vec{r}} + \dot{\vec{R}}\right) + \frac{1}{2}k\rho^2$$

آنسامبل کانونیک



$$\begin{cases} \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r} \\ m_2\vec{r}_2 + m_1\vec{r}_1 = M\vec{R} \end{cases}$$

$$M = m_1 + m_2$$

$$\begin{cases} \vec{r}_1 = -\dfrac{\mu}{m_1}\vec{r} + \vec{R} \\ \vec{r}_2 = \dfrac{\mu}{m_2}\vec{r} + \vec{R} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

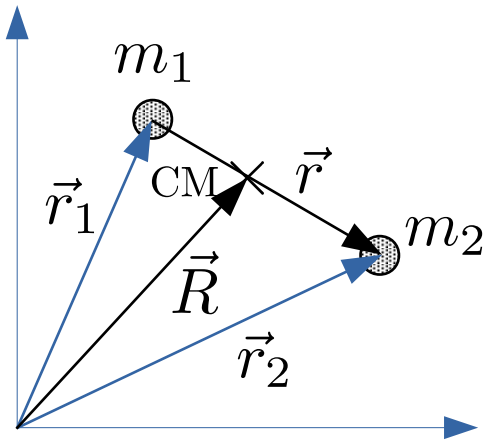
$$E = \frac{1}{2}M\dot{\vec{R}}\cdot\dot{\vec{R}} + \frac{1}{2}\mu\dot{\vec{r}}\cdot\dot{\vec{r}} + \frac{1}{2}k\rho^2$$

$$\vec{r} = \rho\hat{\rho}, \qquad \dot{\vec{r}} = \dot{\rho}\hat{\rho} + \rho\dot{\theta}\hat{\theta}$$

$$E = \frac{1}{2}M\dot{R}^2 + \left(\frac{1}{2}\mu\dot{\rho}^2 + \frac{1}{2}\mu\rho^2\dot{\theta}^2\right) + \frac{1}{2}k\rho^2$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک



$$\begin{cases} \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r} \\ m_2\vec{r}_2 + m_1\vec{r}_1 = M\vec{R} \end{cases}$$

$$M = m_1 + m_2$$

$$\begin{cases} \vec{r}_1 = -\dfrac{\mu}{m_1}\vec{r} + \vec{R} \\ \vec{r}_2 = \dfrac{\mu}{m_2}\vec{r} + \vec{R} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

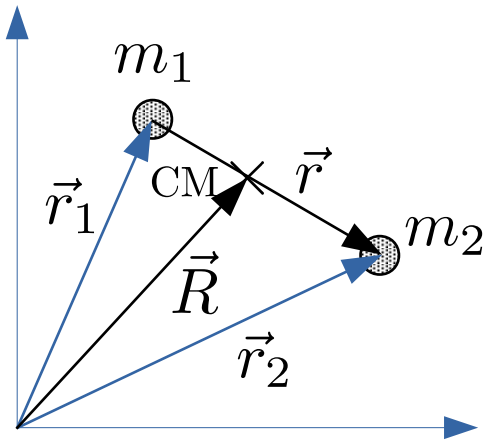
$$E = \frac{1}{2}M\dot{R}^2 + \left(\frac{1}{2}\mu\dot{\rho}^2 + \frac{1}{2}\mu\rho^2\dot{\theta}^2\right) + \frac{1}{2}k\rho^2$$

$$\vec{L} = m_1\vec{r}_1 \times \dot{\vec{r}}_1 + m_2\vec{r}_2 \times \dot{\vec{r}}_2$$

$$\vec{L} = m_1(-\frac{\mu}{m_1}\vec{r} + \vec{R}) \times (-\frac{\mu}{m_1}\dot{\vec{r}} + \dot{\vec{R}}) + m_2(\frac{\mu}{m_2}\vec{r} + \vec{R}) \times (\frac{\mu}{m_2}\dot{\vec{r}} + \dot{\vec{R}})$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک



$$\begin{cases} \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r} \\ m_2\vec{r}_2 + m_1\vec{r}_1 = M\vec{R} \end{cases}$$

$$M = m_1 + m_2$$

$$\begin{cases} \vec{r}_1 = -\dfrac{\mu}{m_1}\vec{r} + \vec{R} \\ \vec{r}_2 = \dfrac{\mu}{m_2}\vec{r} + \vec{R} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

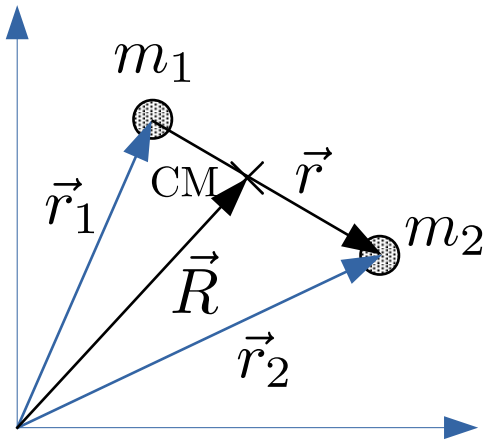
$$E = \frac{1}{2}M\dot{R}^2 + \left(\frac{1}{2}\mu\dot{\rho}^2 + \frac{1}{2}\mu\rho^2\dot{\theta}^2\right) + \frac{1}{2}k\rho^2$$

$$\vec{L} = m_1(-\frac{\mu}{m_1}\vec{r} + \vec{R}) \times (-\frac{\mu}{m_1}\dot{\vec{r}} + \dot{\vec{R}}) + m_2(\frac{\mu}{m_2}\vec{r} + \vec{R}) \times (\frac{\mu}{m_2}\dot{\vec{r}} + \dot{\vec{R}})$$

$$\vec{L} = \mu\vec{r} \times \dot{\vec{r}} + M\vec{R} \times \dot{\vec{R}}$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک



$$\begin{cases} \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r} \\ m_2\vec{r}_2 + m_1\vec{r}_1 = M\vec{R} \end{cases}$$

$$M = m_1 + m_2$$

$$\begin{cases} \vec{r}_1 = -\dfrac{\mu}{m_1}\vec{r} + \vec{R} \\ \vec{r}_2 = \dfrac{\mu}{m_2}\vec{r} + \vec{R} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

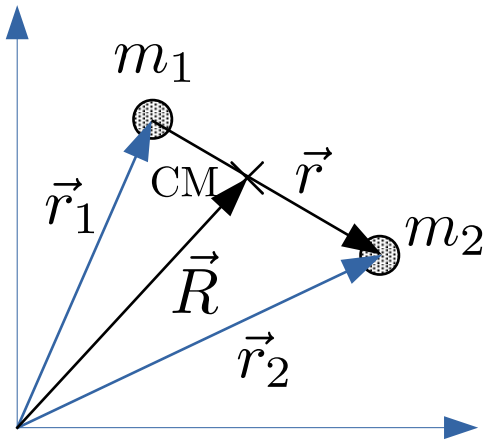
$$E = \frac{1}{2}M\dot{R}^2 + \left(\frac{1}{2}\mu\dot{\rho}^2 + \frac{1}{2}\mu\rho^2\dot{\theta}^2\right) + \frac{1}{2}k\rho^2$$

$$\vec{L} = \mu\vec{r}\times\dot{\vec{r}} + M\vec{R}\times\dot{\vec{R}} \xrightarrow{\vec{R}\parallel\dot{\vec{R}}} \vec{L} = \mu\vec{r}\times\dot{\vec{r}}$$

$$\vec{L} = \mu\vec{r}\times\dot{\vec{r}} = \mu\rho\hat{\rho}\times(\dot{\rho}\hat{\rho} + \rho\dot{\theta}\hat{\theta}) = \mu\rho^2\dot{\theta}\hat{z}$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک



$$\begin{cases} \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r} \\ m_2\vec{r}_2 + m_1\vec{r}_1 = M\vec{R} \end{cases}$$

$$M = m_1 + m_2$$

$$\begin{cases} \vec{r}_1 = -\dfrac{\mu}{m_1}\vec{r} + \vec{R} \\ \vec{r}_2 = \dfrac{\mu}{m_2}\vec{r} + \vec{R} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

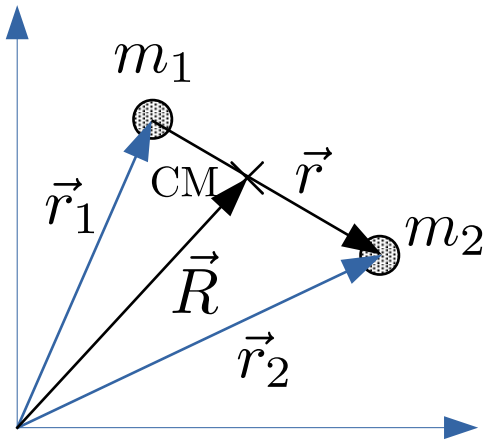
$$E = \frac{1}{2}M\dot{R}^2 + \left(\frac{1}{2}\mu\dot{\rho}^2 + \frac{1}{2}\mu\rho^2\dot{\theta}^2\right) + \frac{1}{2}k\rho^2$$

$$\vec{L} = \mu\rho^2\dot{\theta}\hat{z}$$

$$\vec{L}\cdot\vec{L} = \mu^2\rho^4\dot{\theta}^2 \Rightarrow \dot{\theta}^2 = \frac{L^2}{\mu^2\rho^4}$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک



$$\begin{cases} \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r} \\ m_2\vec{r}_2 + m_1\vec{r}_1 = M\vec{R} \end{cases}$$

$$M = m_1 + m_2$$

$$\begin{cases} \vec{r}_1 = -\dfrac{\mu}{m_1}\vec{r} + \vec{R} \\ \vec{r}_2 = \dfrac{\mu}{m_2}\vec{r} + \vec{R} \end{cases}$$

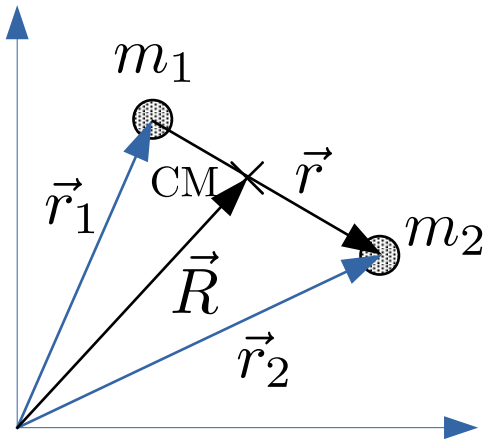
$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$E = \frac{1}{2}M\dot{R}^2 + \left(\frac{1}{2}\mu\dot{\rho}^2 + \frac{1}{2}\mu\rho^2\dot{\theta}^2\right) + \frac{1}{2}k\rho^2$$

$$\dot{\theta}^2 = \frac{L^2}{\mu^2\rho^4}$$

$$E = \frac{1}{2}M\dot{R}^2 + \frac{1}{2}\mu\dot{\rho}^2 + \frac{L^2}{2\mu\rho^2} + \frac{1}{2}k\rho^2$$

آنسامبل کانونیک



$$\begin{cases} \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r} \\ m_2\vec{r}_2 + m_1\vec{r}_1 = M\vec{R} \end{cases}$$

$$M = m_1 + m_2$$

$$\begin{cases} \vec{r}_1 = -\dfrac{\mu}{m_1}\vec{r} + \vec{R} \\ \vec{r}_2 = \dfrac{\mu}{m_2}\vec{r} + \vec{R} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

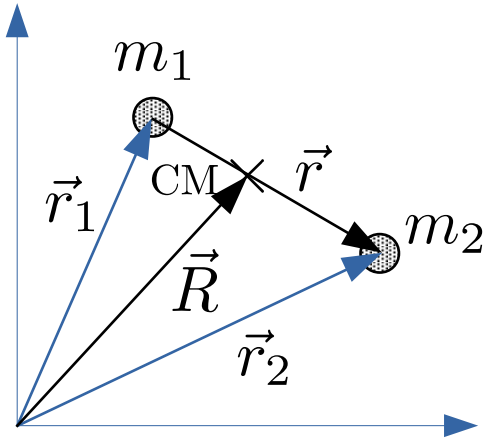
$$E = \frac{1}{2}M\dot{R}^2 + \frac{1}{2}\mu\dot{\rho}^2 + \frac{L^2}{2\mu\rho^2} + \frac{1}{2}k\rho^2$$

$$\mathbb{I} = \mu\rho^2$$

$$E = \frac{1}{2}M\dot{R}^2 + \frac{1}{2}\mu\dot{\rho}^2 + \frac{L^2}{2\mathbb{I}} + \frac{1}{2}k\rho^2$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک



$$E = \frac{1}{2}M\dot{R}^2 + \frac{1}{2}\mu\dot{\rho}^2 + \frac{L^2}{2\mathbb{I}} + \frac{1}{2}k\rho^2$$

$$\dot{\vec{R}} = 0, \qquad E = \underbrace{\frac{L^2}{2\mathbb{I}}}_{\text{چرخشی}} + \underbrace{\frac{1}{2}\mu\dot{\rho}^2 + \frac{1}{2}k\rho^2}_{\text{نوسانی}}$$

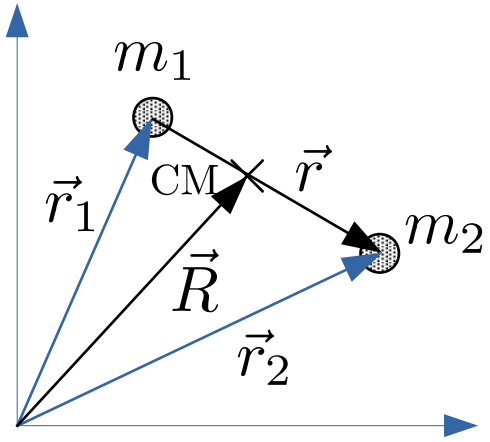
$$Z = Z_{\text{rot}} Z_{\text{vib}}$$

$$L^2 = l(l+1)\hbar^2 \qquad \epsilon_l = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mathbb{I}} \qquad g_l = 2l+1$$

$$Z = \sum_l g_l e^{-\beta\epsilon_l} = Z_{\text{rot}} = \sum_l (2l+1)e^{-\beta l(l+1)\hbar^2/2\mathbb{I}}$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک



$$E = \frac{1}{2}M\dot{R}^2 + \frac{1}{2}\mu\dot{\rho}^2 + \frac{L^2}{2\mathbb{I}} + \frac{1}{2}k\rho^2$$

$$\dot{\vec{R}} = 0, \qquad E = \underbrace{\frac{L^2}{2\mathbb{I}}}_{\text{چرخشی}} + \underbrace{\frac{1}{2}\mu\dot{\rho}^2 + \frac{1}{2}k\rho^2}_{\text{نوسانی}}$$

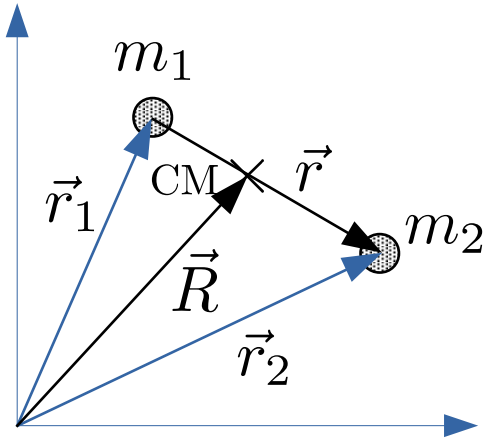
$$Z = Z_{\text{rot}} Z_{\text{vib}}$$

$$Z_{\text{rot}} = \sum_l (2l+1)e^{-\beta l(l+1)\hbar^2/2\mathbb{I}} = \int_0^\infty (2l+1)e^{-\beta l(l+1)\hbar^2/2\mathbb{I}}\mathrm{d}l$$

$$x = l(l+1) \Rightarrow \mathrm{d}x = (2l+1)\mathrm{d}l : \qquad Z_{\text{vib}} = \frac{2\mathbb{I}k_B T}{\hbar^2}$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک



$$E = \frac{1}{2}M\dot{R}^2 + \frac{1}{2}\mu\dot{\rho}^2 + \frac{L^2}{2\mathbb{I}} + \frac{1}{2}k\rho^2$$

$$\dot{\vec{R}} = 0, \qquad E = \underbrace{\frac{L^2}{2\mathbb{I}}}_{\text{چرخشی}} + \underbrace{\frac{1}{2}\mu\dot{\rho}^2 + \frac{1}{2}\mu\omega^2\rho^2}_{\text{نوسانی}}$$

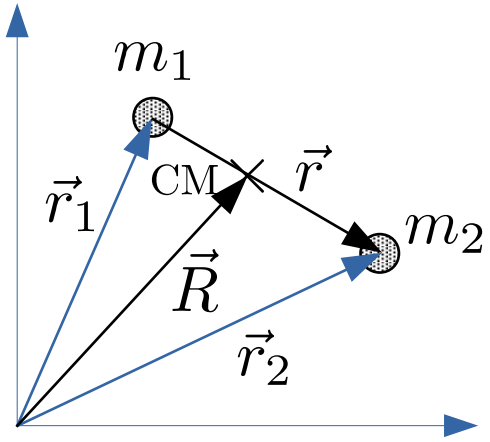
$$Z = Z_{\text{rot}} Z_{\text{vib}}$$

$$\epsilon_k = \hbar\omega(k + \frac{1}{2})$$

$$Z_{\text{vib}} = e^{-\beta\hbar\omega/2} \sum_k e^{-\beta k\hbar\omega} = \frac{e^{-\beta\hbar\omega/2}}{1 - e^{-\beta\hbar\omega}}$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک



$$E = \frac{1}{2}M\dot{R}^2 + \frac{1}{2}\mu\dot{\rho}^2 + \frac{L^2}{2\mathbb{I}} + \frac{1}{2}k\rho^2$$

$$\dot{\vec{R}} = 0, \qquad E = \underbrace{\frac{L^2}{2\mathbb{I}}}_{\text{چرخشی}} + \underbrace{\frac{1}{2}\mu\dot{\rho}^2 + \frac{1}{2}k\rho^2}_{\text{نوسانی}}$$

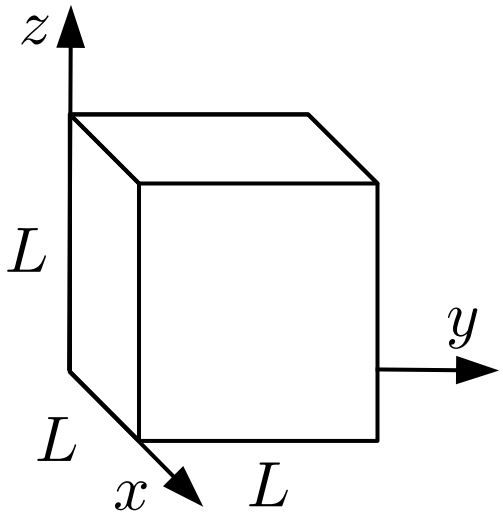
$$Z = Z_{\text{rot}} Z_{\text{vib}}$$

$$Z = \left(\frac{2\mathbb{I}}{\beta\hbar^2}\right)\left(\frac{e^{-\beta\hbar\omega/2}}{1-e^{-\beta\hbar\omega}}\right)$$

$$U = k_B T + \hbar\omega\left(\frac{1}{2} + \frac{e^{-\beta\hbar\omega}}{1-e^{-\beta\hbar\omega}}\right) \Rightarrow C_V = k_B + k_B(\beta\hbar\omega)^2\frac{e^{-\beta\hbar\omega}}{(1-e^{-\beta\hbar\omega})^2}$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک



$$V = L^3$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi = E\psi$$

$$\psi = \psi(x, y, z)$$

$$\psi(x = 0, y, z) = \psi(x = L, y, z)$$
$$\psi(x, y = 0, z) = \psi(x, y = L, z)$$
$$\psi(x, y, z = 0) = \psi(x, y, z = L)$$

$$\psi = A \sin k_x x \sin k_y x \sin k_z z$$

$$k_x = \frac{n_x \pi}{L}, \quad k_y = \frac{n_y \pi}{L}, \quad k_z = \frac{n_z \pi}{L}$$

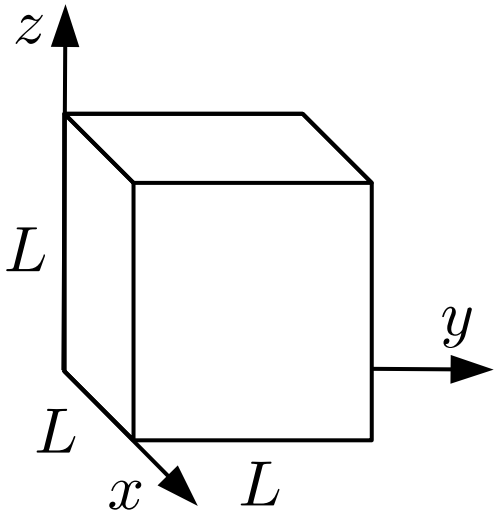
$$\int |\psi|^2 \mathrm{d}V = 1 \Rightarrow A = \left(\frac{2}{L}\right)^{3/2}, \quad \psi = \left(\frac{2}{L}\right)^{3/2} \sin\frac{n_x \pi x}{L} \sin\frac{n_y \pi y}{L} \sin\frac{n_y \pi y}{L}$$

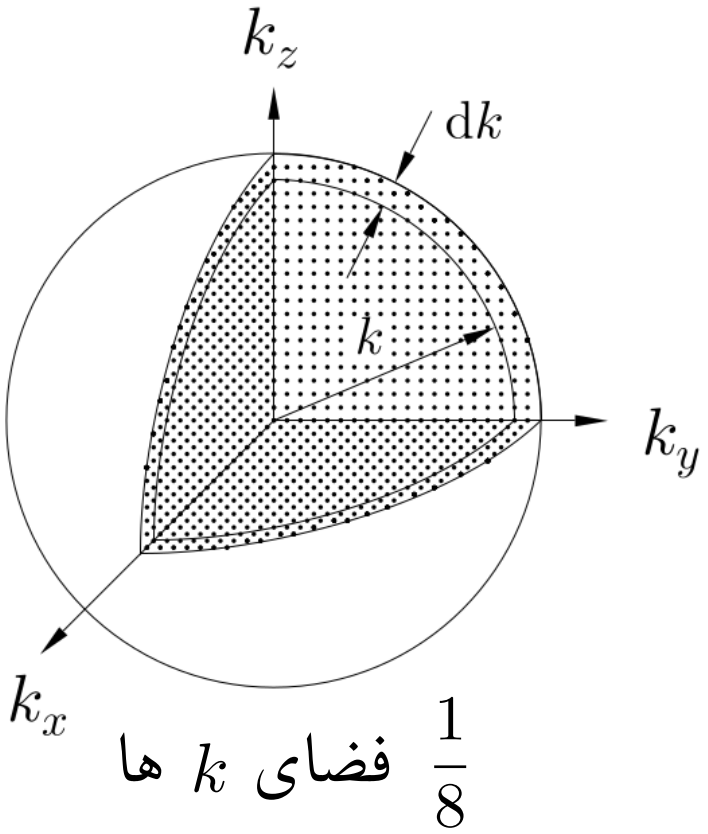
$$E = \frac{\hbar^2}{2m}(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \Rightarrow E_{n_x, n_y, n_z} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

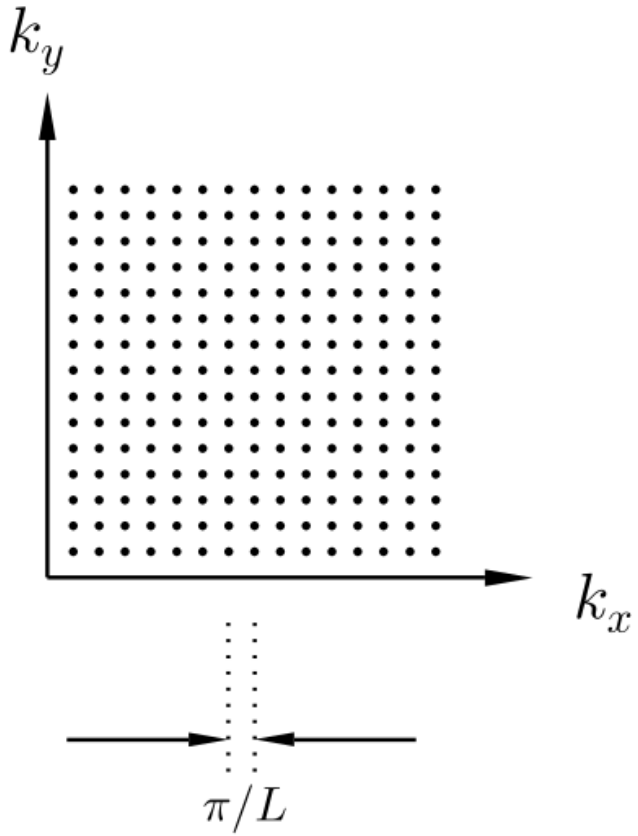
آنسامبل کانونیک

$$E = \frac{\hbar^2}{2m}(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \Rightarrow E_{n_x,n_y,n_z} = \frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$



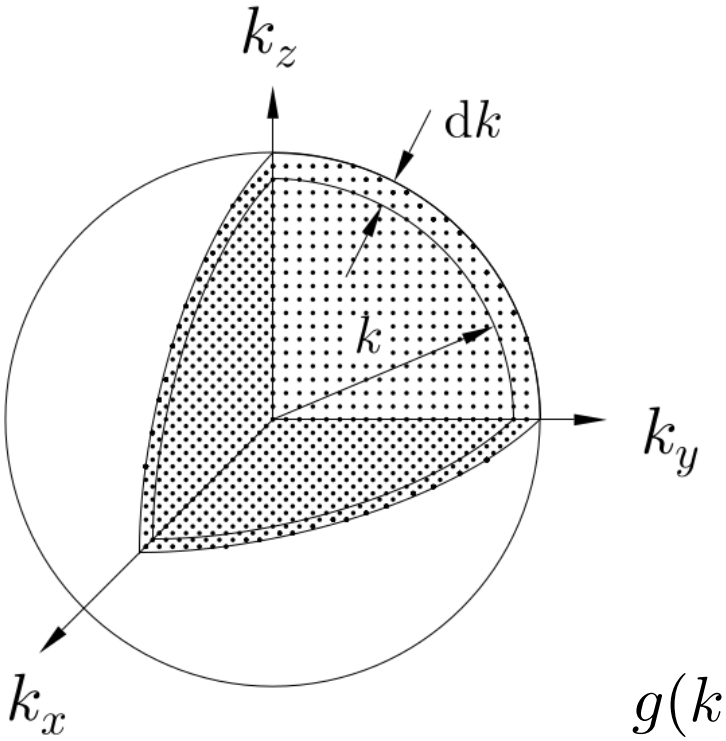


فضای k ها $\frac{1}{8}$



محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک



$$E = \frac{\hbar^2}{2m}(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

تعداد حالتهای بین k و $k + \mathrm{d}k$

$$\frac{1}{8} 4\pi k^2 \mathrm{d}k$$

$$g(k)\mathrm{d}k = \frac{\text{تعداد حالتهای بین } k \text{ و } k + \mathrm{d}k}{\text{حجم یک سلول در فضای } k}$$

$$g(k)\mathrm{d}k = \frac{\frac{1}{8}4\pi k^2}{\left(\frac{\pi}{L}\right)^3}\mathrm{d}k = \frac{Vk^2}{2\pi^2}\mathrm{d}k, \quad V = L^3$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک

$$g(k) = \frac{Vk^2}{2\pi^2}$$

$$Z_1 = \int_0^\infty e^{-\beta E(k)} g(k) \mathrm{d}k, \quad E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$Z_1 = \int_0^\infty e^{-\hbar^2 k^2/(2mk_BT)} \frac{Vk^2}{2\pi^2} \mathrm{d}k = \frac{V}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 e^{-\alpha k^2} \mathrm{d}k, \quad \alpha = \frac{\hbar^2}{2mk_BT}$$

$$\int_0^\infty e^{-\alpha k^2} \mathrm{d}k = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}, \qquad \int_0^\infty k^2 e^{-\alpha k^2} \mathrm{d}k = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^3}}$$

$$Z_1 = \frac{V}{2\pi^2}\frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(\sqrt{\frac{2mk_BT}{\hbar^2}}\right)^3 = \frac{V}{(2\pi)^{3/2}}\left(\frac{mk_BT}{\hbar^2}\right)^{3/2} = \frac{V}{\hbar^3}\left(\frac{mk_BT}{2\pi}\right)^{3/2}$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک

$$g(k) = \frac{Vk^2}{2\pi^2}$$

$$Z_1 = \int_0^\infty e^{-\beta E(k)} g(k) \mathrm{d}k, \quad E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$Z_1 = \frac{V}{\hbar^3} \left(\frac{m k_B T}{2\pi} \right)^{3/2}, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

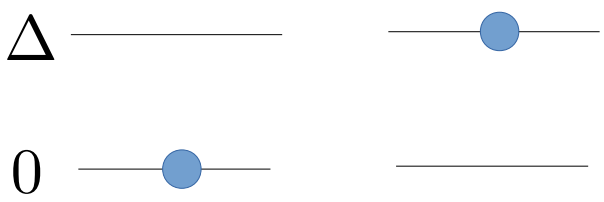
$$Z_1 = V \left(\frac{m k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} = V \left(\frac{m 2\pi k_B T}{h^2} \right)^{3/2} \Rightarrow \boxed{Z_1 = \frac{V}{\lambda_{\mathrm{th}}^3}}$$

$$\sqrt{\frac{m 2\pi k_B T}{h^2}} = \frac{\sqrt{2m\pi k_B T}}{h} = \frac{1}{\lambda_{\mathrm{th}}} \Rightarrow \boxed{\lambda_{\mathrm{th}} = \frac{h}{\sqrt{2m\pi k_B T}}}$$

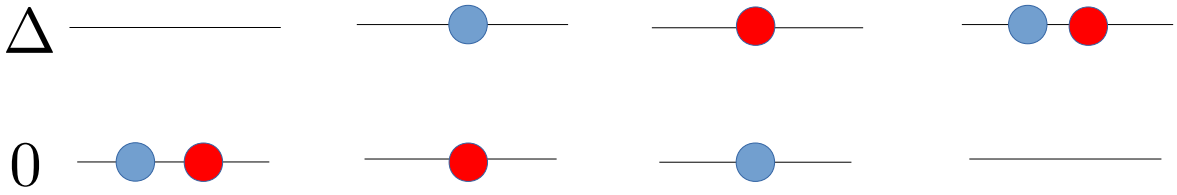
طول موج حرارتی

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک



$$Z_1 = 1 + e^{-\beta\Delta}$$

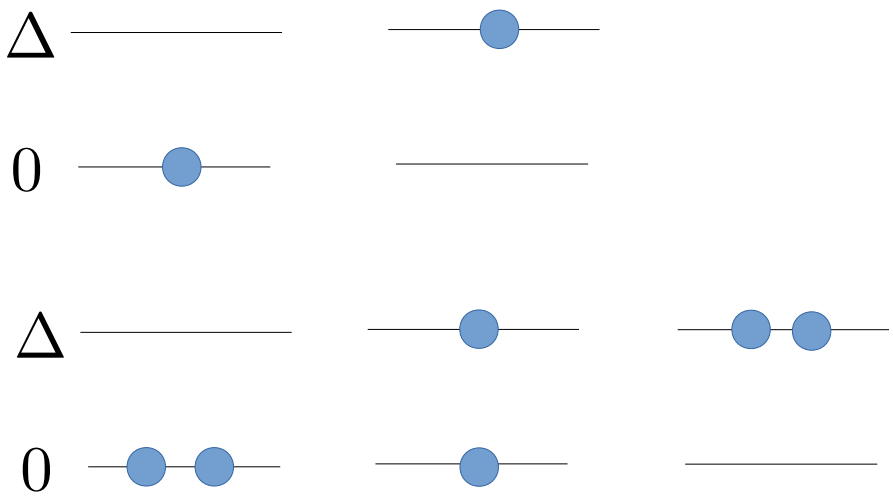


$$Z_2 = 1 + e^{-\beta\Delta} + e^{-\beta\Delta} + e^{-2\beta\Delta} = 1 + 2e^{-\beta\Delta} + e^{-2\beta\Delta}$$

اگر $Z_1^2 = (1 + e^{-\beta\Delta})^2 = 1 + 2e^{-\beta\Delta} + e^{-2\beta\Delta} \Rightarrow Z_1^2 = Z_2$

اگر ذرات تشخیص‌پذیر باشند $Z_N = Z_1^N$

آنسامبل کانونیک



$$Z_1 = 1 + e^{-\beta\Delta}$$

$$Z_2 = 1 + e^{-\beta\Delta} + e^{-2\beta\Delta}$$

اگر $Z_1^2 = (1 + e^{-\beta\Delta})^2 = 1 + 2e^{-\beta\Delta} + e^{-2\beta\Delta} \Rightarrow Z_1^2 \neq Z_2$

اگر ذرات تشخیص ناپذیر باشند $Z_N = \frac{Z_1^N}{N!}$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک

$$Z_N = \frac{Z_1^N}{N!} = \frac{1}{N!}\left(\frac{V}{\lambda_{\rm th}^3}\right)^N, \quad \lambda_{\rm th} = \frac{h}{\sqrt{2m\pi k_B T}}$$

$$F = -k_B T[-\ln N! + N\ln V - N\ln\lambda_{\rm th}^3]$$

$$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V$$

$$S = k_B[-\ln N! + N\ln V - N\ln\lambda_{\rm th}^3] - 3Nk_BT\frac{1}{\lambda_{\rm th}}\frac{\partial\lambda_{\rm th}}{\partial T}$$

$$S = k_B[-N\ln N + N + N\ln V - N\ln\lambda_{\rm th}^3] - 3Nk_BT\left(-\frac{1}{2}\frac{1}{T}\right)$$

$$S = k_B[-N\ln N + N + N\ln V - N\ln\lambda_{\rm th}^3] + \frac{3}{2}Nk_B$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک

$$Z_N = \frac{Z_1^N}{N!} = \frac{1}{N!}\left(\frac{V}{\lambda_{\rm th}^3}\right)^N, \quad \lambda_{\rm th} = \frac{h}{\sqrt{2m\pi k_B T}}$$

$$F = -k_B T[-\ln N! + N\ln V - N\ln\lambda_{\rm th}^3]$$

$$S = k_B[-N\ln N + N + N\ln V - N\ln\lambda_{\rm th}^3] + \frac{3}{2}Nk_B$$

$$S = k_B[-N\ln N + N\ln V - N\ln\lambda_{\rm th}^3] + \frac{5}{2}Nk_B$$

$$S = k_B[-N\ln\left(\frac{N\lambda_{\rm th}^3}{V}\right)] + \frac{5}{2}Nk_B$$

$$S = Nk_B\left[\frac{5}{2} - \ln\left(\frac{N\lambda_{\rm th}^3}{V}\right)\right]$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک

$$Z_N = \frac{Z_1^N}{N!} = \frac{1}{N!}\left(\frac{V}{\lambda_{\rm th}^3}\right)^N, \quad \lambda_{\rm th} = \frac{h}{\sqrt{2m\pi k_B T}}$$

$$F = -k_B T[-\ln N! + N\ln V - N\ln\lambda_{\rm th}^3]$$

$$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V$$

$$S = k_B[-\ln N! + N\ln V - N\ln\lambda_{\rm th}^3] - 3Nk_BT\frac{1}{\lambda_{\rm th}}\frac{\partial\lambda_{\rm th}}{\partial T}$$

$$S = \frac{F}{T} - 3Nk_BT\left(-\frac{1}{2}\frac{1}{T}\right) \xrightarrow{\times T} TS = -F + \frac{3}{2}Nk_BT$$

$$F = U - TS \Rightarrow U = \frac{3}{2}k_BT$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک

$$Z_N = \frac{Z_1^N}{N!} = \frac{1}{N!}\left(\frac{V}{\lambda_{\rm th}^3}\right)^N, \quad \lambda_{\rm th} = \frac{h}{\sqrt{2m\pi k_B T}}$$

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$$

$$C_V = \frac{3}{2} N k_B$$

$$F = -k_B T[-\ln N! + N \ln V - N \ln \lambda_{\rm th}^3]$$

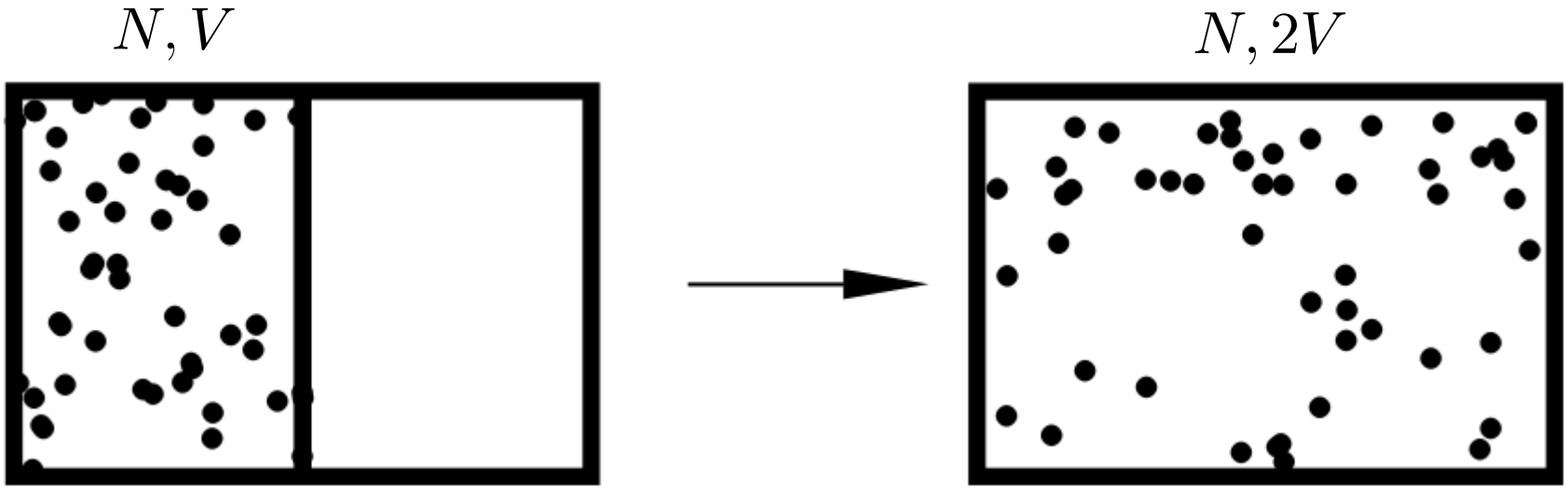
$$p = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T$$

$$p = k_B T \frac{1}{V} \Rightarrow pV = N k_B T$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک

$$S = Nk_B \left[\frac{5}{2} - \ln \left(\frac{N\lambda_{\text{th}}^3}{V} \right) \right]$$



$$S_1 = Nk_B \left[\frac{5}{2} - \ln \left(\frac{N\lambda_{\text{th}}^3}{V} \right) \right] \qquad S_2 = Nk_B \left[\frac{5}{2} - \ln \left(\frac{N\lambda_{\text{th}}^3}{2V} \right) \right]$$

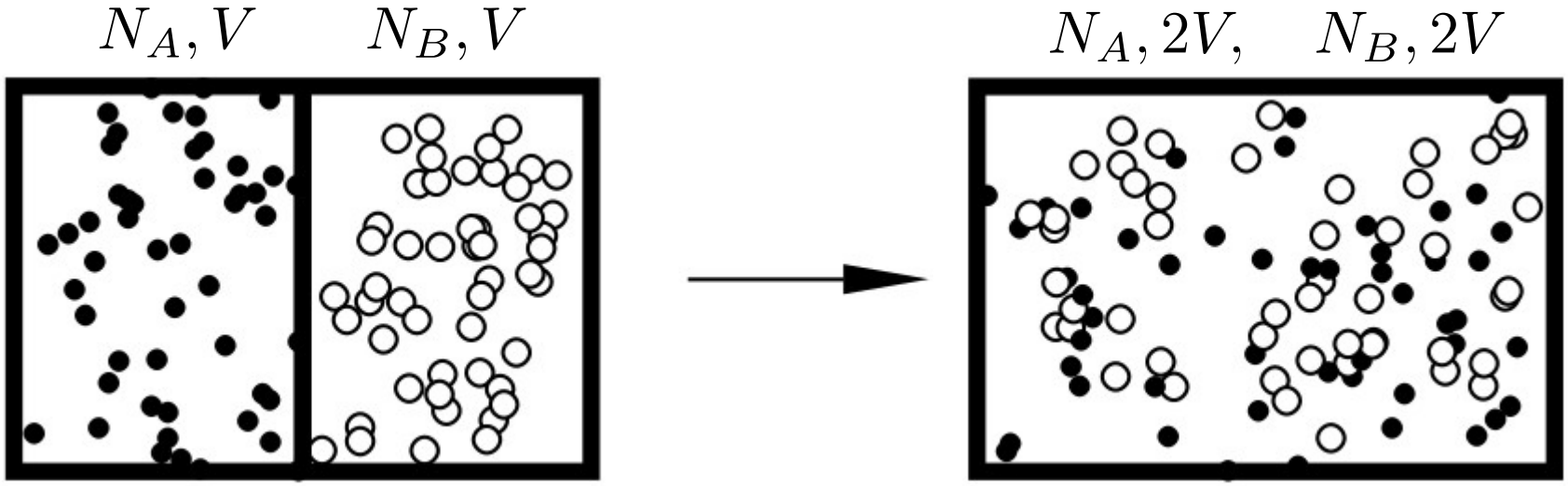
$$\Delta S = S_2 - S_1 = Nk_B \ln 2$$

پارادوکس گیبس

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک

$$S = Nk_B \left[\frac{5}{2} - \ln \left(\frac{N\lambda_{\text{th}}^3}{V} \right) \right]$$



$$S_1 = N_A k_B \left[\frac{5}{2} - \ln \left(\frac{N_A\lambda_A^3}{V} \right) \right] + N_B k_B \left[\frac{5}{2} - \ln \left(\frac{N_B\lambda_B^3}{V} \right) \right]$$

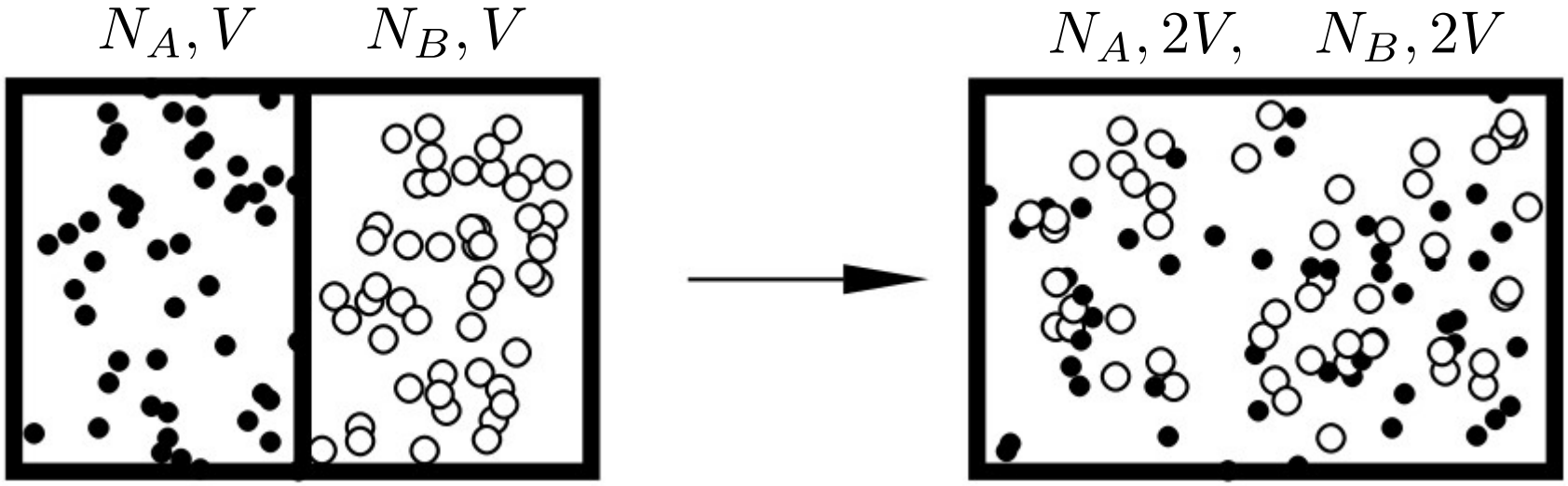
$$S_2 = N_A k_B \left[\frac{5}{2} - \ln \left(\frac{N_A\lambda_A^3}{2V} \right) \right] + N_B k_B \left[\frac{5}{2} - \ln \left(\frac{N_B\lambda_B^3}{2V} \right) \right]$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

پارادوکس گیبس

آنسامبل کانونیک

$$S = Nk_B \left[\frac{5}{2} - \ln \left(\frac{N\lambda_{\text{th}}^3}{V} \right) \right]$$



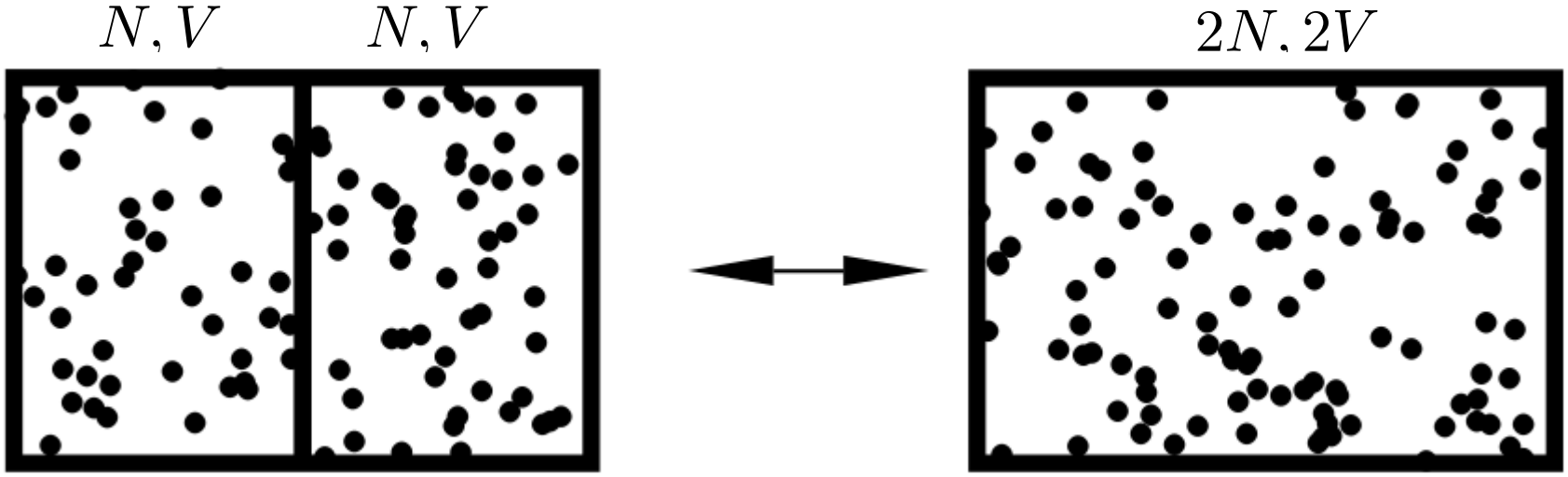
$$\Delta S = S_2 - S_1$$

$$\Delta S = N_A k_B \ln 2 + N_B k_B \ln 2 = (N_A + N_B) k_B \ln 2$$

$$N_A = N_B = N \Rightarrow \Delta S = 2Nk_B \ln 2$$

آنسامبل کانونیک

$$S = Nk_B \left[\frac{5}{2} - \ln \left(\frac{N\lambda_{\text{th}}^3}{V} \right) \right]$$



$$S_1 = Nk_B \left[\frac{5}{2} - \ln \left(\frac{N\lambda_{\text{th}}^3}{V} \right) \right] + Nk_B \left[\frac{5}{2} - \ln \left(\frac{N_B\lambda_{\text{th}}^3}{V} \right) \right]$$

$$S_2 = Nk_B \left[\frac{5}{2} - \ln \left(\frac{2N\lambda_{\text{th}}^3}{2V} \right) \right] + Nk_B \left[\frac{5}{2} - \ln \left(\frac{2N\lambda_{\text{th}}^3}{2V} \right) \right] \Rightarrow \Delta S = 0$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

پارادوکس گیبس

آنسامبل کانونیک

$$Z_N = Z_1^N = \left(\frac{V}{\lambda_{\rm th}^3}\right)^N, \quad \lambda_{\rm th} = \frac{h}{\sqrt{2m\pi k_B T}}$$

$$F = -k_B T[N \ln V - N \ln \lambda_{\rm th}^3]$$

$$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V$$

$$S = k_B[N \ln V - N \ln \lambda_{\rm th}^3] - 3Nk_B T \frac{1}{\lambda_{\rm th}} \frac{\partial \lambda_{\rm th}}{\partial T}$$

$$S = k_B[N \ln V - N \ln \lambda_{\rm th}^3] - 3Nk_B T \left(-\frac{1}{2}\frac{1}{T}\right)$$

$$S = k_B[N \ln V - N \ln \lambda_{\rm th}^3] + \frac{3}{2} N k_B$$

آنسامبل کانونیک

$$Z_N = Z_1^N = \left(\frac{V}{\lambda_{\rm th}^3}\right)^N, \quad \lambda_{\rm th} = \frac{h}{\sqrt{2m\pi k_B T}}$$

$$F = -k_B T[N \ln V - N \ln \lambda_{\rm th}^3]$$

$$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V$$

$$S = k_B[N \ln V - N \ln \lambda_{\rm th}^3] + \frac{3}{2} N k_B$$

$$S = N k_B \left[\frac{3}{2} - \ln\left(\frac{\lambda_{\rm th}^3}{V}\right)\right]$$

هر عدم حضور $N!$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک

در حضور $N!$

$$Z_N = \frac{Z_1^N}{N!} = \frac{1}{N!}\left(\frac{V}{\lambda_{\rm th}^3}\right)^N, \quad \lambda_{\rm th} = \frac{h}{\sqrt{2m\pi k_B T}}$$

$$S = Nk_B\left[\frac{5}{2} - \ln\left(\frac{N\lambda_{\rm th}^3}{V}\right)\right]$$

در عدم حضور $N!$

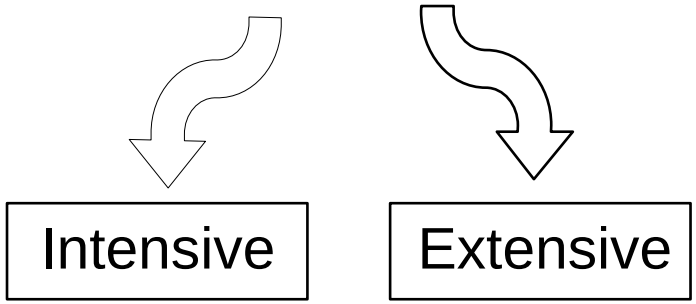
$$Z_N = Z_1^N = \left(\frac{V}{\lambda_{\rm th}^3}\right)^N, \quad \lambda_{\rm th} = \frac{h}{\sqrt{2m\pi k_B T}}$$

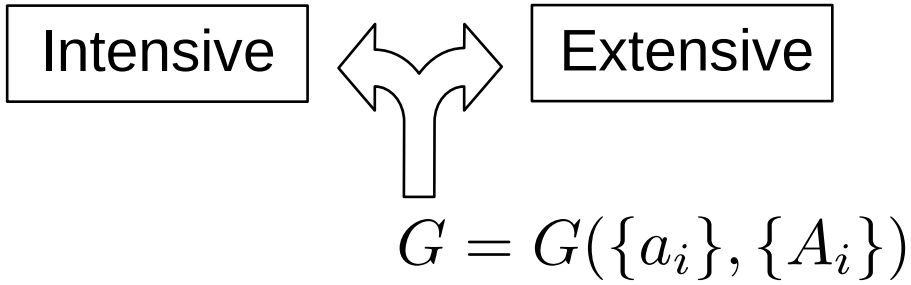
$$S = Nk_B\left[\frac{3}{2} - \ln\left(\frac{\lambda_{\rm th}^3}{V}\right)\right]$$

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک

$$G = G(\{a_i\}, \{A_i\})$$





G کمیت Extensive

اگر $G(\{a_i\}, \{\alpha A_i\}) = \alpha G(\{a_i\}, \{A_i\})$ آنگاه

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک

$$Z_N = \frac{Z_1^N}{N!} = \frac{1}{N!}\left(\frac{V}{\lambda_{\rm th}^3}\right)^N, \quad \lambda_{\rm th} = \frac{h}{\sqrt{2m\pi k_B T}}$$

در حضور $N!$

$$S(V,N) = Nk_B\left[\frac{5}{2} - \ln\left(\frac{N\lambda_{\rm th}^3}{V}\right)\right]$$

$$S(\alpha V, \alpha N) = \alpha N k_B\left[\frac{5}{2} - \ln\left(\frac{\alpha N\lambda_{\rm th}^3}{\alpha V}\right)\right] = \alpha N k_B\left[\frac{5}{2} - \ln\left(\frac{N\lambda_{\rm th}^3}{V}\right)\right]$$

$$S(\alpha V, \alpha N) = \alpha S(V,N)$$

S کمیت Extensive است.

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

آنسامبل کانونیک

در علم حضور $N!$

$$Z_N = Z_1^N = \left(\frac{V}{\lambda_{\rm th}^3}\right)^N, \quad \lambda_{\rm th} = \frac{h}{\sqrt{2m\pi k_B T}}$$

$$S = Nk_B\left[\frac{3}{2} - \ln\left(\frac{\lambda_{\rm th}^3}{V}\right)\right]$$

$$S(\alpha V, \alpha N) = \alpha N k_B\left[\frac{3}{2} - \ln\left(\frac{\lambda_{\rm th}^3}{\alpha V}\right)\right]$$

$$S(\alpha V, \alpha N) \neq \alpha S(V, N)$$

S کمیت Extensive نیست.

محمدرضا مظفری گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم